UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

CAMILLA EHRAT DIAS

O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO PELO ESTUDANTE DEFICIENTE VISUAL

CURITIBA

2020

CAMILLA EHRAT DIAS

O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO PELO ESTUDANTE DEFICIENTE VISUAL

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Maria Lucia Panossian

CURITIBA

2020

Catalogação na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

D541d Dias, Camilla Ehrat
O desenvolvimento do pensamento algébrico pelo estudante deficiente visual [recurso eletrônico] / Camilla Ehrat Dias. – Curitiba, 2020.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática, 2020.

Orientadora: Maria Lucia Panossian.

1. Álgebra. 2. Ensino. 3. Pessoas com deficiência visual. I. Universidade Federal do Paraná. II. Panossian, Maria Lucia. III. Título.

CDD: 796.0456

Bibliotecária: Vanusa Maciel CRB- 9/1928

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da dissertação de Mestrado de **CAMILLA EHRAT DIAS** intitulada: **O desenvolvimento do pensamento algébrico pelo estudante deficiente visual**, sob orientação da Profa. Dra. MARIA LUCIA PANOSSIAN, que após terem inquirido a aluna e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 22 de Maio de 2020.

Assinatura Eletrônica
22/05/2020 16:06:28.0
MARIA LUCIA PANOSSIAN
Presidente da Banca Examinadora (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica
25/05/2020 13:13:46.0
TANIA TERESINHA BRUNS ZIMER
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica
22/05/2020 16:18:40.0
ANDERSON ROGES TEIXEIRA GOES
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

À Maya, minha primavera.

AGRADECIMENTOS

É certo que minhas palavras são insuficientes para atender a todos que de alguma forma auxiliaram nesta importante fase da minha vida. Sendo assim, peço desculpas desde já àquelas que não estão presentes nestas palavras, mas que, tenham certeza de que a vocês sou inteiramente grata.

Reverencio a Professora Dra. Maria Lucia Panossian pela sua dedicação e orientação impecáveis nesta pesquisa, bem como todo o apoio e enorme paciência durante os momentos de dificuldade e hiatos entre uma atividade de pesquisa e outra.

Sou grata à Escola, bem como à professora da Sala de Recursos Multifuncionais por terem permitido e confiado em meu trabalho para que fosse realizada a pesquisa.

Agradeço aos professores da banca examinadora pela atenção e contribuições dedicadas a esta pesquisa.

Deixo registrado, o meu eterno reconhecimento e gratidão à minha família, aos meus pais e ao meu marido por todo apoio e carinho com a Maya para que eu pudesse me dedicar à escrita e pesquisa, e por diversas vezes não permitirem que eu desistisse, sem eles nada disso seria possível.

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo analisar o desenvolvimento de conceitos algébricos por estudantes deficientes visuais. Para tanto, apresenta um breve panorama da legislação a respeito da educação de pessoas com deficiência, caracterizando a deficiência visual, ensino e inclusão de estudantes deficientes visuais. Também explicita aspectos da teoria de Vygotsky a respeito do desenvolvimento cognitivo de estudantes com deficiência visual. São abordados aspectos específicos sobre a álgebra e seu ensino, seu desenvolvimento na experiência humana histórica e cultural, sua inserção nas diferentes propostas curriculares instituídas no Brasil nos últimos anos, um breve resumo de algumas das principais concepções sobre álgebra e seu ensino. Esta pesquisa realizada com dois estudantes deficientes visuais do 7º e 8º anos do ensino fundamental, em uma escola estadual da cidade de Curitiba – PR, foi concretizada com a organização e análise das intervenções pedagógicas considerando as categorias: conceitos algébricos explicitados; formas de pensamento; formas de representação nos materiais usados; possibilidades metodológicas de ensino, buscando compreender o pensamento e conceitos algébricos dos estudantes. Desta forma, destaca-se nesta dissertação a importância da mediação do professor durante todo o processo de ensino-aprendizagem, o uso de materiais e recursos didáticos de modo a atender as necessidades dos estudantes e a importância de se considerar diferentes concepções algébricas no momento de avaliação dos conceitos apropriados pelos estudantes.

Palavras-chave: Álgebra. Ensino. Deficiência Visual. Teoria Histórico-cultural.

ABSTRACT

This research aims to analyze the development of algebraic concepts by visually impaired students. In order to do so, it presents a brief overview of the legislation regarding the education of people with disabilities, it describes visual impairment, the teaching and inclusion of visually impaired students. It also makes aspects of Vygotsky's theory regarding the cognitive development of students with visual impairments explicit. Topics addressed include specific aspects about algebra, its development in human experience historically and culturally, its insertion in the different curricular proposals instituted in Brazil in recent years, a brief summary of some of the main concepts about algebra and its teaching. This research was carried out with two visually impaired students from the 7th and 8th grades of elementary school, in a state school in the city of Curitiba - PR. And it was executed with the organization and analysis of pedagogical interventions considering the categories: explicit Algebraic concepts; way of thought; representation ways in the materials used; teaching methodological possibilities, seeking to understand student's algebraic thinking and concepts. Thus, this paper highlights the teacher´s role of mediation throughout the teaching-learning process, the use of didatic materials and resources in order to meet the students needs, and the importance of considering different algebraic concepts at the moment of evaluating the acquired concepts by students.

Keywords: Algebra. Teaching. Visual impairment. Historic-cultural theory.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Embora a existência de pessoas com deficiência física ou intelectual não seja algo novo, só muito recentemente iniciou-se o processo de inclusão destas pessoas na sociedade, ocupando espaço de participantes ativos da comunidade em que estão inseridos. Gradativamente vêm aumentando a necessidade de compreensão do desenvolvimento destas pessoas e de suas deficiênci71

as, para que sejam não somente inseridas, mas incluídas na sociedade, em igualdade de condições e direitos (BRASIL, 1996; 1998; 2015; 2018; UNESCO, 1990)

De forma específica e considerando a crescente inclusão de estudantes com deficiência visual em salas de aula regular percebe-se, por meio de pesquisas (REIS, 2010; SÁ, CAMPOS, SILVA, 2007), a dificuldade relatada por professores em incluir efetivamente estes estudantes, de modo a proporcionar uma educação de qualidade.

De forma particular, como pesquisadora, a reflexão sobre estas dificuldades, principalmente nas aulas de matemática, surge desde a graduação no curso de Licenciatura em Matemática. A questão ‘como algo tão visual, como é a matemática, pode ser ensinado àqueles que não veem?’ foi condutora do Trabalho de Conclusão de Curso, no campo do ensino de pessoas com deficiência visual. O início da pesquisa foi apoiado em uma recordação da escola da rede estadual do Paraná onde cursou o ensino fundamental e que fazia atendimento à estes estudantes já em 2008. Assim, conheceu a professora responsável pela Sala de Recursos Multifuncionais[1] da escola e, por meio dela, o professor Rubens Ferronato e seu invento, o Multiplano. A partir de então iniciou o desenvolvimento de trabalhos voluntários na escola com os alunos matriculados na Sala de Recursos.

O trabalho de conclusão de curso concluído em meados de 2017 e intitulado ‘Matemática para cegos: Uma possibilidade no ensino de polinômios’

[1] É um espaço na escola onde se realiza o Atendimento Educacional Especializado para educando com Deficiência ou Transtornos Globais do Desenvolvimento. A sala é organizada com materiais didáticos, pedagógicos, equipamentos e profissionais com formação para o atendimento às necessidades educacionais. A Sala citada no texto é destinada ao atendimento exclusivo de estudantes deficientes visuais.

(DIAS, 2017), apresenta a elaboração e aplicação de um material didático, além da situação didática que o envolve.

A utilização do material confeccionado com cortiça e E.V.A[2] se mostrou eficaz no ensino-aprendizagem do conteúdo de operações com polinômios, sendo que através dele atingiu-se o objetivo proposto, o ensino de estudantes cegos e videntes incluídos em uma mesma sala de aula regular. O material proporcionou o emprego de uma única linguagem e metodologia durante o desenvolvimento da aula, promovendo a efetiva inclusão. Além disso, serviu como mediador na compreensão de conceitos algébricos relacionados a operações com polinômios de todos os estudantes.

A partir de tal pesquisa, iniciou-se uma reflexão acerca do desenvolvimento cognitivo de estudantes deficientes visuais, e principalmente de conteúdo algébrico, entendendo que esta compreensão possibilita aos professores a elaboração de seus planos de aula de modo mais eficaz e assertivo.

Assim, tendo como sujeitos da pesquisa estudantes com deficiência visual do 7º e 8º ano, séries em que é abordado o maior volume de conteúdos algébricos, definiu-se como *objetivo de pesquisa analisar o desenvolvimento de conceitos algébricos por estudantes deficientes visuais*.

Parte-se da hipótese da similaridade no desenvolvimento cognitivo tanto de estudantes deficientes visuais quanto de estudantes videntes. Embora as vias de acesso às informações sejam diferentes, decorrentes da falta do sentido da visão, os processos de desenvolvimento das funções psíquicas se mantêm.

Para atingir o objetivo geral da pesquisa não foram definidos objetivos específicos, mas sim ações teóricas e metodológicas que contribuissem para realizar as análises e atender ao objetivo geral.

Para a exposição de tais ações e dos resultados atingidos, a estrutura desta dissertação está organizada da seguinte forma:

Na introdução, apresenta-se o objetivo da pesquisa, as motivações e justificativa.

Em seguida, apresenta-se o referencial teórico, disposto em dois capítulos. No capítulo intitulado ‘Condições de inclusão e ensino de alunos

---

[2] Placa emborrachada confeccionada por meio de uma mistura dos materiais Etil, Vinil e Acetato (E.V.A.), encontrada facilmente em papelarias ou lojas de material escolar.

cegos’ se revela um breve panorama da legislação a respeito da educação de pessoas com deficiência, caracterização da deficiência visual, ensino e inclusão de estudantes deficientes visuais, e aspectos da teoria de Vygotsky a respeito do desenvolvimento cognitivo de estudantes deficientes visuais. No capítulo seguinte, ‘Compreensões sobre a álgebra e seu ensino’, são apresentados aspectos específicos sobre a álgebra, seu desenvolvimento na experiência humana histórica e cultural, sua inserção nas diferentes propostas curriculares instituídas no Brasil nos últimos anos, um breve resumo de algumas das principais concepções sobre álgebra e seu ensino bem como a concepção de educação algébrica adotada para esta pesquisa.

A metodologia, no capítulo 4 descreve os procedimentos, ambiente e sujeitos da pesquisa; os procedimentos e instrumentos para registro e coleta de dados, a organização e descrição das intervenções pedagógicas realizadas. A metodologia de análise dos dados que melhor atende a essa proposta é a análise microgenética.

Em seguida, apresentam-se a análise dos dados obtidos, considerando as categorias definidas na metodologia, buscando compreender o pensamento dos estudantes em cada uma das situações trabalhadas. E como último capítulo, as conclusões possíveis, baseando-se nas análises realizadas.

Tendo como objetivo de pesquisa analisar o desenvolvimento de conceitos algébricos por estudantes deficientes visuais, considera-se que o foco das situações seja a compreensão dos diferentes empregos das variáveis, reconhecimento das propriedades da igualdade e da variação de grandezas direta e inversamente proporcionais assim, pretende-se desconsiderar, nesta pesquisa, a utilização de técnicas e procedimentos de resolução de equações por meio da álgebra simbólica.

Espera-se que os resultados desta pesquisa auxiliem o trabalho dos professores de matemática na elaboração de suas aulas, a partir de uma melhor compreensão do desenvolvimento cognitivo de seus estudantes, contribuindo assim, para um ensino de Matemática igualitário, eficaz, acessível, de qualidade a todos e que as limitações impostas pela deficiência visual possam ser contornadas possibilitando que a inclusão escolar ocorra efetivamente.

2 CONDIÇÕES DE INCLUSÃO E ENSINO DE ALUNOS CEGOS

Para que seja possível compreender o processo de inclusão de deficientes visuais na escola, é importante conhecer o modo como a legislação sobre este tema vem avançando ao longo dos anos. Em seguida, neste capítulo, se discorre sobre o que caracteriza essa deficiência além de identificar as principais diferenças entre pessoas consideradas como baixa visão ou cegas. A revisão de literatura revela o que se entende atualmente por educação inclusiva, as principais dificuldades enfrentadas e o que o professor pode fazer para contribuir com uma inclusão efetiva de seus estudantes. E por fim, são destacadas as principais ideias de Vygotsky a respeito do desenvolvimento cognitivo dos estudantes, mais especificamente dos deficientes visuais. Destaca-se que a compreensão destes elementos servirá como orientação para a análise dos dados obtidos.

2.1 LEGISLAÇÃO

Ao longo da história, o tratamento aos deficientes passou por grandes mudanças, foi do simples descaso ao assistencialismo, o que pode ser observado pelo estudo de políticas públicas nacionais e internacionais, que vêm tentando modificar esse cenário enfatizando direitos e igualdade de condições.

Em 1961, utilizando-se do termo ‘Educação de Excepcionais’, é fixado o documento Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) (lei n° 4.024) (BRASIL, 1961) estabelecendo que, sempre que possível, a educação de excepcionais deve ser realizada em iguais condições dos demais, a fim de gerar integração com a comunidade.

Em 1971 é fixada as Diretrizes e Bases para o ensino de 1º e 2º graus (lei n° 5.692) (BRASIL, 1971) que, referindo-se aos estudantes deficientes como ‘alunos que apresentem deficiências físicas ou mentais’, garante tratamento especial aos mesmos, sendo tal tratamento de acordo com as normas fixadas pelos competentes Conselhos de educação (BRASIL, art.9, 1971)

Em 1975, em Assembleia Geral da Organização das Nações Unidas, estabeleceu-se a Declaração dos Direitos das Pessoas Deficientes (ONU, 1975), que estende explicitamente às Pessoas com Deficiência (PcD) os direitos proclamados na Declaração Universal dos Direitos Humanos (1948).

No Brasil, apesar da LDB já tratar do assunto, é com a Constituição Federal de 1988 que a Educação Inclusiva ganha destaque, incorporando em seu artigo 208, como dever do estado o atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência, sendo preferencialmente na rede regular de ensino (BRASIL, 1988).

Em nível internacional, a educação de PcD começa a ter maior visibilidade a partir da Conferência Mundial sobre Educação para Todos (1990), realizada em Jontiem – Tailândia, que visava a satisfação das necessidades básicas de aprendizagem de todos, em especial as minorias. Em relação às PcD cita:

> Art.3 As necessidades básicas de aprendizagem das pessoas portadoras de deficiências requerem atenção especial. É preciso tomar medidas que garantam a igualdade de acesso à educação aos portadores de todo e qualquer tipo de deficiência, como parte integrante do sistema educativo. (JOMTIEN, 1990).

Entretanto, é na Conferência Mundial de Educação Especial (1994), em assembleia na cidade de Salamanca – Espanha, com o estabelecimento da Declaração de Salamanca sobre princípios, políticas e práticas na área das necessidades educacionais especiais (NEE) que a educação inclusiva ganha espaço e atenção de 88 governos e 25 organizações internacionais, que na ocasião reafirmaram compromisso com a Educação para Todos, reconhecendo como necessária a inclusão no sistema regular de ensino para as pessoas com NEE.

A Declaração de Salamanca afirma que, cabe ao governo adotar a inclusão com força de lei, a fim de matricular todas as crianças em escolas regulares, com exceção apenas de casos específicos, que forcem a agir de maneira diferenciada ou que fique comprovado a necessidade em nome do bem-estar da criança. O documento ressalta que, os sistemas educacionais devem levar em consideração a diversidade de características e necessidades de todos os estudantes, estando preparados para recebê-los, proporcionando educação de qualidade, centrada na criança.

Como consequência da Educação para Todos e da Declaração de Salamanca, as novas Diretrizes e Bases da educação nacional (Lei nº 9394) (BRASIL, 1996), ratificam o capítulo V sobre educação especial antes limitada à faixa de 0 a 6 anos, estendendo a todos os que dela necessitem, sem limite de idade. Além disso, o documento adota o termo ‘Educação Especial’, agora se referindo também àqueles com transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação e também explicita a integração do aluno na rede regular de ensino.

> Art. 58. Entende-se por educação especial, para os efeitos desta Lei, a modalidade de educação escolar oferecida preferencialmente na rede regular de ensino, para educandos portadores de necessidades especiais. (BRASIL, 1996).

Em 1998 foi redigido o documento Parâmetros Curriculares Nacionais: Adaptações Curriculares (PCN-AC), com propostas de adequações curriculares como: alterações nos objetivos, no tratamento e desenvolvimento de conteúdos, no processo avaliativo e no tempo e organização dispensada aos conteúdos, cuja finalidade é subsidiar a prática docente e auxiliar na aprendizagem dos estudantes. Referente à inclusão, o documento ressalta que:

> O acesso à escola extrapola o ato da matrícula e implica apropriação do saber e das oportunidades educacionais oferecidas à totalidade dos alunos com vistas a atingir as finalidades da educação, a despeito da diversidade na população escolar. (BRASIL, 1998, p. 15).

As adaptações propostas no documento levam em consideração as qualidades, capacidades e potencialidades da criança, não se baseiam mais, como até então ocorria, em suas limitações e deficiências. Compreende-se que:

> As adaptações curriculares são medidas pedagógicas adotadas em diversos âmbitos: no nível do projeto pedagógico da escola, da sala de aula, das atividades e, somente quando absolutamente necessário, aplicam-se ao aluno individualmente. (BRASIL, 1998, p. 59).

Mais recentemente, foi instituído por meio da lei nº 13.146 (BRASIL, 2015), o Estatuto da Pessoa com Deficiência, que em seu capítulo IV discursa sobre o direito à educação fazendo referência ao termo inclusão. Em seu artigo 28, faz-se responsabilidade do governo incentivar e proporcionar pesquisas, visando o desenvolvimento de novas tecnologias e materiais que auxiliam no ensino de pessoas com deficiência, além de proporcionar a formação adequada de professores para a educação especial.

Atualmente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) preza pela igualdade, diversidade e equidade, em relação à educação inclusiva, cita:

> Igualmente, requer o compromisso com os alunos com deficiência, reconhecendo a necessidade de práticas pedagógicas inclusivas e de diferenciação curricular, conforme estabelecido na Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência. (BRASIL, 2018, p. 16).

Destaca-se que, além dos documentos e leis aqui citados, há ainda outros tantos, a nível internacional, nacional, e específicos a cada rede de ensino, que não serão aqui detalhados ou aprofundados, considerando o objetivo da pesquisa.

O estudo sobre as variações de terminologias adotadas na educação especial, revela suas diversas mudanças ao longo dos anos, sendo que atualmente, o termo 'aluno com necessidades educacionais específicas' é o mais utilizado, abrangendo assim não apenas aquele com alguma deficiência, mas também a superdotação, altas habilidades e qualquer outra necessidade educacional, considerando assim que a inclusão deve ocorrer de forma integral em uma sala de aula regular, de modo que cada estudante é único não apenas fisicamente, mas também, em seu modo de aprendizagem.

Apesar de o termo inclusão ser amplo e, portanto, apresentar um vasto campo de estudo dentro de cada especificidade, considera-se como foco desta pesquisa a inclusão dos deficientes visuais e suas necessidades específicas.

2.2 A DEFICIÊNCIA VISUAL

A visão é um dos sentidos de grande importância na relação do indivíduo com o mundo exterior. Além de organizar as informações captadas por outros sentidos, serve como um elo, permitindo associar som, odor, sabor e percepção tátil à imagem.

O termo deficiência ou deficiente é ainda carregado de pré-conceitos, sendo algumas vezes evitado.

> Muitos consideram que a palavra ‘deficiente’ tem um significado muito forte, carregado de valores morais, contrapondo-se a ‘eficiente’. Levaria a supor que a pessoa deficiente não é capaz; e, sendo assim, então é preguiçosa, incompetente e sem inteligência. A ênfase recai no que falta, na limitação, no ‘defeito’, gerando sentimentos como desprezo, indiferença, chacota, piedade ou pena. (BRASIL, 2000, p. 5).

Por outro lado, tais sentimentos trazem consigo atitudes carregadas de paternalismo e assistencialismo, como se as pessoas que possuem alguma deficiência sejam incapazes de estudar, trabalhar, relacionar-se socialmente e afetivamente com outras pessoas. Entretanto, conhecendo pessoas com as mais variadas deficiências, vê-se que é possível manter uma vida normal, com as mais diversas experiências, contando com algumas adaptações.

A fundação Dorina Nowill para cegos[3], define deficiência visual quando há perda total ou parcial, congênita, quando ocorre desde o nascimento, ou adventícia (ou adquirida), quando ocorre após o nascimento decorrente de causas orgânicas ou acidentais.

O nível de capacidade visual varia desde a cegueira total até a visão total, assim, a expressão ‘deficiência visual’ se refere ao espectro que vai da cegueira até a visão subnormal (ou baixa visão) (BRASIL, 2000).

Segundo a fundação Dorina Nowill, a cegueira é caracterizada quando há perda total de visão ou pouquíssima capacidade de enxergar, de modo que, haja a necessidade da utilização do Sistema Braille como meio de leitura e escrita.

Já a baixa visão, ainda de acordo com a fundação, caracteriza-se pelo comprometimento de 60% ou mais da visão no melhor olho, mesmo após tratamento ou correção. Entretanto, neste caso há a possibilidade de leitura de textos impressos, desde que sejam ampliados ou que haja a utilização de recursos óticos especiais.

Sá, Campos e Silva (2007) definem estes dois grupos como:

---

[3] Fundação Dorina Nowill para cegos. A Fundação Dorina (que leva o nome de sua idealizadora, Dorina de Gouvêa Nowill) oferece serviços especializados aos deficientes visuais e suas famílias, nas áreas de educação especial, reabilitação, clínica de visão subnormal e empregabilidade. Site: https://www.fundacaodorina.org.br/. Acesso em 10 de maio de 2019.

> A cegueira é uma alteração grave ou total de uma ou mais das funções elementares da visão que afeta de modo irremediável a capacidade de perceber cor, tamanho, distância, forma, posição ou movimento em um campo mais ou menos abrangente. (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007, p. 15).

E em relação à baixa visão

> A definição de baixa visão (ambliopia, visão subnormal ou visão residual) é complexa devido à variedade e à intensidade de comprometimentos das funções visuais. Essas funções englobam desde a simples percepção de luz até a redução da acuidade e do campo visual que interferem ou limitam a execução de tarefas e o desempenho geral. (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007, p. 16).

A acuidade visual é a distância em que um objeto é visto no campo visual e a amplitude é a abrangência do ângulo da visão em que os objetos são focalizados (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007).

O documento intitulado Parâmetros Curriculares Nacionais: Adaptações Curriculares (PCN-AC) de 1998 define deficiência visual como:

> A redução ou perda total da capacidade de ver com o melhor olho e após a melhor correção ótica. Manifesta-se como: Cegueira: perda da visão, em ambos os olhos, de menos de 0,1 no melhor olho após correção, ou um campo visual não excedente a 20 graus, no maior meridiano do melhor olho, mesmo com o uso de lentes de correção. Sob o enfoque educacional, a cegueira representa a perda total ou o resíduo mínimo da visão que leva o indivíduo a necessitar do método Braille como meio de leitura e escrita, além de outros recursos didáticos e equipamentos especiais para a sua educação; Visão reduzida**:** acuidade visual dentre 6/20 e 6/60, no melhor olho, após correção máxima. Sob o enfoque educacional, trata-se de resíduo visual que permite ao educando ler impressos a tinta, desde que se empreguem recursos didáticos e equipamentos especiais. (BRASIL, 1998, p. 26).

Até algum tempo atrás não havia a definição de baixa visão, não era considerada a existência de resíduos visuais, assim, a pessoa era tratada como cega (perda de visão total) ou vidente (visão total). Entretanto, recentemente foram desenvolvidas técnicas que auxiliam no trabalho com os resíduos, melhorando significativamente a qualidade de vida destas pessoas (BRASIL, 2000).

Sá, Campos e Silva (2007) ressaltam que a baixa visão muitas vezes está relacionada ao estado emocional da pessoa, por exemplo, a condição visual de uma pessoa pode se modificar caso esta apresente um estado emocional alterado, tanto para a felicidade quanto para a tristeza. Outra situação que pode afetar a visão são as condições do ambiente, algumas pessoas baixa visão relatam terem mais dificuldade de enxergar sob a incidência de luz forte, seja de fonte natural ou artificial.

Caso a deficiência afete apenas um dos olhos, o outro assume as funções visuais sem causar transtornos significativos ao uso eficiente da visão (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007).

Ao contrário do que pode se pensar, os sentidos têm mesmas características e potencialidades em todos os seres humanos, na falta ou deficiência de algum não há compensação em outro. Ocorre que, há um maior estímulo e, portanto, desenvolvimento dos demais sentidos, funcionando de forma complementar uns aos outros (VYGOTSKY, 1997). Ou seja, um sentido não substitui outro, mas trabalha de forma a acrescentar aos demais.

No indivíduo cego, a habilidade de compreender, interpretar e assimilar uma informação está diretamente relacionada à variedade de experiências, qualidade de material, clareza e simplicidade da informação. Portanto, desde que tenham os recursos didáticos e adaptações necessárias, não há um impedimento para que o ensino de deficientes visuais ocorra separado dos demais estudantes que se encontrem no mesmo nível escolar.

2.3 O ESTUDANTE DEFICIENTE VISUAL E A ESCOLA INCLUSIVA

A partir da década de 1990, percebeu-se grande empenho de se inserir cada vez mais os estudantes com deficiência na rede regular de ensino. Houve uma mudança na perspectiva da educação para estudantes com necessidades educacionais especiais, neste momento, não cabe mais ao estudante com deficiência se adequar ao sistema de ensino, mas sim, o sistema de ensino é que se adequa às necessidades dos estudantes, surgindo assim, o que denomina-se de inclusão, onde não basta apenas inserir a criança no meio escolar, mas também integrá-la, aceitando e valorizando as diferenças de cada um (REIS, 2010).

Entende-se por escola inclusiva aquela em que todos estão em sala de aula regular, recebendo oportunidades e apoios necessários. É necessário levar em consideração a diversidade presente no mundo, pois, até mesmo aquela criança sem qualquer deficiência, se difere das demais. Deste modo, a escola inclusiva vê cada educando como um ser único, oferecendo meios para que o mesmo desenvolva suas potencialidades individuais. É necessário valorizar a diversidade, pois a partir dela, se aprende e fortalece o grupo de convívio.

O processo de inclusão acontece de maneira gradual. Contando com a participação do próprio estudante, é possível entender melhor o que é necessário na organização do ensino. Deste modo, o professor poderá compreender suas dificuldades e potencialidades, compreender seu dia a dia e investigar o que já é de seu conhecimento, assim, professor e estudante aprendem juntos. Neste sentido, para Mantoan (2003):

> Confirma-se, ainda, mais uma razão de ser da inclusão, um motivo a mais para que a educação se atualize, para que os professores aperfeiçoem as suas práticas e para que escolas públicas e particulares se obriguem a um esforço de modernização e de reestruturação de suas condições atuais, a fim de responderem às necessidades de cada um de seus alunos, em suas especificidades, sem cair nas malhas da educação especial e de suas modalidades de exclusão. (MANTOAN, 2003, p. 30).

A inclusão vai muito além da simples garantia à vaga na escola regular. Para Mantoan (2003):

> Não adianta, contudo, admitir o acesso de todos às escolas, sem garantir o prosseguimento da escolaridade até o nível que cada aluno for capaz de atingir. Ao contrário do que alguns ainda pensam, não há inclusão, quando a inserção de um aluno é condicionada à matrícula em uma escola ou classe especial. (MANTOAN, 2003, p. 31).

Os conteúdos escolares privilegiam o processo de visualização em todas as áreas do conhecimento (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007), mapas, gráficos, tabelas, imagens, esculturas, símbolos, letras e números estão presentes no cotidiano escolar dos estudantes. Para aqueles que possuem uma deficiência visual torna-se praticamente impossível acompanhar as explicações dos professores, assim, estes alunos, além das adaptações de materiais,

> Necessitam de um ambiente estimulador, de mediadores e condições favoráveis à exploração de seu referencial perceptivo particular. [...] Devem ser tratados como qualquer educando no que se refere aos direitos, deveres, normas, regulamentos, combinados, disciplina e demais aspectos da vida escolar. (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007, p. 14).

Isso não implica que estes estudantes recebam privilégios e proteção desnecessários dos professores ou equipe pedagógica, pois este tipo de tratamento pode gerar dependência e insegurança no estudante, e suas potencialidades podem acabar sendo minimizadas.

O trabalho com estudantes com baixa visão baseia-se principalmente na estimulação dos resíduos visuais e dos demais sentidos, além disso, o apoio na superação de conflitos emocionais, psicológicos e sociais que podem alterar o potencial da visão, é muito importante. Um ambiente de calma, encorajamento e confiança contribuirá positivamente para a eficiência na melhor utilização da visão potencial (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007).

Para que haja tal estímulo, o professor pode gerar interesse no estudante para a utilização de seu potencial visual, assim, sugere-se que as atividades propostas motivem a sua participação, de modo que o estudante tome a iniciativa e autonomia na realização das tarefas. A visão não se desgasta com a utilização, portanto, pode-se incentivar sua utilização em todo tipo de tarefa.

Para o trabalho com os estudantes cegos, é importante que o professor considere que tais estudantes possuem dois tipos de conceitos:

> 1) Aqueles que têm significado real para elas [crianças cegas] a partir de suas experiências.
> 2) Aqueles que fazem referência a situações visuais, que embora sejam importantes meios de comunicação, podem não ser adequadamente compreendidos ou decodificados e ficam desprovidos de sentido. Nesse caso, essas crianças podem utilizar palavras ou expressões descontextualizadas, sem nexo ou significado real. (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007, p. 21).

Portanto, para que os conceitos que serão ensinados pelo professor façam sentido à criança, os exemplos e atividades necessitam de contextualizações, para isso, além do professor conhecer seu aluno, o comportamento exploratório e o relacionamento com os demais colegas podem ser incentivados, assim, o estudante receberá mais informações sobre o ambiente, aumentando a percepção e compreensão global do que o cerca.

Faz-se tarefa do professor, buscar estímulos e instrumentos adequados, a fim de que os estudantes possam ter acesso ao conhecimento a partir de intervenções e interações. Privilegiar um ensino que gere autonomia ao educando auxilia o estudo e a realização das atividades propostas sem a necessidade de ajuda constante, na maioria das vezes na incapacidade de reconhecer as potencialidades do estudante, o professor acaba por provocar uma excessiva dependência (REIS, 2010).

Algumas medidas tomadas pelo professor auxiliam no processo de ensino-aprendizagem do estudante deficiente visual, sendo elas: sentar o estudante próximo do quadro; explicar, com palavras, as tarefas a serem realizadas; estimular o uso de recursos óticos e não óticos (conforme indicação médica); evitar iluminação excessiva bem como reflexo de qualquer tipo sob o estudante; adaptar materiais e conteúdos de acordo com a condição visual do estudante; caso necessário, conceder maior tempo para a realização das atividades; certificar-se de que o material utilizado é compreensível ao estudante.

> Algumas atividades predominantemente visuais devem ser adaptadas com antecedência e outras durante a sua realização por meio de descrição, informação tátil, auditiva, olfativa e qualquer outra referência que favoreçam a configuração do cenário ou do ambiente. (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007, p. 25).

O estímulo à utilização dos demais sentidos favorece uma aprendizagem significativa, pois estes são importantes canais de entrada de dados e informações que serão levadas ao cérebro (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007).

Para que haja inclusão do estudante deficiente visual na escola é necessário que a deficiência seja tratada de modo natural tanto pelo professor quanto pelos demais estudantes. É interessante promover uma conversa com toda a turma, para que sejam respondidos os questionamentos sobre a deficiência. Ao estudante deficiente visual sugere-se que haja um reconhecimento do ambiente físico, para que este compreenda a disposição de móveis, paredes, portas, e outros; as portas precisam ficar completamente abertas ou fechadas e qualquer modificação do ambiente ser imediatamente informada a fim de evitar acidentes; aos demais estudantes e professores sugere-se que a comunicação gestual seja evitada quando na presença do estudante deficiente visual, assim evita-se perda ou má compreensão de informações.

No ensino de matemática, não há estudos que comprovem a incapacidade do deficiente visual no aprendizado de determinado conteúdo. Entretanto, por apresentar gráficos, tabelas, números, formas geométricas e etc., considera-se uma disciplina com grande necessidade visual do modo como seus conceitos são regularmente ensinados, assim, para o ensino a deficientes visuais, necessita-se de alguns recursos.

Alguns materiais concretos com grande potencialidade de ensino dos conteúdos matemáticos são: Multiplano[4], material dourado, escala cuisenaire, soroban, ábaco, entre outros. Além disso, quanto ao trabalho com estudantes deficientes visuais, o professor regente ou mesmo o professor da sala multifuncional podem criar com papel, cartolina, fios, botões, E.V.A., e materiais com as mais diversas texturas os recursos didáticos necessários.

Apesar dos diversos materiais utilizáveis no ensino a estudantes deficientes visuais, se reforça o fato de que a inclusão não está condicionada somente à utilização de materiais e metodologias de ensino diferenciadas, mas também a uma integração e participação destes estudantes nas demais atividades do grupo em que está inserido. A adaptação de um material para o estudante com deficiência visual não garante a sua inclusão.

Nos dias atuais, não é possível simplesmente ignorar a presença de um estudante com necessidades educacionais específicas em sala de aula. Para Reis (2010) a inclusão já não é mais uma necessidade, mas sim, algo essencial para o pleno desenvolvimento dos estudantes como cidadãos, pois representa integração e socialização dos indivíduos com deficiência.

Para que ocorra esse processo de inclusão, como exposto anteriormente, é necessário antes compreender de que modo se dá o desenvolvimento cognitivo de tais estudantes, para que o professor possa dar o melhor encaminhamento à suas aulas e proporcionar os recursos didáticos

[4] O Multiplano é um material didático destinado a auxiliar o aprendizado da matemática e estatística. É possível adotar uma perspectiva de educação regular e/ou inclusiva, que possibilita o manuseio por todos os estudantes, sendo possível compreender diversos conteúdos por meio da visão e ou do tato. É constituído por um tabuleiro retangular operacional no qual são encaixados pinos, fixados elásticos, hastes de corpo circular, etc. para aprender e compreender por meio da visão e ou do tato. Site O Multiplano. Disponível em: http://multiplano.com.br/como-funciona/. Acesso em: 01 de março de 2020.

necessários à compreensão e desenvolvimento de seus alunos. Assim, tendo como sujeitos desta pesquisa os estudantes deficientes visuais, será visto a seguir de que forma ocorre o desenvolvimento de tais estudantes sob a perspectiva do pesquisador Vygotsky.

2.4 O DESENVOLVIMENTO COGNITIVO DO ESTUDANTE DEFICIENTE VISUAL NA PERSPECTIVA VYGOTSKYANA

Um dos principais objetivos das pesquisas de Vygotsky [5] está na compreensão do processo de formação de conceitos. Para isso, Vygotsky apresenta uma diferença entre o que denomina como conceitos espontâneos e científicos, uma vez que as vias de desenvolvimento de tais conceitos não coincidem (VYGOTSKY, 2001) apesar de serem “processos intimamente interligados exercendo influencia um sobre o outro” (VYGOTSKY, 2001, p. 261). Os espontâneos são aqueles adquiridos pela experiência pessoal da criança[6] em contato com objetos, fatos, fenômenos, entre outros. Por sua vez, por conceitos científicos consideram-se aqueles sistematizados, adquiridos por meio de um processo de ensino intencional seguindo uma metodologia específica como aqueles adquiridos em sala de aula e aceitos pela comunidade científica (MAMCASZ-VIGINHESKI et al., 2017).

Os conceitos espontâneos na criança “começam na esfera do concreto e do empírico, vão da coisa ao conceito” (SFORNI, 2004, p. 78). A criança inicialmente não toma consciência dos conceitos com que opera, apesar de fazê-lo corretamente, mas de modo inconsciente. “A atenção nele contida está sempre orientada para o objeto nele representado e não para o próprio ato de pensar que o abrange” (VYGOTSKY, 2001, p. 290).

> Por exemplo, quando a criança pequena utiliza a palavra “pai”, mesmo que a use em contextos adequados, não tem consciência de que a

---

[5] Nas obras consultadas como referência a este artigo, o nome de Lev Semyonovich Vygotsky apresenta-se em diferentes grafias, porém, aqui se optou pela padronização da mesma. Nas referências desta dissertação o leitor poderá consultar as grafias originais a cada obra.

[6] No seguinte trecho do livro ‘A construção do pensamento e da linguagem’: “[...] mas o objetivo também existe tanto nas crianças em idade pré-escolar quanto na criança de tenra idade, embora nem esta, nem a pré-escolar, nem uma criança com idade inferior aos doze anos [...]” (VYGOTSKY, 2001, p. 157), Vygotsky nos leva a crer que, ao referir-se à ‘criança’ está considerando aquela até 12 anos de idade.

> mesma representa uma determinada relação de parentesco. O uso que faz do termo está vinculado à pessoa, ao objeto, à coisa em si e não propriamente ao conceito. (SFORNI, 2004, p. 78).

Por sua vez, os conceitos científicos começam na esfera da consciência e da intencionalidade e se firmam na experiência pessoal e no concreto. É um conhecimento que se adquire em um momento organizado com o propósito de se ensinar e aprender. Segundo Sforni (2004), os conceitos científicos não interagem diretamente com o objeto, mas são mediados por outros conceitos.

Vygotsky (2001) considera importante a diferença entre conceitos espontâneos e científicos para desenvolvimento intelectual da criança.

> [...] se o caminho do desenvolvimento dos conceitos científicos repetisse, no essencial, o caminho do desenvolvimento dos espontâneos, o que trariam de novo a aquisição e o sistema de conceitos científicos ao desenvolvimento intelectual da criança? Só o aumento, só a ampliação do círculo de conceitos, só o enriquecimento do seu vocabulário. (VYGOTSKY, 2001, p. 351).

Mais especificamente, a tomada de consciência em relação aos conceitos proporciona uma elevação no nível de desenvolvimento psíquico do sujeito. "Se o indivíduo consegue converter a percepção, a memória, a atenção [...] em objetos da própria consciência, pode dominá-los" (SFORNI, 2004, p. 81). É necessário ressaltar que é a sistematização na organização dos conceitos, principal diferença entre conceitos científicos e espontâneos, que permite essa tomada de consciência.

Pela potencialidade dos conceitos científicos em promover o desenvolvimento psíquico, é que estes são relevantes para a pesquisa. Vygotsky considera:

> Um conceito é mais do que a soma de certos vínculos associativos pela memória, é mais do que um simples hábito mental; é um ato real e complexo de pensamento que não pode ser aprendido por meio de simples memorização, só podendo ser realizado quando o próprio desenvolvimento mental da criança já houver atingido o seu nível mais elevado. (VYGOTSKY, 2001, p. 246).

Em termos psicológicos, um conceito é um ato de generalização, não estável, que se encontra dentro de um sistema hierárquico, assim, pode evoluir numa espécie de transição de uma generalização à outra mais elevada.

> [...] quando uma palavra nova, ligada a um determinado significado é apreendida pela criança, o seu desenvolvimento está apenas começando; no início ela é uma generalização do tipo mais elementar que, à medida que a criança se desenvolve, é substituída por generalizações de um tipo cada vez mais elevado, culminando o processo na formação dos verdadeiros conceitos. (VYGOTSKY, 2001, p. 246).

Apesar dessa ideia de generalização, Vygotsky não vê o conceito como algo puramente abstrato, distante da realidade concreta.

> O verdadeiro conceito é a imagem de uma coisa objetiva em sua complexidade. Apenas quando chegamos a conhecer o objeto em todos os seus nexos e relações, apenas quando sintetizamos verbalmente essa diversidade em uma imagem total mediante múltiplas definições, surge em nós o conceito. O conceito, segundo a lógica dialética, inclui não apenas o geral, mas também o singular e o particular. (VYGOTSKY, 1996, p. 78, tradução nossa)[7].

Um conceito não pode ser simplesmente memorizado, seu desenvolvimento requer o desenvolvimento de processos psicológicos elevados como: a atenção arbitrária, a memória lógica, a abstração, a comparação e a discriminação (VYGOTSKY, 2001). Assim, torna-se fracassada a tentativa de ensino de conceitos quando realizada de forma indiscriminada. “[...] em tais casos, a criança não assimila o conceito, mas a palavra, capta mais de memória que de pensamento e sente-se impotente diante de qualquer tentativa de emprego consciente do conhecimento assimilado” (VYGOTSKY, 2001, p. 247).

Entretanto, isso não significa que para a aquisição de conceitos científicos é necessário esperar que a criança atinja determinado nível de desenvolvimento, pelo contrário, “é no processo de aprendizagem desses conceitos que está a potencialidade desse desenvolvimento” (JUNIOR, 2014. p. 71). Por outro lado, apesar das vias de desenvolvimento dos conceitos espontâneos e científicos serem diferentes, o ensino do segundo não deve ser tratado como um prolongamento nem dissociado do primeiro.

[7] El verdadero concepto es la imagen de una cosa objetiva en su complejidad. Tan solo cuando llegamos a conocer el objeto en todos sus nexos y relaciones, tan sólo cuando sintetizamos verbalmente esa diversidad en una imagen total mediante múltiples definiciones, surge en nosotros el concepto. El concepto, según la lógica dialéctica, no incluye únicamente lo general, sino también lo singular y lo particular. (VYGOTSKY, 1996, p. 78).

> O conteúdo não pode ser ensinado sem estabelecer vínculos com os conceitos espontâneos da criança, como se fazia na escola tradicional. Em outras palavras, a escola deve levar em consideração a zona de desenvolvimento próximo. (JUNIOR, 2014, p. 90).

Por zona de desenvolvimento próximo ou potencial, como utilizado por Vygotsky, entende-se a “diferença entre o nível das tarefas realizáveis com o auxílio dos adultos e o nível das tarefas que podem desenvolver-se com uma atividade independente” (VYGOTSKY, 2010, p. 112). Oliveira (1997) contribui com esclarecimento sobre este conceito.

> A zona de desenvolvimento proximal refere-se, assim, ao caminho que o indivíduo vai percorrer para desenvolver funções que estão em processo de amadurecimento e que se tornarão funções consolidadas, estabelecidas no seu nível de desenvolvimento real. (OLIVEIRA, 1997, p. 60).

A aprendizagem, portanto, segundo Junior (2014), deve iniciar-se a partir da zona de desenvolvimento proximal, nas funções ainda não desenvolvidas totalmente, assim potencializando o desenvolvimento das funções psicológicas superiores.

> Interferindo constantemente na zona de desenvolvimento proximal da criança, os adultos e as crianças mais experientes contribuem para movimentar os processos de desenvolvimento dos membros imaturos da cultura. (OLIVEIRA, 1997, p. 60).

Vygotsky (1991) defende que a socialização da atividade é transformadora no sentido de apresentar maior quantidade de conceitos criados, por adquirirem informações novas no processo de socialização.

> Eis a aprendizagem como atividade transformadora e é mediada por ferramentas que se interpõem entre o sujeito e o objeto das atividades. Além disso, confere valor aos signos e a mediação no processo que ele chama de internalização de conceitos em sua Teoria Histórico-Cultural. (SANTOS; THIENGO, 2016, p. 106).

A aprendizagem está, portanto, relacionada ao desenvolvimento do indivíduo, é “um aspecto necessário e universal do processo de desenvolvimento das funções psicológicas culturalmente organizadas e especificamente humanas” (VYGOTSKY, 1991, p. 61). Embora uma parte do desenvolvimento esteja ligada ao processo de maturação do organismo individual, da espécie humana, é o aprendizado que possibilita certos processos internos, e sem o contato social no ambiente cultural em que o indivíduo está inserido tal desenvolvimento não seria possível (OLIVEIRA, 1997).

Segundo Costa (2006), o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal mostra que “com a ajuda do outro – adultos, professores, colegas mais capazes – a criança terá possibilidades de produzir mais do que produz sozinha” (COSTA, 2006, p. 234).

Oliveira (1997) acredita que a escola tem papel essencial na formação das funções psicológicas superiores dos estudantes uma vez que o aprendizado impulsiona o desenvolvimento. O processo de ensino-aprendizagem deve então partir do nível de desenvolvimento real da criança e ter como ponto de chegada os objetivos estabelecidos no currículo escolar. Para Vygotsky (2001)

> A aprendizagem é, na idade escolar, o momento decisivo e determinante de todo o destino do desenvolvimento intelectual da criança, inclusive do desenvolvimento dos seus conceitos; baseia-se igualmente na suposição de que os conceitos científicos de tipo superior não podem surgir na cabeça da criança senão a partir de tipos de generalização elementares e inferiores preexistentes, nunca podendo inserir-se de fora na consciência da criança. (VYGOTSKI, 2001, p. 262).

Como exposto, a aprendizagem não pode ser considerada uma atividade individual. Da interação social promotora da aprendizagem, três elementos são importantes: o caráter social das atividades, a categoria da atividade e a mediação. “A mediação é feita por meio de objetos, sejam eles materiais ou espirituais (ligados às artes e ao conhecimento), instrumentos ou signos, nas relações construídas entre o sujeito e o objeto ou entre sujeitos” (SANTOS; THIENGO, 2016, p. 106).

É através das mediações sociais no decorrer da história do indivíduo que os conceitos são formados (VYGOTSKY, 1997). Mamcascz-Viginheski et al. ressaltam esta concepção.

> O conceito é parte integrante do processo intelectual usado na comunicação e para o entendimento e a resolução de problemas. Dessa forma, ele é mais que a soma de conexões associativas pela memória. É, sim, uma atividade mental superior, que se dá atrelada à

> história do próprio indivíduo. (MAMCASCZ-VIGINHESKI et al., 2017, p. 871).

Vygotsky enfatiza o diálogo e as diversas funções da linguagem na instrução e no desenvolvimento cognitivo mediado (VYGOTSKY, 1991, p. 87) e evidencia a importância do educador como mediador auxiliando na análise dos processos internos de desenvolvimento necessários para os aprendizados subsequentes (VYGOTSKY, 1991). Mamcascz-Viginheski et al. evidenciam o papel do professor, como educador, neste processo.

> Quando o professor utiliza de instrumentos mediadores, como a linguagem e outros desenvolvidos culturalmente na sociedade, o processo de elaboração de conceitos avança e se constitui a aprendizagem em direção ao desenvolvimento. (MAMCASZ-VIGINHESKI et al., 2017, p. 872).

Desenvolvimento este, derivado também nas funções psicológicas superiores daquelas pessoas que possuem algum tipo de deficiência física, como é o caso da deficiência visual, objeto deste estudo.

Em relação às pessoas com algum tipo de deficiência, Vygotsky focaliza em seu trabalho as possibilidades dos sujeitos, e não suas dificuldades ou limites. Vygotsky reconhece a capacidade que o organismo e o ser humano têm de se transformar e se adaptar aos obstáculos que encontra (COSTA, 2006). “No caso dos cegos todo o organismo se reorganiza para que as funções restantes trabalhem juntas para superar o impedimento” (COSTA, 2006, p. 233). Assim, segundo Costa (2006), Vygotsky nos propõe que “os problemas podem ser uma fonte de crescimento” (COSTA, 2006, p. 233).

> O fato fundamental que encontramos no desenvolvimento agravado pelo defeito é o duplo papel que a insuficiência orgânica desempenha no processo desse desenvolvimento e na formação da personalidade da criança. Por um lado, o defeito é o menor, a limitação, a fraqueza, a diminuição do desenvolvimento; por outra, precisamente porque cria dificuldades, estimula um progresso elevado e intensificado, (VYGOTSKY, 1997, p. 14, tradução nossa)[8].

---

[8] El hecho fundamental que encontramos en el desarrollo agravado por el defecto, es el doble papel que desempeña la insuficiencia orgánica en el proceso de ese desarrollo y de la formación de la personalidad del niño. Por una parte, el defecto es el menos, la limitación, la debilidad, la disminución del desarrollo; por outra, precisamente porque crea dificultades, estimula un avance elevado e intensificado (VYGOTSKY,1997, p.14).

Portanto, “todo defeito cria os estímulos para elaborar uma compensação” (VYGOTSKY, 1997, p. 14, tradução nossa[9]). Essa afirmação é, segundo Vygotsky (1997), a tese central da defectología (estudo do desenvolvimento e da educação da criança com algum tipo de deficiência).

Essa compensação a que Vygotsky se refere não é uma espécie de compensação biológica, em que na falta de um sentido os demais se desenvolvem além de suas capacidades a fim de substituí-lo, mas uma compensação social. Assim, para que o indivíduo consiga ser inserido na sociedade é imposto a ele que este desenvolva determinadas capacidades – como, por exemplo, a comunicação – desse modo, o indivíduo desenvolve as capacidades necessárias por outros caminhos que não seja pelo sentido deficiente (VYGOTSKY, 1997), ou seja, “o funcionamento psíquico das pessoas com deficiência obedece às mesmas leis, embora com uma organização distinta das pessoas sem deficiência” (NUERNBERG, 2008, p. 309).

> [...] o processo de desenvolvimento de uma criança deficiente é condicionado socialmente de uma maneira dupla: a realização social do defeito (o sentimento de inferioridade) é um aspecto do condicionamento social do desenvolvimento; seu segundo aspecto constitui a orientação social de compensação para adaptação às condições do meio, que foram criadas e formadas para um tipo humano normal. (VYGOTSKY, 1997, p. 19, tradução nossa)[10].

Nuernberg (2008) explica a ideia de compensação social a que se refere Vygotsky.

> [...] não se trata de afirmar que uma função psicológica compense outra prejudicada ou que a limitação numa parte do organismo resulte na hipertrofia de outra. A compensação social a que se refere Vigotski consiste, sobretudo, numa reação do sujeito diante da deficiência, no sentido de superar as limitações com base em instrumentos artificiais, como a mediação simbólica. (NUERNBERG, 2008, p. 309).

No que se refere à cegueira, neste caso, não há uma compensação do tato ou da audição como se pode imaginar, a compensação social é centrada na

---

[9] [...] todo defecto crea los estímulos para elaborar una compensación (VYGOTSKY, 1997, p.14).

[10] [...] el proceso de desarrollo de un niño deficiente está condicionado socialmente en forma doble: la realización social del defecto (el sentimiento de inferioridad) es un aspecto del condicionamiento social del desarrollo; su segundo aspecto constituye la orientación social de la compensación hacia la adaptación a las condiciones del médio, que se han creado y se han formado para un tipo humano normal. (VYGOTSKY, 1997, p. 19).

capacidade da linguagem para superar as limitações produzidas pela falta da visão (NUERNBERG, 2008), assim, percebe-se um maior desenvolvimento da atenção, memorização e das atitudes verbais, compensações estas que não se dão por fatores biológicos, mas pela utilização prolongada de tais funções.

Entretanto, uma deficiência nem sempre é parcial ou totalmente compensada, para Vygotsky, manter esta crença é ingenuidade e o conhecimento da direção a se seguir para alcançar tal compensação tem grande importância.

> Acreditar que qualquer defeito será inevitavelmente compensado é tão ingênuo quanto pensar que qualquer doença inevitavelmente termina na recuperação. Antes de tudo, precisamos de clareza de critérios e realismo na avaliação; sabemos que as tarefas da supercompensação de defeitos como cegueira e surdez são enormes, enquanto o fluxo compensatório é fraco e escasso; o caminho do desenvolvimento é extraordinariamente difícil, mas, por isso, é ainda mais importante conhecer a direção certa. (VYGOTSKY, 1997, p. 53, tradução nossa).[11]

Assim, o processo de compensação se dá por duas fontes: a exigência social e a educação (VYGOTSKY, 1997).

Como já citado anteriormente, o desenvolvimento e a aprendizagem se dão essencialmente pela interação do indivíduo com a sociedade, assim, o desenvolvimento da criança não depende apenas do desenvolvimento de seus órgãos sensoriais, mas da apropriação que realiza pelas relações sociais.

> O pensamento coletivo é a fonte principal de compensação das consequências da cegueira. Ao desenvolver o pensamento coletivo, eliminamos a consequência secundária da cegueira, quebramos a cadeia inteira criada em torno do defeito no ponto mais fraco e eliminamos a causa do desenvolvimento incompleto das funções psíquicas superiores na criança cega, exibindo enormes e ilimitadas possibilidades diante dele. (VYGOTSKY, 1997, p. 230, tradução nossa[12]).

[11] Creer que cualquier defecto se compensará ineludiblemente es tan ingenuo como pensar que cualquier enfermedad termina ineludiblemente en la recuperación. Ante todo necesitamos lucidez de criterio y realismo en la valoración; sabemos que las tareas de la supercompensación de tales defectos como la ceguera y la sordera son enormes, mientras que el caudal compensatorio es pobre y escaso; el caminho del desarrollo es extraordinariamente difícil pero, por eso, es tanto más importante conocer la dirección correcta. (VYGOTSKY, 1997, p. 53).

[12] El pensamiento colectivo es la fuente principal de compensación de las consecuencias de la ceguera. Desarrollando el pensamiento colectivo, eliminamos la consecuencia secundaria de la ceguera, rompemos en el punto más débil toda la cadena creada en torno del defecto y eliminamos la propia causa del desarrollo incompleto de las funciones psíquicas superiores em

Para Vygotsky (1997) a falta de visão não gera impedimentos para a aprendizagem do estudante deficiente visual, em essência, para o autor não há diferença no ensino de deficientes visuais e videntes.

> [...] não há diferença essencial entre a educação da criança deficiente e a educação da criança normal. A cegueira e a surdez, do ponto de vista físico, implicam simplesmente a falta de um dos órgãos dos sentidos - como dissemos antes - ou um dos analisadores, como os fisiologistas dizem agora. Isso significa que uma das maneiras pelas quais ocorre o vínculo com o mundo exterior, está faltando e que o caminho ausente pode ser compensado em grande parte por outras formas. (VYGOTSKY, 1997, p. 50, tradução nossa[13]).

Entretanto, teoricamente não se podem eliminar completamente as diferenças no ensino da criança deficiente visual e da vidente, pois, na prática existem algumas implicações no processo de ensino.

> É verdade que a criança cega, [...] do ponto de vista da pedagogia, pode ser, por razões de princípio, equiparada a uma normal; mas alcança a mesma coisa que a criança normal alcança de maneira diferente, por um caminho diferente, com meios diferentes. (VYGOTSKY, 1997, p. 50, tradução nossa[14]).

Ou seja, o estudante cego, por exemplo, conhece as letras, mas não as vê, entretanto as sente com as mãos, não escreve com caneta esferográfica, mas com a reglete e a punção. Não utiliza dos mesmos meios, mas os mesmos princípios que um estudante vidente.

Vygotsky (1997) destaca a importância do conhecimento do professor a respeito das peculiaridades de seus estudantes.

> E para um pedagogo, essa peculiaridade do caminho pelo qual a criança deve ser guiada é particularmente importante. A biografia de

---

el niño ciego, desplegando ante él possibilidades enormes e ilimitadas. (VYGOTSKY, 1997, p.230).

[13] [...] no existe diferencia esencial alguna entre la educación del niño con defecto y la educación del niño normal. La cegueira y la sordera, desde el punto de vista físico, implican simplesmente la falta de uno de lós órganos de los sentidos – como decíamos antes – o de uno de los analizadores, como dicen ahora los fisiólogos. Esto significa que una de las vías mediante las cuales se cierra el nexo com el mundo exterior, falta y que la vía ausente puede ser compensada en enorme medida por otras vías. (VYGOTSKY, 1997, p.50).

[14] Esverdad, que el niño ciego [...], desde el ángulo de la pedagogía, puede ser, por razones de principio, equiparado a uno normal; pero logra lo mismo que logra el niño normal de um modo distinto, por um camino distinto, con medios distintos. (VYGOTSKY, 1997, p.50).

> um cego não é semelhante à de um vidente; é impossível admitir que a cegueira não provoque uma profunda singularidade de toda a linha do desenvolvimento. (VYGOTSKY, 1997, p. 50, tradução nossa[15]).

Tomando conhecimento das peculiaridades de cada estudante, o professor é capaz de utilizar as ferramentas de mediação mais eficazes para cada situação. “Sua educação é marcada pelas percepções de como se organizar para compensar a deficiência visual, serão necessárias adaptações” (SANTOS; THIENGO, 2016, p. 108). Tais adaptações do professor desempenham importante papel, pois auxiliam o estudante a desenvolver suas funções compensatórias.

Contudo, estas adaptações não devem se resumir apenas a adaptações táteis, embora de grande utilidade na maioria das vezes, “apenas exercícios táteis não serão suficientes para que o aluno construa os conceitos necessários” (SANTOS; THIENGO, 2016, p. 108). É, portanto, através das interações sociais, da fala, e dos demais sentidos que o estudante adquire novos conceitos, desenvolvendo suas funções psíquicas superiores.

A partir de tais considerações de Vygotsky a respeito da compreensão do processo de formação de conceitos nos indivíduos, e principalmente nos indivíduos cegos, que os procedimentos de pesquisa serão norteados, estas considerações nos auxiliarão também a compreender a aquisição de conceitos matemáticos, mais especificamente os algébricos, objetivo desta pesquisa.

[15] Y para un pedagogo tiene particular importancia esta peculiaridad del camino por el que se debe guiar al niño. La biografía de un ciego no es similar a la de um vidente; es imposible admitir que la cegueira no provoque una singularidad profunda de toda la línea del desarrollo. (VYGOTSKY, 1997, p.50).

3 COMPREENSÕES SOBRE A ÁLGEBRA E SEU ENSINO

Para apresentar ao leitor a compreensão de conhecimento algébrico e seu ensino, adotada nesta pesquisa, serão apresentadas neste capítulo considerações sobre o desenvolvimento deste campo matemático na experiência histórico-cultural da humanidade, bem como sua importância no desenvolvimento dos sujeitos. Uma breve revisão documental ajuda a compreender como o ensino de conhecimento algébrico se apresenta no currículo escolar. Voltando ao quesito teórico, apresenta-se algumas das diferentes concepções de álgebra e educação algébrica, destacando aquela que servirá de base para o encaminhamento da pesquisa. Por fim, discute-se a importância da educação algébrica para estudantes deficientes visuais, justificando deste modo, o tema desta pesquisa.

3.1 CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA E SEU ENSINO

O desenvolvimento da álgebra pode ser estudado através de diferentes pontos de partida como ressaltado por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993). Segundo os autores uma primeira leitura considera o ponto inicial para o desenvolvimento da álgebra o momento em que se percebeu que

> O objeto de investigação desse campo do conhecimento matemático ultrapassava o domínio exclusivo do estudo das equações e das operações clássicas sobre quantidades generalizadas, discretas e contínuas, para centrar-se no estudo das operações arbitrariamente definidas sobre objetos abstratos [...], sobre estruturas matemáticas como grupos, anéis, corpos etc. (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 78).

A partir de então, a álgebra divide-se em Álgebra Clássica ou Elementar – com tendência tradicional que considerava a álgebra como aritmética generalizada – e Álgebra Moderna ou Abstrata – com tendência moderna que considerava a álgebra como um sistema simbólico postulacional (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

É possível, também, estudar o desenvolvimento da álgebra baseando-se na contribuição das diversas culturas ao longo da história das civilizações, sendo: álgebra egípcia, babilônica, pré-diofantina, diofantina, chinesa, hindu, arábica, da cultura europeia renascentista entre outras. Estas "diferentes álgebras" não podem ser organizadas em momentos históricos, pois ocorreram em diferentes localidades e tempos e muitas vezes em paralelo umas as outras. O importante aqui é evidenciar as características do pensamento algébrico de cada cultura (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

Outro ponto de partida para o estudo do desenvolvimento da álgebra, de acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), pode ser adotado em função das fases evolutivas da linguagem algébrica, sendo estas: a retórica ou verbal – 'fase em que não se fazia uso de símbolos nem de abreviações para expressar o pensamento algébrico' –, a sincopada – fase surgida com Diofanto da Alexandria com a introdução de um símbolo para a incógnita, utilizando assim, uma forma abreviada para expressar as equações – e a simbólica – onde as ideias algébricas são expressas somente através de símbolos.

Ainda segundo os autores, o método de abordagem das resoluções de equações pode ser dividido de modo a distinguir três grandes períodos do desenvolvimento da álgebra, sendo que: O *período intra-pessoal* – "caracteriza-se como aquele em que, para cada problema, buscava-se um método particular de solução" (p. 81) – o *período interoperacional* – "caracteriza-se pela tentativa de buscar fórmulas de resolução para equações gerais dos diversos graus" (p. 81) – e o *período transoperacional* – que a partir da interferência do cálculo infinitesimal, direcionou as investigações às propriedades dos números (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

Considerando as diferentes vertentes para o desenvolvimento da álgebra, conclui-se de que esta não deve ser reduzida apenas ao estudo das variáveis. E ainda, segundo Usiskin (1995)

> Já não cabe classificar a álgebra apenas como aritmética generalizada, pois ela é muito mais que isso. A álgebra continua sendo um veículo para a resolução de certos problemas, mas também é mais do que isso. Ela fornece meios para se desenvolverem e se analisarem relações. E é a chave para a caracterização e a compreensão das estruturas matemáticas. (USISKIN, 1995, p. 21).

Em relação à impossibilidade de classificação da álgebra apenas como aritmética generalizada Usiskin (1995) buscou considerar outras formas de classificação, considerando principalmente, os diversos usos das letras.

Em cada situação matemática, em que há a utilização de letras em equações, é possível significar de modo diferente o uso das mesmas. Assim, as letras podem assumir caráter de coisa conhecida, incógnita, argumento de uma função, generalizadora de um modelo aritmético, constante ou parâmetro e é claro, “variabilidade”, originando o termo variável (USISKIN, 1995).

Além disso, cada autor possui uma determinada compreensão sobre o termo variável. Por exemplo, Hart (apud USISKIN, 1995) em 1951, define variável como número literal, que pode assumir dois ou mais valores durante uma determinada discussão (p.10). Já nos anos 1990 considerava-se variável como “símbolo que representa indistintamente os elementos de um conjunto” (USISKIN, 1995, p.11).

Para Usiskin, “as finalidades da álgebra são determinadas por, ou relacionam-se com, concepções diferentes da álgebra que correspondem à diferente importância relativa dada aos diversos usos das variáveis”. (USISKIN, 1995, p. 13), assim, considerando tais diferenças quanto à utilização das variáveis, o autor organiza a álgebra em quatro diferentes concepções que geram implicações para o processo de ensino e aprendizagem, conforme segue:

- Álgebra como aritmética generalizada: neste caso, as variáveis são tratadas como generalizadoras de modelos. Nesta concepção cabe ao estudante traduzir e generalizar.
- Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas: as variáveis são consideradas incógnitas ou constantes. Nesta concepção, cabe ao estudante simplificar e resolver.
- Álgebra como estudo de relações entre grandezas: as variáveis mantêm a ideia de variabilidade, argumento, parâmetro. Nesta concepção, cabe ao estudante relacionar grandezas e utilizar-se de gráficos.
- Álgebra como estudo das estruturas: a variável é considerada um sinal arbitrário de uma estrutura estabelecida por certas propriedades. Nesta concepção, cabe ao estudante a manipulação dos símbolos e justificação de procedimentos. (USISKIN, 1995).

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p.82-83) por sua vez não consideram apenas a álgebra simbólica para a classificação de concepções algébricas, mas também o tipo de linguagem adotada e distinguem entre:

- *Concepção processológica* que encara a álgebra como um conjunto de procedimentos (técnicas algorítmicas) que se aplicam à resolução de problemas baseando-se em uma sequência de passos pré-determinados. Não é necessária uma linguagem específica que a expresse.
- *Concepção linguístico-estilística* encara a álgebra como uma linguagem específica criada com a finalidade de expressar de forma sintética os procedimentos de resolução de problemas.
- *Concepção linguístico-sintático-semântica* concebe a álgebra como uma linguagem específica e concisa. Utiliza-se de letras na representação de variáveis, assim, tem a capacidade de efetuar e expressar transformações algébricas estritamente simbólicas.
- *Concepção linguístico-postulacional* também concebe a álgebra como linguagem simbólica, porém, trata os signos com maior nível de abstração e generalização estendendo o domínio da álgebra aos demais campos da matemática. (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

A partir das quatro concepções citadas por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), a saber, processológica, linguístico-estilística, linguístico-sintático-semântica e linguístico-postulacional, os autores relacionaram a elas três concepções de ensino de álgebra, sendo:

- *Linguístico-pragmática* cujo papel pedagógico da álgebra é como instrumento de resolução de problemas. Nessa concepção prevalecem técnicas de “transformismo algébrico”. Entende-se que a reprodução mesmo que mecânica destas técnicas seja suficiente para a resolução de problemas, e estes por sua vez, não precisam estar relacionados ao cotidiano do estudante ou possuir qualquer relevância a ele.
- *Fundamentalista-estrutural* cujo papel pedagógico da álgebra passa a ser o de fundamentador dos campos da matemática escolar. Nessa

concepção destaca-se a fundamentação das propriedades das operações a fim de justificar cada passagem do “transformismo algébrico”.

- *Fundamentalista-analógica* cujo papel da álgebra é como instrumento de resolução de problemas. Apresenta-se como uma síntese das duas concepções anteriores, recupera o valor instrumental da álgebra, entretanto tenta justificar as passagens presentes no “transformismo algébrico” através da geometria. Utilizando recursos visuais, acredita no potencial didático da “álgebra geométrica”.

Entretanto, os autores ressaltam que o ponto didaticamente negativo, comum a estas três concepções, está no fato de reduzirem o pensamento algébrico à linguagem algébrica, ao simbolismo, reduzindo-se ao “transformismo algébrico”.

Contrapondo-se à estas concepções, Moura e Sousa (2009) analisam o desenvolvimento da álgebra do ponto de vista lógico-histórico que, segundo as autoras, organiza-se em estágios: retórico, sincopado, geométrico e simbólico. Ressalta-se o fato de que este desenvolvimento não ocorreu de forma linear, mas que há uma fluência, um movimento entre os estágios.

Moura e Sousa (2009) evidenciam os estágios não simbólicos (retórica, sincopada e geométrica) que precendem a álgebra simbólica, assim, muito antes de se operar com símbolos, como é feito atualmente, houve um momento da história em que o pensamento algébrico era explicado por meio de palavras, fazendo-se uso da ‘variável palavra’ (retórica). Em outro momento, houve-se a necessidade de abreviar tais explicações, utilizando uma mescla de símbolos diversos e palavras, surgindo aí a ‘variável númeral’ (sincopada). Em outro momento, houve a utilização de entes geométricos para explicitar o pensamento, utilizando-se a ‘variável figura’ (geométrica). Com o avanço das álgebras não simbólicas e a necessidade constante de abreviação da escrita, desenvolveu-se de forma gradual a álgebra simbólica utilizada atualmente, com o uso da ‘variável letra’.

Percebe-se que este movimento lógico-histórico da álgebra não simbólica não ocorreu de forma linear, e muito menos em períodos diferentes da história, mas de forma muitas vezes simultânea, em um movimento constante entre os diferentes estágios.

A partir das leituras que embasam as diversas concepções algébricas, percebe-se que, no trabalho com estudantes deficientes visuais, o uso de uma álgebra simbólica pode, em alguns momentos, se tornar um obstáculo epistemológico. Assim, optou-se, no desenvolvimento das situações de pesquisa, pela utilização de álgebras não simbólicas, recorrendo a formas de linguagem natural, sendo as situações propostas, em sua maioria, oralmente, como forma de expressar o pensamento algébrico a ser desenvolvido.

Tendo como objetivo de pesquisa analisar o desenvolvimento de conceitos algébricos por estudantes deficientes visuais, considera-se que o foco das situações seja a compreensão dos diferentes empregos das variáveis, reconhecimento das propriedades da igualdade e da variação de grandezas direta e inversamente proporcionais assim, pretende-se desconsiderar, nesta pesquisa, a utilização de técnicas e procedimentos de resolução de equações por meio da álgebra simbólica.

Educadores matemáticos e psicólogos, afirmam que o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica contribui na formação das funções psicológicas mais desenvolvidas do ser humano (SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014).

> O domínio da álgebra eleva ao nível superior o pensamento matemático, permitindo entender qualquer operação matemática como caso particular de operação de álgebra, facultando uma visão mais livre, mais abstrata e generalizada e, assim, mais profunda e rica das operações com números concretos. (VIGOSTKY, 2000, p. 267).

Ao adotar uma das concepções aqui apresentadas, não é possível ignorar parcial ou totalmente o que vem sendo instituído nos currículos escolares em relação à álgebra. Considera-se, deste modo, a importância em discorrer mais atentamente sobre os documentos norteadores do currículo escolar dos últimos anos, bem como a função dada ao ensino da álgebra em tais documentos.

3.2 ENSINO DE ÁLGEBRA SEGUNDO AS PROPOSTAS CURRICULARES

Considerando que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) é um documento novo, em fase de implementação no currículo escolar, a maioria dos professores ainda considera como principal orientação curricular os documentos anteriores, Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica (BRASIL, 2013) e Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) (BRASIL, 1998). Assim, o panorama aqui apresentado é útil para a compreensão do ensino algébrico adotado e também dos conceitos algébricos desenvolvidos pelos estudantes que estão atualmente nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. E ainda, a abordagem e habilidades propostas pela BNCC, para o ensino de álgebra, bem como as concepções de pesquisadores sobre álgebra e seu ensino, abordadas no item anterior, serão analisadas para a elaboração das situações de ensino apresentadas nas intervenções desta pesquisa.

Uma consulta breve aos principais documentos orientadores do currículo – PCN's, Diretrizes Curriculares e BNCC – revela o modo como é proposto o ensino de álgebra para os anos finais do Ensino Fundamental (6º a 9º ano) nos últimos 20 anos.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) os conteúdos matemáticos estão organizados em 'Blocos de Conteúdos': Números e operações; Espaço e forma; Grandezas e medidas; Tratamento da informação.

Apesar de não haver um bloco específico para a álgebra, esta aparece com grande relevância no bloco Números e Operações juntamente com a aritmética, e mais modestamente, no bloco Grandezas e Medidas relacionando-se com os demais campos (aritmética, geometria e outros). Os PCN's "propõem novo enfoque para o tratamento da álgebra, apresentando-a incorporada aos demais blocos de conteúdos, privilegiando o desenvolvimento do pensamento algébrico e não o exercício mecânico do cálculo" (BRASIL, 1998, p. 60).

No bloco Números e Operações, em relação à álgebra dos anos finais do Ensino Fundamental, é esperado que

> Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio

> de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a sintaxe (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1998, p. 50).

Tais conteúdos auxiliarão a exploração das ideias iniciais do conceito de funções, entretanto, segundo os PCN's, a abordagem formal deste conteúdo deverá ser objeto de estudo no Ensino Médio.

No bloco Grandezas e Medidas, a álgebra aparece na análise de interdependência entre grandezas de modo a expressá-las algebricamente.

As orientações didáticas presentes nos PCN's para o ensino da álgebra valorizam um aprendizado significativo, a partir de observações de regularidades, desconsiderando as manipulações meramente mecânicas. Promove as inter-relações das diferentes concepções algébricas e o avanço do estudante na compreensão das diferentes representações das letras. O documento apresenta um esquema dos diferentes significados atribuído às letras na álgebra de acordo com as suas interpretações. E ainda, sugere atividades e encaminhamentos destacando os conceitos algébricos presentes em cada situação.

Por sua vez, o documento 'Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica' (BRASIL, 2013) dá aos estados a autonomia de elaborarem suas próprias diretrizes curriculares, assim, nesta pesquisa optou-se por analisar as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná (DCE's) (PARANÁ, 2008).

Este documento apresenta um breve histórico do desenvolvimento da álgebra e de sua estruturação como conteúdo matemático. Considera que a matemática não se restringiu apenas à contagem e aplicação prática, ela se desenvolveu também através do pensamento abstrato, avançando em relação ao controle de quantidades e superando a operacionalização aritmética, de modo a surgir um novo ramo dentro da ciência matemática, denominado por álgebra.

> A álgebra é um campo do conhecimento matemático que se formou sob contribuições de diversas culturas. Pode-se mencionar a álgebra egípcia, babilônica, grega, chinesa, hindu, arábica e da cultura europeia renascentista. Cada uma evidenciou elementos característicos que expressam o pensamento algébrico de cada cultura. (PARANÁ, 2008, p. 51).

Nas DCE’s os conteúdos matemáticos estão organizados em ‘Conteúdos Estruturantes’, são eles: Números e Álgebra; Grandezas e Medidas; Geometria; Funções; Tratamento da Informação.

Neste documento, a álgebra tem destaque como Conteúdo Estruturante, além disso, aparece também relacionada ao Conteúdo Estruturante – Funções. Entretanto, para o Ensino Fundamental, o conteúdo ‘Funções’ está presente apenas para o 9º ano.

Para o Ensino Fundamental, o Conteúdo Estruturante – Números e Álgebra se desdobra nos seguintes conteúdos (PARANÁ, 2008): conjuntos numéricos e operações; equações e inequações; polinômios; proporcionalidade.

É possível observar que a álgebra está presente nos quatro grupos de conteúdos. Mais evidentemente nos conteúdos de ‘equações e inequações’ e ‘polinômios’ e ainda se relaciona aos conteúdos ‘conjuntos numéricos e operações’ e ‘proporcionalidade’, quando se refere às propriedades das operações e generalizações de padrões aritméticos e variação de grandezas.

O texto das DCE’s preza que, no Ensino Fundamental, haja uma articulação entre a álgebra e os números, assim, espera-se que o estudante:

> Compreenda o conceito de incógnita; realize a escrita de uma situação problema na linguagem matemática; reconheça e resolva equações numéricas e algébricas, inequações, sistemas de equações; diferencie e realize operações com monômios, binômios, trinômios e polinômios; equações quadradas, biquadradas e irracionais. (PARANÁ, 2008, p. 52).

Nas últimas páginas do documento é apresentada uma tabela dividida por ano escolar (6º ao 9º ano), relacionando cada um dos conteúdos estruturantes, seus respectivos conteúdos básicos e capacidades do estudante que serão avaliadas em cada item para o nível de ensino correspondente. Apesar de incentivar um ensino significativo onde os conteúdos estruturantes se relacionem, não há um encaminhamento ao professor sobre como proceder desse modo e, além disso, apesar da tabela especificar de forma clara e direta os conteúdos que o professor terá de trabalhar com seus estudantes e as capacidades que deverão ser desenvolvidas, fica a impressão de que os conteúdos deverão ser tratados de forma isolada, por itens.

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), documento orientador de currículo mais recente, apresenta um enfoque ainda maior à álgebra tornando-a como ‘Unidade Temática’ juntamente com Números, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística.

Adota uma concepção de ensino com autonomia, de modo que o estudante desempenhe um papel de protagonismo no processo ensino-aprendizagem. Assim, registra-se como uma das competências específicas de matemática para o Ensino Fundamental:

> 3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. (BRASIL, 2018, p. 269).

Na unidade temática ‘Álgebra’, é enfatizada a ideia de equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade, e assim, a principal diferença da BNCC para os documentos aqui já citados, é de que nela incentiva-se o trabalho de algumas dimensões da álgebra já nos primeiros anos do ensino fundamental, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade, mesmo que neste nível tais ideias sejam apresentadas ainda de forma intuitiva.

No que compete à álgebra, os principais objetivos da BNCC para os anos finais do Ensino Fundamental são:

> [...] compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. (BRASIL, 2018, p. 272).

De modo parecido com as DCE’s, a BNCC apresenta uma extensa tabela relacionando as Unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades de cada nível de ensino (1º ao 9º ano). Entretanto especifica as habilidades que o estudante terá que desenvolver para cada um dos objetos de conhecimento.

Por exemplo, a Unidade temática – Álgebra do 6º ano tem como objetos de conhecimento as “propriedades da igualdade” e “problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo” (BRASIL, 2018, p. 40), sendo suas respectivas habilidades:

> (EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
> (EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo. (BRASIL, 2018, p. 41).

Para o 7º ano, a Unidade temática – Álgebra apresenta quatro objetos de conhecimento, sendo:

> (1) Linguagem algébrica: variável e incógnita; (2) Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica; (3) Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais; (4) Equações polinomiais do 1º grau. (BRASIL, 2018, p. 44).

Em relação a estes objetos de conhecimento, apresenta seis habilidades a serem trabalhadas, destacam-se os seguintes:

> (EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
> (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
> (EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas. (BRASIL, 2018, p. 45).

Para o 8º ano, a Unidade temática – Álgebra apresenta seis objetos de conhecimento, sendo:

> (1) Valor numérico de expressões algébricas. (2) Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano. (3) Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano. (4) Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$. (5) Sequências recursivas e não recursivas. (6)

> Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais. (BRASIL, 2018, p. 50).

Em relação a estes objetos de conhecimento, apresenta oito habilidades a serem trabalhadas, entre as quais se destacam:

> (EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representa-la no plano cartesiano.
> (EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas. (BRASIL, 2018, p. 51).

As demais habilidades indicadas para 7º e 8º anos não serão aqui apresentadas uma vez que o objetivo principal de tais habilidades está na álgebra simbólica, no emprego de técnicas e procedimentos para resolução de equações. Já os objetos e habilidades para o 9º ano não serão apresentadas visto que os sujeitos da pesquisa são estudantes do 7º e 8º ano e, portanto, não atingiram tal nível.

O documento não traz de que modo o professor poderá trabalhar tais objetos de conhecimento a fim de relacioná-los entre si e entre as diferentes Unidades temáticas. Entretanto, apesar de não apresentar os objetos de conhecimento e suas respectivas habilidades apenas como uma simples lista, também dá a impressão, assim como as DCE's, de que os conteúdos deverão ser tratados separadamente, de forma desconexa uns dos outros, apesar de trazer essa relação como uns dos objetivos para o ensino de matemática.

3.3 AS PESQUISAS SOBRE O ENSINO DE ÁLGEBRA PARA CEGOS

Para situar esta pesquisa na área acadêmica foi realizado um levantamento bibliográfico para reconhecer as pesquisas existentes sobre a temática desta dissertação. Foram realizadas buscas no período de junho a julho de 2018 em revistas da área de educação matemática classificadas pela Capes com Qualis A1, A2 ou B1 (totalizando dezoito revistas) (Apêndice A). Utilizando as palavras-chaves: deficiente visual; cego; álgebra, obteve-se como resultado ao todo 39 artigos, destes, 11 não apresentaram relação alguma com as palavras-chaves pesquisadas, 27 eram relacionados apenas com as palavras-chave ‘deficiente visual’ e ‘cego’, e apenas um artigo relacionava ‘deficiente visual’ e ‘álgebra’.

Este último, intitulado “Formação de conceitos em Geometria e Álgebra por estudante deficiente visual” (MAMCASZ-VIGINHESKI, et al., 2017), traz como objetivo buscar alternativas para desenvolver conceitos matemáticos em uma estudante cega total. A pesquisa em questão foi fundamentada a partir da Teoria Histórico-Cultural de Vygotsky e as intervenções pedagógicas foram desenvolvidas de modo que a estudante elaborasse conceitos de Geometria e Álgebra relacionados à classificação de figuras geométricas e o cálculo de áreas. Em relação ao conteúdo ‘área’, a estudante pesquisada foi capaz de elaborar o conceito de área pelo método da generalização, representando por a x b, e ainda, com o auxílio de placas retangulares e quadrangulares não graduadas chegou ao conceito de produto e soma de dois termos.

Para Mamcasz-Viginheski et al. (2017), os “estudantes com deficiência frequentando séries do ensino regular podem apresentar desempenho acadêmico suficiente” (MAMCASZ-VIGINHESKI, et al., 2017, p. 868), entretanto, os conteúdos abordados precisam de “adaptações didático-metodológicas que minimizem ou eliminem as dificuldades que possam vir a surgir” (MAMCASZ-VIGINHESKI, et al., 2017, p. 868). Ainda de acordo com as autoras, grande parte dos estudantes não elaboram o conceito, pois “o recebe pronto, contribuindo para o aumento da descrença na matemática, o fracasso e o desinteresse” (p. 868). Como uma das conclusões da pesquisa, as autoras destacam a importância da geometria como elo entre a aritmética e a álgebra na compreensão dos conceitos estudados.

Após a pesquisa realizada em revistas, buscou-se por artigos e dissertações, que trouxessem como palavras-chave ‘ensino de álgebra’, ‘cego’ e ‘deficiente visual’, na plataforma *Google Scholar.* Esta segunda busca se realizou em julho de 2019. Dentre os principais resultados, quatro textos apresentaram relação com os termos da busca, destes, um refere-se à função derivada, conteúdo do ensino superior.

O artigo sob título: ‘A abordagem histórico cultural em sala de aula inclusiva de matemática: o processo de apropriação do conceito da função derivada por um estudante cego' (GONÇALVES, 2015) tem como objetivo geral "observar, descrever e compreender como um estudante cego passa a usar a linguagem, signos, gestos e ainda como se apropria dos conceitos próprios do cálculo, em particular, o de funções derivadas" (GONÇALVES, 2015, p. 1). A pesquisa foi realizada em uma turma de licenciatura em matemática e contou com os recursos de leitor de tela, editor de texto, multiplano e outros tipos de materiais concretos conforme houve a necessidade de adaptações. Ao final constatou-se que o sujeito pesquisado passou a representar gráficos e utilizar termos e rótulos próprios do conteúdo estudado, assim, verificou-se a hipótese inicial do autor sobre a importância do uso de materiais manipuláveis no processo de ensino aprendizagem de matemática por estudantes deficientes visuais. Segundo o autor "os resultados desta pesquisa apontam o potencial que o uso de materiais manipuláveis possui no desenvolvimento das funções superiores" (GONÇALVES, 2015, p. 1). O autor também ressalta a importância da construção pelo estudante, "[...] não é a instrução, mas assistência que permite ao aprendiz atuar no limite do seu potencial" (GONÇALVES, 2015, p. 14).

As demais pesquisas encontradas na plataforma *Google Scholar* referem-se ao ensino de sistemas de equações lineares, função polinomial do 1º grau e produtos notáveis. A seguir cada uma delas será apresentada detalhadamente.

O artigo intitulado 'Resolução de sistemas de equações lineares por um sujeito cego: um experimento com foco na exploração dos registros de representação semiótica' de Martins e Bianchini (2019) traz como objetivo principal compreender de que forma o estudante cego interage com as representações matemáticas, mais especificamente as que envolvem equações lineares. A pesquisa é orientada pela pergunta: 'quais registros de representação semiótica são utilizados por um sujeito cego ao resolver problemas envolvendo sistemas de equações lineares?' O foco na análise dos dados está nos registros obtidos. A pesquisa orienta-se pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (MARTINS; BIANCHINI, 2019). Segundo essa teoria, a semiótica é a ciência que abrange todas as linguagens. Em relação à matemática, os registros semióticos são: língua materna, gráficos, linguagem algébrica e tabular. Segundo Duval, para que ocorra o aprendizado de conceitos é necessário o acesso aos objetos matemáticos que se dão por meio de diversas representações (DUVAL[16] apud MARTINS; BIANCHINI, 2019). Como resultados da pesquisa Martins e Bianchini (2019) destacaram que nos dois problemas apresentados ao estudante, originalmente em língua materna, houve a conversão para a linguagem tabular (no primeiro), tendo sua resolução ocorrida por meio de tentativa e erro, e a conversão para a linguagem algébrica (no segundo), tendo a resolução ocorrida por meio da resolução de sistema de modo algébrico, pelo método da substituição.

O artigo intitulado ‘O estudo da função polinomial do 1º grau: diferenças entre ver e ouvir um objeto de aprendizagem na inclusão de sujeitos com deficiência visual em sala de aula’ de Lopes, Passerino e Rodrigues (2009), tem o objetivo de apresentar como o deficiente visual interage com a acessibilidade de um objeto de aprendizagem (OA) em duas versões (flash e HTML), deste modo, a pesquisa consistiu na adaptação de objetos de aprendizagem de matemática para o ensino de função polinomial do 1º grau, de modo que se tornassem acessíveis à utilização de deficientes visuais. Os sujeitos pesquisados eram estudantes do Ensino Médio e o conteúdo do OA foi inicialmente considerado pelos pesquisadores como uma revisão, considerando que o mesmo está presente no currículo do Ensino Fundamental. Como conclusão, o OA apresentou-se insuficiente para a compreensão dos estudantes, uma vez que foi necessário recorrer a materiais concretos que auxiliassem a representação de gráficos, assim evidenciando as dificuldades de adaptação de objetos de aprendizagem quando estes necessitam de representação visual. Além disso, percebeu-se certa dificuldade dos estudantes no acompanhamento das atividades desenvolvidas em sala de aula regular, mesmo que os deficientes visuais participantes estivessem contando com o auxílio de um monitor. A tais sujeitos não foi possível manter o mesmo ritmo dos demais estudantes.

Por fim, a pesquisa de Mamcasz-Viginheski (2013) apresentada como dissertação e intitulada ‘Uma abordagem para o ensino de produtos notáveis em

---

[16] DUVAL, R. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática**. In: MACHADO, S. D. A. Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003.

uma classe inclusiva: o caso de uma aluna com deficiência visual' traz como objetivo o desenvolvimento de procedimentos didático-metodológicos, que possibilitem aos deficientes visuais inclusos e aos demais estudantes do ensino regular a apropriação de conhecimentos matemáticos, mais especificamente, daqueles associados aos produtos notáveis (MAMCASZ-VIGINHESKI, 2013, p. 19) e levanta como hipótese o fato de que o professor que busca outros recursos e materiais, além dos disponíveis para o ensino de estudantes deficientes visuais, oferece uma maior contribuição para a apropriação de conhecimentos matemáticos por eles. Assim, a pesquisa foi realizada em uma turma de 8º ano do ensino regular tendo uma estudante deficiente visual incluída. As intervenções tinham por objetivo o desenvolvimento de conceitos relacionados à classificação de formas geométricas, potência, perímetro, área, volume e produtos notáveis, tais intervenções desenvolveram-se por intermédio de jogos, atividades dinâmicas e utilização de materiais concretos prontos e também confeccionados pelos próprios sujeitos participantes da pesquisa. Inicialmente as atividades deram ênfase na álgebra geométrica, posteriormente na álgebra retórica e por fim na álgebra simbólica. Como conclusão, constatou-se um elevado aumento na compreensão de tais conceitos quando comparado às questões de avaliação aplicadas no início e término da pesquisa.

Assim é perceptível que a maioria das pesquisas atuais que relacionam o ensino de álgebra e estudantes deficientes visuais, privilegiam a utilização de objetos concretos e outros materiais adaptados às necessidades específicas destes estudantes, o que nos sugere que este seja um caminho a se seguir na intenção de favorecer o desenvolvimento de conceitos algébricos a fim de se cumprir o objetivo de ensino de estudantes deficientes visuais.

Apesar de encontradas importantes pesquisas nesta área, um fato ressaltado pelos autores aqui citados refere-se à escassez de pesquisas desenvolvidas e publicadas no campo da álgebra e voltadas ao ensino de deficientes visuais. Tais pesquisas trazem grande contribuição para o ensino destes estudantes considerando que, um passo anterior, e importante, à elaboração de planos de aula pelo professor, é compreender e/ou analisar o modo como são formados os conceitos algébricos pelo deficiente visual. Esta compreensão possibilita avanços em relação aos atos metodológicos do professor em relação à organização do ensino de conteúdos algébricos, não apenas tratando-se de deficientes visuais, mas também de estudantes videntes.

É neste contexto de investigações e resultados que esta pesquisa se propõe a analisar o desenvolvimento de conceitos algébricos por estudantes deficientes visuais.

Portanto, nesta pesquisa serão considerados os conceitos iniciais de álgebra, como a relação entre duas grandezas e o emprego da variável (como incógnita, variável, para expressar generalização e na representação de relações), buscando compreender por quais vias estes conceitos se desenvolvem nos estudantes deficientes visuais pesquisados.

4 METODOLOGIA

Para analisar o desenvolvimento de conceitos algébricos do estudante deficiente visual, objetivo desta pesquisa, é que se faz necessário o cumprimento de alguns passos metodológicos.

Neste capítulo é apresentado o ambiente e os participantes da pesquisa, bem como os procedimentos elaborados para a intervenção realizada com os estudantes pesquisados. Por fim, serão apresentados os procedimentos de análise, com base em alguns elementos da análise microgenética.

A intervenção foi concretizada em três a quatro sessões, todas individuais com cada um dos estudantes participantes, sendo a primeira de caráter diagnóstico, em formato de conversa informal, a fim de compreender os conceitos algébricos já apropriados pelos sujeitos pesquisados e assim encaminhar mais adequadamente os encontros seguintes. Todos os elementos resultantes do levantamento bibliográfico foram considerados no momento de realização dos encontros individuais.

4.1 PARTICIPANTES DA PESQUISA

Definiu-se como ambiente de pesquisa uma escola da rede estadual de ensino do Paraná, localizada em Curitiba, e que possui o ambiente da Sala de Recursos Multifuncionais.

A seleção dos estudantes participantes seguiu dois critérios: estudantes que estivessem cursando 7º ou 8º ano do ensino fundamental e que possuíssem diagnóstico de deficiência visual (cegueira ou baixa visão).

O levantamento de estudantes com tais características foi realizado pela professora da sala de recursos multifuncionais, responsável pelo atendimento dos estudantes deficientes visuais em horário contraturno e adaptações de materiais utilizados pelos mesmos. No momento do levantamento feito pela professora, apenas três estudantes cumpriam as exigências da pesquisa, entretanto, antes do início das intervenções um destes estudantes foi transferido de escola (e por questões de locomoção e falta de disponibilidade de horário, optou-se pela não inclusão deste sujeito na pesquisa).

Desta forma, se configuram como participantes desta pesquisa dois estudantes com deficiência visual, sendo um do 7º e um do 8º ano do ensino fundamental de uma escola estadual situada no município de Curitiba no estado do Paraná.

Segue uma breve apresentação de cada um dos participantes. Em concordância com o comitê de ética (CAAE: 08957519.9.0000.5547), optou-se pela utilização de codinomes P1 e P2 nos momentos de citação dos respectivos estudantes. Deste modo, pretende-se evitar que os mesmos sejam identificados podendo causar algum tipo de constrangimento aos participantes.

4.1.1 Participante 1 (P1)

Estudante do 7º ano do Ensino Fundamental foi diagnosticado com Displasia Septo-óptica. Também conhecida como Síndrome de Monsier, "é uma condição caracterizada pela presença de dois de três critérios: defeito de linha média, hipoplasia de nervo óptico e hipopituitarismo" (MEYER et al., 2016, p. 138).

O estudante em questão, além de deficiência nos hormônios hipofisários (insuficiência de GH[17] e hipotireoidismo primário), apresenta deficiência visual.

O diagnóstico clínico do estudante relata perda de visão, e embora o estudante apresente um pequeno resquício da mesma, não é tratado como baixa visão, pois não consegue se beneficiar com a utilização de materiais ampliados ou lentes.

Em sala de aula faz utilização do notebook com *software* leitor de tela. Segundo a mãe do estudante, o mesmo não se adaptou à leitura e escrita Braille, preferindo o uso exclusivo do computador.

Em relação ao desempenho escolar, o estudante foi apontado tanto pela mãe quanto pelos professores como um bom aluno, inteligente e participativo, e que demonstra interesse pela matemática. Durante a pesquisa percebeu-se facilidade e agilidade em operações matemáticas, entretanto, pôde-se notar esquecimento e/ou falta de conhecimento relacionado a alguns conceitos geométricos (perímetro e área). A professora da sala de recursos relatou que o

[17] Hormônio do crescimento

estudante vinha apresentando dificuldades no conteúdo de álgebra, no caso de resolução de expressões algébricas e utilização de linguagem algébrica para expressar generalizações, conteúdo este, introduzido concomitante ao período do desenvolvimento da pesquisa.

4.1.2 Participante 2 (P2)

Estudante do 8º ano do Ensino Fundamental foi diagnosticada, segundo relatório médico, como ‘portadora’ de Retinopatia da Prematuridade com Microoftalmia e Coloboma de Coróide em ambos os olhos. A acuidade visual foi de ausência de percepção luminosa em ambos os olhos. Concomitante à deficiência visual, a estudante apresenta deficiência auditiva leve, sendo necessária a utilização de aparelho auditivo.

Em sala de aula faz utilização do notebook com software leitor de tela, embora leia e escreva bem no sistema Braille.

Em relação ao desempenho escolar, a estudante foi apontada como uma boa aluna, apesar de ser tímida e em alguns momentos ser necessário chamar sua atenção à aula. Durante a pesquisa percebeu-se facilidade em operações matemáticas, entretanto, apresentou esquecimento e/ou falta de conhecimento em relação a alguns conceitos, como por exemplo, o de perímetro.

4.2 O AMBIENTE DA PESQUISA

A participação dos dois estudantes foi pensada de modo a viabilizar o tempo dos encontros e análise dos dados obtidos. A duração dos encontros variou de 7 minutos à 1 hora, dependendo da intervenção a ser realizada no dia e de modo a não prejudicar o desempenho do estudante. Foram realizados de três a quatro encontros com cada estudante.

Os encontros se deram em formato presencial, no próprio ambiente escolar. Os participantes da pesquisa são atendidos de uma a duas vezes por semana na Sala de Recursos Multifuncional, localizada nas dependências da escola, no período da tarde, contra turno ao horário escolar. Portanto, permanecem em período integral na escola nos dias em que há atendimento. A pesquisa foi realizada nestes momentos de contra turno, de modo a não prejudicar o movimento destes estudantes na escola e nem alterar suas rotinas.

Ainda que se considere que o trabalho coletivo possibilita mais interações e desenvolvimento, considerando o objetivo desta pesquisa, no sentido de captar o processo de pensamento algébrico dos estudantes, optou-se por realizá-la com os sujeitos individualmente, mas considerando que o processo de pensamento foi potencializado nas interações com a pesquisadora e pelas situações de ensino propostas com diversos recursos didáticos.

A coleta de dados ocorreu nos meses de agosto e setembro de 2019. A princípio, a pesquisa com P1 seria realizada durante quatro segundas-feiras consecutivas, e a pesquisa com P2 seria realizada durante quatro terças-feiras consecutivas (dia dos respectivos atendimentos na sala de recursos multifuncional), entretanto, por motivo de capacitação da professora responsável e ausência do estudante P2, as datas foram reorganizadas de acordo com a disponibilidade de cada um, priorizando a realização das intervenções nos dias de atendimento de cada estudante. Percebendo que as intervenções com P2 tinham menor duração e considerando as constantes ausências da mesma nos dias de atendimento, optou-se pela redução de um encontro previsto, assim, foram reunidas em uma única data as intervenções 2 e 3. O quadro a seguir mostra a data e duração de cada intervenção por estudante.

QUADRO 1 – DATA E DURAÇÃO DAS INTERVENÇÕES

<table>
<tr><th></th><th>Intervenção 1</th><th>Intervenção 2</th><th>Intervenção 3</th><th>Intervenção 4</th></tr>
<tr><td>P1</td><td>13/08/2019
18 minutos</td><td>20/08/2019
45 minutos</td><td>26/08/2019
60 minutos</td><td>02/09/2019
60 minutos</td></tr>
<tr><td>P2</td><td>20/08/2019
7 minutos</td><td colspan="2">27/08/2019
48 minutos</td><td>10/09/2019
21 minutos</td></tr>
</table>

FONTE: A autora (2020)

Antes do início da coleta de dados foram realizados encontros com os estudantes convidados a participar da pesquisa e seus responsáveis. Neste momento cada estudante recebeu uma cópia em Braille do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) e após a leitura e explicação, o termo foi assinado com a impressão digital dos estudantes.

Aos responsáveis de cada estudante foi entregue uma cópia do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e do Termo de Consentimento para o Uso de Imagem e Som de Voz (TCUISV), após leitura e explicação, os responsáveis foram convidados a assinar os termos. Ao final da leitura houve um momento de esclarecimento de dúvidas tanto dos estudantes participantes quanto de seus responsáveis.

Foi primado, nesta pesquisa, a livre participação dos sujeitos nas intervenções ocorridas nos encontros presenciais, resolvendo as questões propostas à sua maneira sem que houvesse pré-julgamento ou avaliação final.

4.3 AS SITUAÇÕES PROPOSTAS

A primeira intervenção com os participantes da pesquisa se deu por meio de uma entrevista diagnóstica individual, realizada no formato de conversa informal, tendo como objetivo a identificação dos conceitos algébricos já apropriados pelos indivíduos pesquisados e para que fosse possível encaminhar de forma mais adequada as intervenções seguintes.

As demais intervenções, ainda de modo individual, se deram por meio de resolução de situações problema elaboradas a partir do diagnóstico realizado inicialmente, de acordo com o desempenho observado no primeiro encontro. A estrutura destas intervenções foi estabelecida da seguinte forma: Apresentação oral da situação de ensino; entrega do material necessário para a resolução da situação (notebook, Multiplano ou recurso didático conforme necessidade); e interação entre pesquisador e sujeito pesquisado. Todo o processo de interação entre sujeito e pesquisador foi registrado por vídeo (imagem e som de voz) e gravação de voz e posterior transcrição de áudio. Todo o material produzido durante o período de pesquisa foi arquivado para posterior análise.

As situações problema utilizadas nas demais intervenções envolveram as compreensões sobre álgebra e seu ensino indicadas pelas pesquisadoras (Capítulo 3 – 3.1 Concepções de álgebra e seu ensino) e as habilidades EF06MA 14, EF07MA13, EF07MA15, EF07MA17, EF08MA12 e EF08MA13 da Unidade Temática ‘Álgebra’ para 7º e 8º ano do ensino fundamental da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018).

Tais habilidades têm por objetivo:

> (EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar, ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
> (EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
> (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
> (EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
> (EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.
> (EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas. (BRASIL, 2018, p. 301-311).

O quadro a seguir relaciona as habilidades e objetivos das questões de cada intervenção de modo sintético.

QUADRO 2 – HABILIDADES E QUESTÕES ABORDADAS NOS ENCONTROS

	Habilidades BNCC	**Questões trabalhadas**
1ª Intervenção A entrevista diagnóstica	EF06MA14 EF07MA13 EF07MA15 EF07MA17	Questões de sondagem em formato de conversa informal. Sem registro por parte do estudante
2ª Intervenção A resolução de equações	EF06MA14	Questões envolvendo equações. Situações de massa de objetos na balança e encontrar o erro na resolução de equações.
3ª Intervenção O uso da linguagem algébrica	EF07MA13 EF07MA15	Questões destinadas ao emprego da linguagem algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas evidenciando a utilização de incógnitas e/ou variáveis e a utilização das mesmas em expressões algébricas
4ª Intervenção A variação entre grandezas	EF07MA17 EF08MA12 EF08MA13	Resolução de problemas envolvendo a variação de grandezas diretamente proporcionais.

FONTE: A autora (2019).

Para auxiliar na resolução das situações problema, os estudantes contaram com suporte de materiais concretos como o Multiplano, balança de pratos, palitos de picolé, argolas, parafusos e outros materiais, a fim de auxiliar as representações algébricas necessárias.

A partir do que foi discutido com os estudantes na avaliação diagnóstica foram elaboradas as intervenções seguintes, com o mesmo formato de questões adaptadas, considerando o nível escolar do estudante.

4.3.1 A entrevista diagnóstica – 1ª intervenção

As questões utilizadas neste primeiro momento (APÊNDICE B) relacionam-se às habilidades EF06MA14, EF07MA13, EF07MA15 e EF07MA17 da Unidade Temática ‘Álgebra’ para o 6º e 7º ano da BNCC (BRASIL, 2018).

Nesta primeira etapa as perguntas foram realizadas verbalmente de modo informal. As perguntas e seus objetivos específicos, são apresentadas a seguir:

As questões iniciais 1 e 2 (Você tem o costume de estudar em casa? Alguém te ajuda? Como você costuma estudar matemática?) tiveram a finalidade de investigar os hábitos de estudo dos participantes da pesquisa nas tarefas no período contra turno escolar. Estas questões foram realizadas com o cuidado de não constranger o estudante, em caso de problemas na convivência familiar.

A questão 3 (Quais são suas maiores dificuldades para aprender matemática? O que você acha que poderia te ajudar nesta tarefa?) pretendia investigar os procedimentos adotados durante as aulas de matemática do estudante, a existência de adaptações do conteúdo e/ou materiais ou empenho do professor em atender as necessidades do estudante, e ainda, a convivência com os demais colegas, procurando identificar se estes colaboravam de alguma forma com o aprendizado do estudante pesquisado.

A questão 4 (O que você entende por álgebra?) teve por objetivo investigar o que o estudante entendia por álgebra, e se a considerava (ou não) como um campo da matemática, e ainda, qual a compreensão em relação à importância da álgebra em seu cotidiano, bem como suas aplicações.

A questão 5 (Quadro 3) por sua vez abrangeu a habilidade EF06MA14 do 6º ano do ensino fundamental presente na BNCC (BRASIL, 2018, p. 301).

QUADRO 3 – QUESTÃO 5 DA INTERVENÇÃO 1

5. Considere a igualdade: 10 = 10 a) O que acontecerá a essa igualdade se acrescentarmos 5 unidades a ambos os membros da igualdade? b) E se retirarmos 5 unidades de cada um dos lados, o que acontecerá com a igualdade? c) O que acontece a essa igualdade se dobrarmos a quantia existente em cada um dos lados? d) E se dividirmos à metade as quantidades de cada um dos lados, o que acontecerá com a igualdade?

FONTE: A autora (2019).

Teve, portanto, a finalidade de investigar se o estudante reconhecia que a relação de igualdade matemática não se altera ao se realizar uma mesma operação aritmética em ambos os membros.

A sequência de figuras apresentadas na questão 6 (Quadro 4) foi devidamente adaptada. O estudante recebeu 3 “objetos” confeccionados com palitos de sorvete, conforme modelo mostrado na figura, a fim de auxiliar o estudante na compreensão da questão.

QUADRO 4 – QUESTÃO 6 DA INTERVENÇÃO 1

6. Considerando a sequência de figuras construídas com palitos.

Quantos palitos serão necessários para formar a figura 4 da sequência? E a figura 5?
E sendo f uma figura qualquer qual expressão representa a quantidade de palitos utilizados?

FONTE: A autora (2019).

As questões 6, 7 (O que você entende por variável) e 8 (O que você entende por incógnita?) abrangem as habilidades EF07MA13 e EF07MA15 presentes na BNCC (BRASIL, 2018, p. 305), relativas ao 7º ano do ensino fundamental. Atráves destas questões, buscou-se compreender qual é a noção de variável que o estudante possui e sua diferenciação (ou não) de incógnita, investiga-se ainda a utilização da simbologia algébrica para expressar, em sua fala, regularidades encontradas em sequências numéricas.

As duas últimas questões (Quadro 5) abrangem a habilidade EF07MA17 presente na BNCC (BRASIL, 2018, p. 305), relativa ao 7º ano do ensino fundamental.

QUADRO 5 – QUESTÕES 9 E 10 DA INTERVENÇÃO 1

9. Em uma corrida de táxi um trajeto de 3 Km custou R$10,00. O que aconteceria com o valor da corrida se o trajeto percorrido dobrasse (um trajeto de 6km)? 10. Três homens constroem uma casa em 30 dias, se 6 homens trabalhassem nesta obra, no mesmo ritmo, quantos dias levariam para construir a casa?

FONTE: A autora (2019).

Teve-se, portanto, como intenção, a análise da compreensão do estudante relacionada a situações que envolvem a variação de grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

4.3.2 A resolução de equações – 2ª intervenção

As questões trabalhadas (APÊNDICE C) envolveram a habilidade EF06MA14 da BNCC (BRASIL, 2018, p. 301). Tendo como objetivo geral a resolução de equações em diversas situações e representações.

A seguir serão detalhadas cada uma das questões, a adaptação utilizada e o objetivo específico na pesquisa.

As questões 4, 6 e 7 foram elaboradas e trabalhadas com P1, entretanto, constatou-se que as adaptações não foram eficientes, dificultando a resolução das mesmas pelo estudante, assim, houve uma reelaboração da adaptação e reaplicação das mesmas na 3ª intervenção com P1, bem como a aplicação das questões já readaptadas com P2.

As questões 1, 2 e 3 (Quadro 6) foram apresentadas com auxilio de uma balança confeccionada com tubo de PVC e pratos de plástico (prato para vaso de planta) (Figura 1), além de serem utilizados como peso: palitos de sorvete (em madeira), argolas de plástico e parafusos.

FIGURA 1 – BALANÇA DE PRATOS

FONTE: Dados da pesquisa (2019)

QUADRO 6 – QUESTÕES 1 a 3 DA INTERVENÇÃO 2

1. Uma balança está em equilíbrio, em um dos pratos há 4 palitos e 2 parafusos, no outro prato há 4 palitos, 1 parafuso e 8 argolas, se cada argola tem massa de 10g, qual é a massa de um parafuso?
2. Uma balança está em equilíbrio, em um dos pratos há 2 palitos, 1 parafuso e 5 argolas, no outro prato há 4 palitos, 1 parafuso e 4 argolas. Se cada argola tem massa de 10g, qual é a massa de um palito?
3. Uma balança está em equilíbrio, em um dos pratos há 3 parafusos e 3 argolas, no outro prato há 24 palitos, 1 parafuso e 3 argolas. Se cada palito tem 1g, qual é a massa de um parafuso?

FONTE: A autora (2019).

As questões foram elaboradas com o objetivo específico de utilização das propriedades da igualdade. Assume-se que, o fato do objeto balança representar a igualdade (o equilíbrio), tende a auxiliar o estudante no desenvolvimento de seu raciocínio, tornando-o mais concreto com o auxílio de um material manipulável.

Inicialmente a questão 4 foi adaptada utilizando-se de recortes de E. V. A. (quadrados e círculos) na representação das frutas (maçã e pêra) (Figura 2), entretanto, os recortes ficaram muito soltos na mesa, deslocando-se das posições colocadas conforme o estudante tateava o material, dificultando assim, a compreensão do estudante em relação à construção da igualdade.

FIGURA 2 – QUESTÃO 4 INICIALMENTE ADAPTADA COM PINOS BRAILLE E RECORTES DE E. V. A. NO MULTIPLANO

FONTE: Dados da pesquisa (2019)

Após estas constatações, optou-se pela adaptação utilizando o notebook com leitor de tela, assim, a equação foi apresentada aos estudantes com uma mescla de álgebra retórica e simbólica conforme mostrado na questão 4 do quadro a seguir.

QUADRO 7 – QUESTÃO 4 DA INTERVENÇÃO 2

4. Observe a igualdade 1 quilo de pêra + 10 quilos de outras frutas + 1 quilo de maçã = 4 quilos de maçã + 7 quilos de outras frutas + 1 quilo de pêra Mantendo a igualdade, você consegue descobrir o quanto equivale uma maçã?

FONTE: A autora (2019).

A questão teve por objetivo investigar o desempenho do raciocínio dos estudantes em relação às propriedades de igualdade, mas, agora utilizando um modo diferente de representação. Não há mais o material manipulável, nem o concreto das questões da balança, as ‘incógnitas objeto’ das situações anteriores foram substituídas por ‘incógnitas palavras’. Por ‘incógnitas objeto’ entende-se que, ao invés de utilizar letras na representação de incógnitas, utilizou-se objetos concretos.

A questão 5 (Quadro 8) dispensou qualquer tipo de adaptação, uma vez que foi apresentada oralmente aos estudantes.

QUADRO 8 – QUESTÃO 5 DA INTERVENÇÃO 2

5. Você consegue dizer qual número é esse? Um número mais 2 é igual a 10; Um número menos 12 é igual a 7; O dobro de um número é igual a 40; A metade de um número é igual a 8.

FONTE: A autora (2019).

Nesta questão ainda se utilizou a álgebra retórica, entretanto, desta vez não houve qualquer suporte material (como o notebook) como auxílio na resolução. Esta questão distancia-se mais do cotidiano dos estudantes em relação às questões anteriores. Neste sentido, tomou-se como objetivo específico investigar a compreensão do estudante relacionada às propriedades de igualdade em situações puramente matemáticas, em que não há uma relação direta a qualquer situação ou objetos do cotidiano.

Inicialmente a adaptação da questão 6 (Quadro 9) foi pensada através dos pinos em Braille do Multiplano, entretanto, o participante P1 apresentou dificuldade na leitura do código, e tal adaptação mostrou-se inviável, considerando que o posicionamento dos pinos não facilitava a leitura, além disso, a escrita Braille dos pinos mostrou-se de difícil leitura. Assim, se optou pela reaplicação desta situação na intervenção 3, apenas realizando a leitura conforme mostrado em cada item, por exemplo: “xis mais quatro é igual a doze”.

QUADRO 9 – QUESTÃO 6 DA INTERVENÇÃO 2

6. Você consegue encontrar qual é o valor do x nestas situações?

a) X + 4 = 12
b) X – 2 = 17
c) 2x = 20
d) $\frac{x}{2}$ = 5
e) 2x + 1 = 5
f) 2x + 7 = 23
g) 3x = 21

FONTE: A autora (2019).

O objetivo específico desta questão se assemelha à questão anterior (Quadro 7), entretanto, ressalta-se a álgebra simbólica, no lugar de ‘um número’ lê-se ‘xis’, pretendeu-se, portanto, analisar a capacidade do estudante de compreender os conceitos das questões anteriores em que a álgebra apresentava-se de modo concreto por meio de materiais manipuláveis, situações cotidianas ou através de retórica, em questões que exigem abstração e generalização, em que uma letra representa um número.

Inicialmente, pensou-se na adaptação da questão 7 (Quadro 10) utilizando os pinos com escrita Braille do Multiplano, entretanto, observando as dificuldades encontradas na questão anterior com o uso dos pinos, optou-se pela apresentação da situação através do notebook com leitor de tela.

QUADRO 10 – QUESTÃO 7 DA INTERVENÇÃO 2

7. Observe e analise como Ana resolveu as equações a seguir.

Equação 1:	Equação 2:
5x = 3x + 6	3x + 2 = 5x
5x – 3x = 3x + 6 – 3x	3x + 2 – 3x = 5x – 3x
2x = 6	2 = 2x
X = 3	2 – 2 = 2x – 2
	0 = x

Ela resolveu corretamente as duas equações? Por quê?

FONTE: A autora (2019).

Como objetivo específico, tem-se a intenção de investigar a compreensão do estudante em relação ao raciocínio de um terceiro, identificando (ou não) possíveis erros baseando-se em seus próprios conceitos.

Por fim, considerando o geral das situações propostas, pretendeu-se analisar o nível dos conceitos formados por cada um dos estudantes pesquisados.

4.3.3 O uso da linguagem algébrica – 3ª intervenção

A terceira intervenção (APÊNDICE D) foi destinada às habilidades EF07MA13 e EF07MA15 que tratam da linguagem algébrica, variável e incógnita (BRASIL, 2018, p. 305).

A primeira questão (Quadro 11) dispensou adaptações, uma vez que foi realizada oralmente, ainda assim, o computador ficou à disposição dos estudantes caso desejassem fazer algum tipo de registro que os auxiliasse no raciocínio.

QUADRO 11 – QUESTÃO 1 DA INTERVENÇÃO 3

1. Você lembra como calculamos o perímetro de uma figura geométrica? a) Um retângulo que tem base 4 cm e altura 3 cm terá qual perímetro? b) Um retângulo que tem base 6 cm e altura 8 terá qual perímetro? c) Construa outros retângulos com a ajuda do Multiplano. d) As medidas da base e da altura de um retângulo são sempre as mesmas? e) Então se eu tiver um retângulo com base 5 cm, mas eu não sei o tamanho da sua altura, como posso indicar o cálculo do perímetro? f) E se eu tiver um retângulo com altura 8 cm, mas eu não souber o tamanho da sua base, como posso indicar o cálculo do perímetro? g) agora, suponha que eu não sei nem a medida da base e nem a medida da altura do retângulo, como poderia representar o cálculo do perímetro desse retângulo? h) (Caso o estudante chegue em algo tipo 2b + 2h para representar o perímetro) Podemos escolher qualquer valor para b e h? i) Em um retângulo, se b = 2 e h = 7 qual é o perímetro desse retângulo?

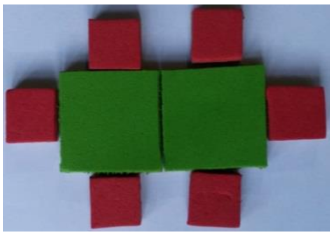
FONTE: A autora (2019).

A adaptação da segunda questão (Quadro 12) se deu do seguinte modo: o estudante recebeu peças em E. V. A representando mesas e cadeiras, a primeira disposição (uma mesa e quatro cadeiras) (Figura 3) foi apresentada ao estudante utilizando tais peças, a segunda disposição (duas mesas e 6 cadeiras) (Figura 4) foi representada pelo estudante porém ainda com auxilio da pesquisadora para que houvesse compreensão da ideia discutida, as demais disposições de mesas e cadeiras representando as situações dos itens **b**, **c** e **d** também foram representadas pelos estudantes utilizando o material entregue, para os itens **e** e **f** não foi possível realizar a concretização da situação com o material manipulável.

FIGURA 3 – REPRESENTAÇÃO DE UMA MESA E QUATRO CADEIRAS

FONTE: Dados da pesquisa (2019)

FIGURA 4 – REPRESENTAÇÃO DE DUAS MESAS E SEIS CADEIRAS



FONTE: Dados da pesquisa (2019)

QUADRO 12 – QUESTÃO 2 DA INTERVENÇÃO 3

2. Um restaurante possui mesas com 4 cadeiras cada. a) Quantas cadeiras terá na mesa caso juntemos 2 mesas? b) Quantas cadeiras terá na mesa caso juntemos 3 mesas? c) Quantas cadeiras terá na mesa caso juntemos 4 mesas? d) Quantas cadeiras terá na mesa caso juntemos 5 mesas? e) Quantas cadeiras terá na mesa caso juntemos 10 mesas? f) Quantas cadeiras terá na mesa caso juntemos 100 mesas? g) E se eu não souber quantas mesas eu tenho no restaurante, mas precisar deixar anotado para um garçom uma indicação, que ele possa calcular a quantidade de cadeiras necessárias dependendo da quantidade de mesas? Como posso escrever?

FONTE: A autora (2019).

Nas questões da 3ª intervenção o objetivo específico foi o de evidenciar a ideia de variação de uma determinada grandeza, investigar a compreensão dos estudantes em relação a grandezas que variam bem como a utilização da linguagem algébrica na representação de generalizações e variações.

4.3.4 A variação entre grandezas – 4ª intervenção

A 4ª intervenção considerou as habilidades EF07MA17, EF08MA12 e EF08MA13 (BRASIL, 2018, p. 311) (APÊNDICE E). De modo geral, as questões foram destinadas à resolução de problemas envolvendo a variação de grandezas diretamente proporcionais.

Para a adaptação das questões (Quadro 13) foi entregue aos estudantes um arquivo em pendrive no formato '.txt', compatível ao leitor de tela utilizado pelos participantes. Primeiramente o estudante deveria realizar a leitura e resolução das questões no arquivo entregue, em seguida, foi solicitado à professora da sala de recursos que realizasse a impressão do arquivo com as respectivas respostas dos estudantes, e então, de acordo com as respostas dadas realizaram-se questionamentos em relação às respostas a fim de melhor compreender o raciocínio dos estudantes. Logo após, foi solicitado aos estudantes que representassem as respectivas situações através do Multiplano.

QUADRO 13 – QUESTÕES DA INTERVENÇÃO 4

1. Você lembra o que é perímetro? a) Explique como calculamos o perímetro de um retângulo. b) Qual é o perímetro de um retângulo com base medindo 4 cm e altura medindo 6 cm? c) Caso eu resolva dobrar a base e a altura desse retângulo, qual será o novo perímetro? d) Qual é a relação que existe entre o primeiro que você calculou no item b e no item c? e) Agora, imagine que eu construí um retângulo, mas ainda não medi a sua base e nem sua altura. Como eu não sei qual é o seu perímetro, vou indicar com a letra x, então o retângulo tem perímetro x. Se eu dobrar as medidas da base e da altura desse retângulo como poderei representar seu novo perímetro? 2. Um taxista cobra uma taxa fixa de embarque e mais uma quantia por cada quilômetro percorrido. A taxa de embarque é de 5 reais, e a cada quilômetro percorrido é cobrado 2 reais. a) Se eu embarcar neste táxi e percorrer 4 quilômetros, quanto vou pagar? b) Se eu embarcar neste táxi e percorrer 6 quilômetros, quanto vou pagar? c) Como eu posso representar o total a pagar dependendo da quantidade de quilômetros percorridos?

FONTE: A autora (2019).

O objetivo específico de tais questões é a análise da compreensão do estudante em relação aos conceitos trabalhados, e assim, de que modo é realizada a representação gráfica de tais situações.

Como forma de sintetizar as informações apresentadas neste capítulo, segue o quadro abaixo:

QUADRO 14 – APRESENTAÇÃO GERAL DE CADA INTERVENÇÃO

Intervenção	Situações trabalhadas	Objetivos	Materiais utilizados
A entrevista diagnóstica	Questões de sondagem em formato de conversa informal. Sem registro por parte do estudante.	Identificar hábitos de estudo e metodologias da sala de aula. Identificar conceitos algébricos apropriados.	Conversa informal e adaptação de questão com utilização de palitos de sorvete.
A resolução de equações	Questões envolvendo equações. Situações de massa de objetos na balança e encontrar o erro na resolução de equações.	Utilização das propriedades de igualdade.	Balança de pratos, Multiplano, notebook com leitor de tela.
O uso da linguagem algébrica	Questões destinadas ao emprego da linguagem algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas evidenciando a utilização de incógnitas e/ou variáveis e a utilização das mesmas em expressões algébricas.	Evidenciar a ideia de variação de uma determinada grandeza, investigar a compreensão em relação a grandezas que variam bem como a utilização da linguagem algébrica na representação de generalizações e variações.	Multiplano, material confeccionado com cortiça e E.V.A para a representação de mesas e cadeiras.
A variação entre grandezas	Resolução de problemas envolvendo a variação de grandezas diretamente proporcionais.	Análise da compreensão do estudante em relação à variação de grandezas dependentes e suas representações gráficas.	Notebook com leitor de tela, Multiplano, palitos de sorvete.

FONTE: A autora (2020).

4.4 OS PROCEDIMENTOS PARA ANÁLISE DOS DADOS – A ANÁLISE MICROGENÉTICA

Os dados coletados por meio de vídeo (imagem e som de voz), anotações do pesquisador e dos participantes da pesquisa, foram analisados minuciosamente a partir de recortes de curta duração, seguindo a metodologia de análise microgenética.

O método microgenético examina a mudança à medida que esta ocorre (FLYNN; PINE; LEWIS, 2006). Consiste em uma análise minuciosa da pesquisa por meio de recortes, não restrita apenas a processos mais evidentes, mas também àqueles que se encontram nos detalhes da interação entre sujeitos e/ou objetos, nas condições sociais da situação, aquilo que à primeira vista não pôde ser observado.

Goes (2000) define a microgenética de modo bem sucinto

> Em resumo, essa análise não é micro porque se refere à curta duração dos eventos, mas sim por ser orientada para minúcias indiciais – daí resulta a necessidade de recortes num tempo que tende a ser restrito. É genética no sentido de ser histórica, por focalizar o movimento durante processos e relacionar condições passadas e presentes, tentando explorar aquilo que, no presente, está impregnado de projeção futura. É genética, como sociogenética, por buscar relacionar os eventos singulares com outros planos da cultura, das práticas sociais, dos discursos circulantes, das esferas institucionais. (GOES, 2000, p. 15).

O termo micro se refere então ao estudo dos detalhes, aos recortes de curta duração da situação de pesquisa, como se fosse observado um determinado momento com uma lupa. Mas é também sociogenética, assim considera não apenas o momento, mas todo o movimento, é analisado cada gesto, fala, registro do sujeito pesquisado, mas não somente, busca relacionar o presente com o passado, com a cultura.

Segundo Wertsch[18] (1998 apud TOMIO; SCHROEDER; ADRIANO, 2017), a abordagem microgenética faz parte da pesquisa sociocultural que procura "[...] entender a relação entre o funcionamento mental humano, por um lado, e o contexto cultural, histórico e institucional, por outro" (WERTSCH apud TOMIO; SCHROEDER; ADRIANO, 2017, p. 37).

Ou seja, o método de análise microgenética não considera apenas o caráter biológico, mas principalmente a cultura, história, que trouxe o sujeito até o momento da situação de pesquisa. Goes, a partir de textos de Vygotsky, considera que a análise não pode se apresentar separada da visão sociogenética, histórico-cultural e semiótica do ser humano. Goes compreende que Vygotsky, em relação ao método

---

[18] WERTSCH, J. V. **A necessidade a ação na pesquisa sociocultural**. In: WERTSCH, J. V.; DEL RÍO, P.; ALVAREZ, A. Estudos sociais da mente. Porto Alegre: Artmed, 1998. p.56-71.

> Argumenta pela necessidade do exame da dimensão histórica e alerta para o fato de que privilegiar a história não é estudar eventos passados, mas sim o curso de transformação que engloba o presente, as condições passadas e aquilo que o presente tem de projeção do futuro. (GOES, 2000, p. 12-13).

Portanto, apesar da necessidade dos recortes da situação de pesquisa, a análise não se restringe a tal, percorre todo o caminho que trouxe o sujeito pesquisado até aquele instante e as transformações psicológicas que ocorreram.

Siegler e Crowley (1991) definem três propriedades-chave da abordagem microgenética:

- As observações abrangem todo o período de pesquisa do início até a estabilidade do fenômeno: Todos os quatro encontros realizados tanto para entrevista diagnóstica quanto para a intervenção, foram gravados em vídeo (imagem e som de voz), além disso, todo o material produzido pelo pesquisador e sujeitos pesquisados foi arquivado para posterior análise.
- As observações se acentuam à medida que o fenômeno se intensifica: além da gravação em vídeo foram realizados registros pontuais de algumas situações em uma espécie de 'diário de bordo' do pesquisador, a fim de ressaltar momentos que apresentaram compreensão de conceitos algébricos.
- O comportamento observado é submetido a uma análise intensiva com o objetivo de inferir o processo que dá origem a aspectos quantitativos e qualitativos do fenômeno.

Pela necessidade de análise intensiva, se fez necessária posterior transcrição do som de voz contido na videogravação, a transcrição ocorreu de forma fidedigna mantendo até mesmo erros de linguagem e equívocos.

Os arquivos de som e vídeo transcritos citados ao longo da análise estarão indicados da seguinte forma: Tipo de registro (vídeo ou áudio), número do encontro, identificação do estudante, tempo de vídeo (ou áudio) onde se inicia a transcrição.

Os dados transcritos foram organizados em categorias conforme indicam:

a) Conceitos algébricos explicitados: variável, incógnita, dependência entre gradezas, entre outros;
b) Formas de pensamento: abstração, generalização, formação de conceitos;
c) Formas de representação nos materiais usados, sendo estes: Multiplano, balança de pratos, computador com software leitor de tela, além de outros materiais confeccionados;
d) Possibilidades metodológicas de ensino: quando o estudante requer outras formas de compreensão;

Tais categorias foram pensadas a partir de resultado obtidos em pesquisa anterior (Matemática pra cegos: uma possibilidade no ensino de polinômios) além de considerar categorias de análise levantadas pelo próprio Vygotsky ao longo de suas pesquisas.

Durante o processo de análise a gravação em vídeo, transcrição, e demais registros, foram revistos várias vezes de modo que os detalhes tenham sido devidamente estudados e analisados.

Na análise microgenética não há critérios quanto ao tempo de pesquisa e de recortes temporais, entretanto, por se tratar de uma análise cuidadosa, uma pesquisa muito extensa onde são necessários vários encontros com os sujeitos pesquisados, torna-se inviável pela quantidade de material para posterior análise, motivo este que justifica os quatros encontros utilizados na pesquisa.

Após o processo de transcrição e organização dos dados obtidos, estudo e análise foram realizados conforme a revisão da literatura realizada nos capítulos 2 e 3.

Opta-se pela utilização do método microgenético por se mostrar eficaz em pesquisas da área de ensino e aprendizagem permitindo a análise de características humanas que se desenvolvem por meio de interações verbais e não verbais entre alunos e professores.

> [...] permite observar como ocorre o processo ensino-aprendizagem, quais são as qualidades do contexto de determinada sala de aula, e assim detectar quais são as habilidades comunicativas necessárias

> durante os processos de interação que facilitam ou dificultam a ocorrência da aprendizagem. (KELMAN; BRANCO, 2004, p. 95).

Flynn, Pine e Lewis (2006) consideram que o método permite respostas que outros métodos não permitiriam, pois oferece uma oportunidade para identificar diferentes grupos, que podem exigir diferentes estilos de tratamento ou intervenção. É um método que não se restringe apenas a respostas prontas, mas se debruça a analisar todo o processo percorrido pelos sujeitos até chegarem às mesmas.

Assim, considerando a atenção necessária ao se analisar a constituição de conceitos, ou seja, o desenvolvimento psicológico do estudante, e ainda, sendo este deficiente visual, o método microgenético se apresenta, para esta pesquisa, como o mais seguro no sentido de evitar possíveis equívocos de análise.

5 ANÁLISE DAS INTERVENÇÕES

Considerando o levantamento teórico realizado nos capítulos anteriores busca-se analisar os dados obtidos em cada uma das intervenções a partir da transcrição de áudio e vídeo das mesmas.

A análise se estrutura com base nas categorias pré definidas na metodologia desta pesquisa, de modo a nortear todo o processo de análise aqui exposto.

Tais categorias se apresentam:

a) Conceitos algébricos explicitados: variável, incógnita, dependência entre gradezas, entre outros;
b) Formas de pensamento: abstração, generalização, formação de conceitos;
c) Formas de representação nos materiais usados: Multiplano, balança de pratos, computador com software leitor de tela, além de outros materias confeccionados;
d) Possibilidades metodológicas de ensino: quando o estudante requer outras formas de compreensão.

Assim, este capítulo está estruturado com a análise de cada uma das intervenções e por fim a análise geral com esclarecimentos sobre cada uma das categorias.

5.1 A RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES

A segunda intervenção teve como principal objetivo a resolução de equações do 1º grau em diversas situações e representações. Assim, foram apresentadas sete questões tendo por objetivos específicos evidenciar a propriedade de igualdade e a compreensão de equivalência entre grandezas.

As primeiras questões (1 a 3), tiveram como tema a equivalência entre massas de objetos diferentes, as situações foram apresentadas com o auxílio de uma balança de pratos.

As respostas obtidas evidenciaram a compreensão da noção de igualdade bem como suas propriedades, conforme objetivos pré-estabelecidos. Apesar de, inicialmente, haver certa dificuldade em entender como a utilização da balança poderia auxiliar na resolução das situações propostas, após uma breve revisão da situação apresentada na entrevista diagnóstica, os estudantes foram capazes de relacionar o conceito de igualdade com o equilíbrio da balança.

Tanto P1 quanto P2 relacionaram a balança com uma gangorra, assim, a pesquisadora recorreu a esta vivência dos estudantes para a contextualização da noção de equilíbrio da balança.

> PQ: Para ela estar em equilíbrio, o que deve acontecer com esta gangorra?
> P1: Não faço ideia.
> PQ: Tem que haver o mesmo peso dos dois lados, se tiver uma criança de cada lado com o mesmo peso...
> P1: Ah! (com expressão de felicidade)
> PQ: ...a gangorra fica em equilíbrio
> P1: Ela fica assim ó (mostrando os pratos da balança em equilíbrio). (Vídeo: 2º encontro P1, Tempo: 0’55”).

A utilização da balança, em uma análise superficial desperta a curiosidade do estudante por ser um material novo, diferente daqueles de que está acostumado a manipular em sala de aula, essa curiosidade proporciona maior atenção e consequentemente participação na situação que está sendo proposta. Analisando teoricamente, a balança pode ser considerada um instrumento, necessário ao estudante na resolução da situação, é um meio para atingir um fim (VYGOTSKY, 2010), encontrar a equivalência dos objetos ali presentes.

> PQ: O que acontece se eu tirar, por exemplo, um palito deste lado (mostrando o lado direito do estudante) e um palito do outro lado? Você acha que mudou a igualdade?
> P1: Não (demonstrando insegurança na resposta). Já pensou se eu fizesse isso aqui (tira dois parafusos de um lado)
> PQ: Mas se você tira dois parafusos só deste lado, o que acontece com a balança?
> P1: (solta a balança, e a balança cai) Cai. Foi você que fez cair? (expressão de surpresa)
> PQ: Não, foi você, que tirou parafusos só de um lado. (Vídeo: 2º encontro P1, Tempo: 4’19”).

Sobre a formação de conceitos, a diferença entre conceitos espontâneos e científicos (VYGOTSKY, 2001) fica evidente no seguinte trecho da pesquisa realizada com P1.

> PQ: O que eu posso tirar? (referindo-se à situação da balança)
> P1: Só tenho um parafuso de um lado né?
> PQ: É.
> P1: Então eu vou tirar... (tira o parafuso de apenas um prato) Ah! Meu Deus! (se espanta com o fato da balança desequilibrar)
> PQ: Você tirou o parafuso, mas aí caiu!
> P1: (demonstrando empolgação) Como? Eu não entendo essas leis da física, tipo, se eu tiro um parafuso o outro lado cai, por quê?
> PQ: Porque o parafuso estava equilibrando, você tirou um parafuso só de um lado e do outro não, porque não tem mais parafuso para tirar.
> P1: Então eu vou fazer igual fazem nos filmes, colocar a jóia de volta.
> PQ: Isso!
> P1: Restaurou o universo e os vingadores ficam à salvo.
> PQ: Exatamente. (Vídeo: 2º encontro P1, Tempo: 7’15”).

Embora apresentasse o conceito espontâneo de equilíbrio, não conseguia empregá-lo na resolução da situação com a balança, tendo dificuldades em compreender a ideia de que para manter em equilíbrio (a balança) deveria retirar objetos de mesma massa de ambos os lados. Entretanto, após lembrar do conceito a partir de sua vivência com um filme, o estudante passou a retirar objetos semelhantes e em igual quantidade de ambos os lados, demonstrando assim, compreensão do conceito, ainda que espontâneo. Essa situação evidencia um momento no processo de compreensão de conceitos espontâneos, sendo o mesmo adquirido por meio de uma vivência pessoal, entretanto, não há garantia que este conceito venha a se tornar científico, uma vez que, o mesmo ocorre por processos diferentes, com a mediação de um adulto ou criança mais capacitada (VYGOTSKY, 2001).

> O curso do desenvolvimento do conceito científico nas ciências sociais transcorre sob as condições do processo educacional, que constitui uma forma original de colaboração sistemática entre pedagogo e a criança, colaboração essa em cujo processo ocorre o amadurecimento das funções psicológicas superiores da criança com o auxílio e a participação do adulto. (VYGOTSKY, 2001, p. 244).

Na questão três houve indícios de que o conceito de equivalência não está totalmente apropriado pelo estudante, uma vez que, quando solicitado: ‘quantos palitos equivalem a um parafuso?’ P1 não soube responder.

> PQ: Agora a gente tem dois parafusos de um lado e 24 palitos do outro, então um parafuso equivale a quantos palitos?
> P1: (pensando sem mexer no material) 16 palitos e um parafuso?
> PQ: Quase, não é dezesseis.
> P1: 15?
> PQ: Não.
> P1: 17?
> PQ: Não.
> P1: Eu vou continuar chutando...
> PQ: Ó, são dois parafusos de um lado e 24 palitos do outro.
> P1: Que tal se eu tirasse tudo daqui e tudo 'da lí'(retira todos os objetos de ambos os lados da balança).
> PQ: Aí fica equilibrado. Mas pense, são 2 parafusos de um lado e 24 palitos do outro, quantos palitos equivale um parafuso. (Vídeo: 2º encontro P1, Tempo: 18'23").

Mesmo com o auxílio da pesquisadora, o estudante não conseguiu chegar à resposta de 12 palitos. Percebe-se que, de forma diferente das questões anteriores, nesta foi introduzido o conceito de equivalência no sentido de reconhecer que um parafuso equivale a 12 palitos, conceito este, que se mostrou ainda não apropriado pelo estudante. A dificuldade encontrada nessa questão nos faz refletir sobre a diferença entre resolução de equações pelo método de equivalência – onde o estudante aplica as propriedades dos princípios aditivo e multiplicativo para obter uma equação equivalente à inicial, porém mais simples – e pelo método de 'desfazer' – onde o estudante utiliza operações inversas para desfazer a operação de determinado membro da equação na intenção de simplificá-la, é conhecido entre os alunos como o 'passa pra lá' –, sendo o segundo mais difundido no ensino de resolução de equações. Assim, o estudante opera muitas vezes seguindo uma técnica, de forma automatizada, sem que haja qualquer tipo de reflexão acerca da situação.

Por outro lado, há também a dificuldade em aceitar a ausência do fechamento (BOOTH, 1995), em que o estudante espera encontrar um valor numérico ao final de seus cálculos, como nas duas primeiras questões, em que relacionavam-se os objetos à suas respectivas massas, assim, percebe-se a dificuldade em aceitar que a resposta relacione quantidades de objetos diferentes como seria 'um parafuso equivale a 12 palitos', em notação algébrica seria o equivalente a expressão '$x = 12y$', onde x é a grandeza massa do parafuso e y é a grandeza massa de cada palito.

Ainda sobre a relação entre objetos diferentes, a quarta questão teve como tema a equivalência entre 'pesos' de diferentes frutas, a questão foi readaptada, sendo então apresentada pelo notebook com leitor de tela. Mantendo o mesmo objetivo das questões anteriores, nesta utilizou-se uma forma diferente de representação, uma vez que, não há o suporte do material concreto, como a balança, das questões anteriores, entretanto, ainda não há a necessidade de operar com símbolos.

Outra possibilidade em relação as dificuldades percebidas na compreensão do conceito de equivalência é a de que podem decorrer da simples incompreensão do termo, uma vez que, quando utilizado termos como 'igualdade' e 'equilíbrio' os estudantes resolveram as situações sem maiores dificuldades.

Inicialmente adaptada com pinos Braille, círculos e quadrados confeccionados em E. V. A., houve a necessidade de uma posterior adaptação utilizando-se do notebook com software leitor de tela, além de uma nova contextualização da situação (massa de diferentes frutas). Entretanto, a readaptação não se mostrou totalmente eficaz devido a incompreensão de conceitos como o de massa (quilo) como será visto a seguir.

Foi possível perceber que o conceito da grandeza 'massa' não está totalmente formado por ambos os estudantes, embora saibam que 1 quilo se refere ao 'peso'[19] de um objeto, não apresentaram a compreensão de que 1 quilo é igual a 1 quilo sempre, independente do objeto a que se refere, além disso, o conceito de equivalência aparece novamente, reforçando o fato de que P1 não o possui.

> PQ: Um quilo de maçã equivale a quantos quilos de outras frutas?
> P1: Dez?
> PQ: Dez? Por que dez? Como você chegou nesse resultado?
> P1: Não... eu só chutei. (Vídeo: 3º encontro P1, Tempo: 4'25").

Assim, houve a necessidade de mediação da pesquisadora, que fez uso de contextualizações do dia a dia possivelmente vivenciadas pelos pesquisados.

---

[19] Massa e peso são grandezas diferentes. A massa mede a quantidade de matéria de um corpo, e o peso mostra a relação da massa com a aceleração da gravidade local. Entretanto, cotidianamente costuma-se indicar pela grandeza peso o que na verdade refere-se à grandeza massa. Por não considerar tal discussão com os estudantes pertinente ao momento, optou-se por indicar a massa dos objetos por 'peso' durante as intervenções.

> PQ: [...] Eu fui na feira e comprei muitas frutas, então eu preciso deixar equilibrado, de um lado eu estou carregando: um quilo de pêra, dez de outras frutas e um quilo de maçã; e do outro lado estou carregando quatro quilos de maçã, sete de outras frutas e um quilo de pêra. Mantendo essa igualdade, sem desequilibrar meus braços que estão segurando as frutas, você consegue me dizer quanto equivale um quilo de maçã? Quantos quilos de outras frutas equivalem um quilo de maçã?
> P2: Não sei.
> PQ: Tenta usar a ideia da balança, então de um lado eu tenho um quilo de pêra, dez de outras frutas e um quilo de maçã, do outro lado da balança eu tenho quatro quilos de maçã, sete de outras frutas e um de pêra, a balança está em equilíbrio, então eu quero saber quanto vale um quilo de maçã. [...] O que eu tenho de um lado e do outro que eu possa tirar?
> P2: A pêra?
> PQ: (Repete o que sobrou de cada um dos lados da igualdade). O que eu consigo tirar ainda?
> P2: Outras frutas?
> PQ: Quanto de outras frutas?
> P2: Sete?
> PQ: Tá, tirei sete quilos de outras frutas dos dois lados. (repete o que sobrou de cada um dos lados da igualdade). O que eu consigo tirar ainda?
> P2: Um quilo de maçã?
> PQ: Um quilo de maçã! De um lado eu tenho três quilos de outras frutas, do outro lado eu tenho três quilos de maçã. Quanto vale um quilo de maçã?
> P2: Um quilo de outras frutas?
> PQ: Um quilo de outras frutas! (Vídeo: 2º encontro p.2 P2, Tempo: 1'23").

Analisando a transcrição do diálogo, é possível perceber o excesso de informação na fala da pesquisadora, o que, possivelmente, dificultou a compreensão do estudante, assim, ressalta-se o cuidado que o professor deve ter ao mediar uma situação, pois, na tentativa de auxiliar, pode este, confundir o raciocínio do estudante pelo excesso de informação recebida, ou ainda, diminuir a autonomia do raciocínio do mesmo, uma vez que, não é dado o devido tempo de assimilação necessária à compreensão da situação.

O trecho descrito acima evidencia o que é denominado de zona de desenvolvimento potencial (VYGOTSKY, 2010). Apesar de não serem capazes de resolver sozinhos, com a mediação da pesquisadora, tanto P1 quanto P2 conseguiram chegar ao resultado correto. P2 apresentou melhor compreensão do conceito de equivalência o que a ajudou a resolver a situação de forma mais rápida, entretanto, sempre contando com a mediação.

Convém recordar que P2 encontra-se um ano (série) à frente de P1, o que nos faz supor que P2 tenha mais conceitos científicos formados, entretanto, essa afirmação não pode ser tomada como verdadeira, uma vez que a formação de conceitos científicos não depende somente da série escolar em que o estudante se encontra, mas sim de um conjunto de fatores como nível de desenvolvimento efetivo, interações sociais, situações variadas vivenciadas no dia-a-dia.

Como dito anteriormente, a questão foi adaptada com a utilização do computador, mais precisamente do software leitor de tela, entretanto, a utilização do software não se mostrou completamente eficaz. Embora seja inegável a facilidade que ele traz ao planejamento das aulas, uma vez que permite aos estudantes maior agilidade e autonomia nos estudos bem como no acompanhamento das aulas, há algumas limitações.

A primeira destas limitações percebida no decorrer da pesquisa foi a questão da decodificação do arquivo. Nos arquivos utilizados para a questão quatro do segundo encontro houve um erro de decodificação (por exemplo: ao invés de – 5 aparecia ~+5) no momento da abertura pelo software leitor de tela do P1, sendo necessária a revisão e correção de ortografia e simbologia pela pesquisadora, entretanto o mesmo erro não ocorreu com P2. Não é possível dizer o motivo de tal erro, uma vez que a pesquisadora não detém conhecimento avançado desse tipo de software, o que se pode afirmar é que o arquivo foi salvo em formato txt, conforme indicado pela professora da sala de recursos. Assim, destaca-se a importância de que o professor revise o arquivo repassado ao estudante no momento de sua abertura, a fim de verificar se a leitura será feita corretamente, não havendo problemas de decodificação.

Como uma segunda limitação, houve indícios, além das incompreensões causadas por falhas na formação de alguns conceitos como exposto acima, de que os estudantes não compreendem em sua totalidade as questões apresentadas por meio do software leitor de tela, sendo necessária a releitura em voz alta pelo pesquisador. Por se tratar de enunciados extensos P1 e P2 perdiam-se na leitura o que dificultava o entendimento da questão. Assim, sugere-se que os enunciados sejam escritos de forma sintética, tornando a explicação da situação mais clara possível. Deste modo evita-se o cansaço ou perda de atenção dos estudantes que ainda estão em fase de adaptação aos leitores de tela.

Por fim, uma terceira limitação observada foi a falta de utilização dos recursos (notebook e software leitor de tela) para realizar qualquer tipo de registro, ação útil tanto para compreensão quanto para o processo de resolução de situações algébricas. A falta de registros e dificuldades na compreensão de textos nos faz supor que a escrita não é significativa aos estudantes, uma vez que evitam sua utilização, o que justifica a dificuldade na compreensão das situações apresentadas pelo leitor de tela. Para Vygotsky (1991) a escrita deve partir de uma necessidade intrínseca, necessária e relevante para a vida da criança. “Só então poderemos estar certos de que ela se desenvolverá não como hábito de mãos e dedos, mas como uma forma nova e complexa de linguagem” (Vygotsky, 1991, p.79).

Estas três limitações nos apontam uma provável hipótese para a dificuldade dos estudantes na resolução da questão quatro. Sendo esta: os estudantes deficientes visuais estão acostumados a utilizarem apenas a memória/visualização mental como forma de registro. No ensino de matemática para estudantes deficientes visuais é quase sempre priorizada a aritmética, até mesmo na área de geometria – onde há maior facilidade para que os registros sejam realizados mentalmente –, o conhecido cálculo mental. Entretanto, quando se trata de situações algébricas, a utilização de algum tipo de registro – seja por meio da escrita ou qualquer tipo de material concreto – auxilia a compreensão, dando uma espécie de visão geral da situação, auxiliando na resolução da questão.

Assim, mostra-se necessário que o professor estimule a exploração de outras formas de registros que não somente o mental. O seguinte trecho reforça a necessidade de um material que ajude os estudantes nos registros. Embora não o saiba como fazer com o material disponibilizado (notebook), o estudante sente falta do material anterior (balança).

> PQ: O que eu tenho de um lado e do outro da igualdade que posso tirar em mesma quantidade?
> P1: (o estudante lê novamente a situação) Como eu queria a balança aqui agora.
> PQ: Exercício de imaginação. Imagine que a balança está na sua frente.

> P1: Dá para tirar um quilo de maçã e sete quilos de outras frutas? (Vídeo: 3º encontro P1, Tempo: 7'12").

Vygotsky evidencia essa dificuldade de dissociação do concreto para o abstrato. O estudante consegue aplicar um conceito em uma situação concreta e consegue replicá-lo em outras situações concretas, com facilidade e sem erros (VYGOTSKY, 2001). Entretanto, o mesmo não ocorre quando a situação se encaminha ao abstrato.

> Dificuldades bem maiores encontramos no processo de definição desse conceito, quando ele se revela a partir de uma situação concreta em que foi elaborado, em que geralmente não se apoia em impressões concretas e começa a movimentar-se em um plano totalmente abstrato. (VYGOTSKY, 2001, p. 230).

É, portanto, um processo difícil, porém, natural no desenvolvimento do estudante, que só consegue ser superado ao término da idade de transição (14 a 16 anos) (VYGOTSKY, 2001).

As questões cinco e seis não apresentaram um tema específico, consistiam de equações onde deveriam ser encontrados os valores das incógnitas. A quinta questão apresenta-se de acordo com a álgebra retórica, apresentado o valor incógnito por meio da expressão 'um número'. A sexta questão apresenta-se de acordo com a álgebra simbólica (apesar das perguntas serem realizadas oralmente), o valor incógnito era exposto pela letra 'x'.

As adaptações inicialmente pensadas com a utilização dos pinos Braille do Multiplano deram lugar à leitura em voz alta pelo pesquisador e apresentação por meio do software leitor de tela respectivamente.

Em ambas as questões os estudantes conseguiram resolver sem dificuldades. Entretanto, as mesmas envolviam cálculos simples, em que o estudante pôde resolver apenas por tentativa e erro, substituindo a incógnita por um número que satisfizesse a igualdade. É possível perceber certa dificuldade de P1 na compreensão, por exemplo, da notação 2x como representando o dobro de um número. Na questão 5 não há dificuldade quando perguntado a respeito do dobro de um número.

> PQ: O dobro de um número é igual a quarenta, que número é esse?
> P1: Vinte! (Áudio: 2º encontro P1, Tempo: 35'45").

Entretanto, quando a notação muda para 2x, P1 apresenta dificuldades nas primeiras questões em que a notação apareceu.

> PQ: 2x é igual a 20.
> P1: 2x... dezoito?
> PQ: não, 2x é igual a 20.
> P1: essa eu não sei.
> PQ: Eu tenho 2x, eu tenho x e x...
> P1: (interrompendo a fala da pesquisadora) Ah tá! Dez! Dez! (Vídeo: 2º encontro p.2 P1, Tempo: 00’18”).

Em uma próxima questão contendo a notação 2x, P1 permanece com dificuldades.

> PQ: 2x mais 1 é igual a cinco.
> P1: quatro?
> PQ: o x é quanto? Quatro?
> P1: quatro?
> PQ: não, 2x...
> P1: (chutando valores) três? Dois? (Vídeo: 2º encontro p.2 P1, Tempo: 00’45”).

Apesar de P1 ter dito o valor correto (dois), a pesquisadora percebe que foi um valor aleatório, o estudante não mostrou certeza em sua resposta. A pesquisadora repete a pergunta evidenciando o significado de 2x, em busca de uma afirmação mais segura de P1.

> PQ: 2x mais 1 é igual a cinco, x e x mais 1 é igual a cinco, quanto tem que ser cada x?
> P1: Dois! (Vídeo: 2º encontro p.2 P1, Tempo: 1’01”).

Após estas duas questões em que o estudante apresentou dificuldades, quando apresentada uma terceira equação, semelhante às anteriores, o estudante demonstra que compreendeu o significado da notação 2x, conforme reforçado pela pesquisadora, de que 2x corresponde a duas vezes um número ou a soma de dois números iguais.

> PQ: 2x +7 = 23
> P1: (falando baixinho) 2x + 7...oito?
> PQ: Oito?
> P1: É, por que é assim ó: 8 + 8 é 16 mais 7 é 23. (Vídeo: 2º encontro p.2 P1, Tempo: 1’11”).

Neste último trecho, percebe-se que o estudante pensou em um número o qual pudesse ser substituído no lugar da incógnita, letra x, deste modo, entende-se que o conceito de incógnita adquirido pelo estudante é o de ‘um número que está escondido por uma letra’, ou, ‘um número que não se sabe qual é’.

Tendo como tema ‘equações supostamente resolvidas por outra pessoa’, a última questão da intervenção pretendia investigar a compreensão do estudante em relação ao raciocínio de um terceiro sujeito, identificando (ou não) possíveis erros baseando-se em seus próprios conceitos. Foi adaptada com a utilização do notebook software leitor de tela.

Após realizada sua leitura, P1 não conseguiu dar qualquer tipo de resposta, além de demonstrar inquietação e falta de motivação na tentativa de resolução.

> PQ: Leia a primeira equação.
> P1: (após leitura) Eu acho que ainda não aprendi equação. (Vídeo: 3º encontro P1, Tempo: 17’33”).

P1 então pergunta para a professora da sala de recursos se já aprendeu o conteúdo de equações, depois de verificado nas provas realizadas pelo estudante, confirma-se o ensino de tal conteúdo, o que era de se esperar, visto que a própria pesquisa tratou de equação nas questões anteriores. Segue-se o diálogo:

> PQ: Essa equação, a primeira linha tem a equação: 5x = 3x + 6, ela foi resolvida, então as três linhas abaixo dela são de resolução, ela já está resolvida. Eu quero que você leia atentamente essa resolução e me diga se ela está certa ou não.
> P1: E se estiver? O que eu faço?
> PQ: Me diz que está certo, e se estiver errado me diz que está errado.
> P1: você vai me perguntar como eu cheguei nessa conclusão?
> PQ: exatamente.
> P1: Não! Ah.... (fica pensando)
> Após um minuto.
> PQ: e ai? Chegou a alguma conclusão?
> P1: não! Isso é muito difícil! (abaixa a cabeça enconstando na mesa) Ah, que bom que minha mãe vem me buscar às três (horas) hoje. (Vídeo: 3º encontro P1, Tempo: 18’20”).

A citação sobre o horário que a mãe vem lhe buscar deixa evidente o desconforto que a questão lhe causou, indicando a vontade de ir para casa, deixando de resolver o que foi solicitado. Considerando o desconforto e inquietação do estudante, a pesquisadora optou por não dar continuidade à pesquisa neste momento, uma vez que a mesma seria improdutiva, respeitando os limites do estudante.

P2 também não conseguiu atingir o objetivo proposto na questão. Após ser confirmado que a resolução da equação $5x = 3x + 6$ estava correta, a pesquisadora perguntou sobre a resolução da segunda equação.

> PQ: E essa, você acha que está certa?
> P2: Não sei.
> PQ: Pensa na ideia da balança, vou te explicar o que está acontecendo aí. Eu tinha a equação $3x + 2 = 5x$, aí a pessoa que resolveu isso está usando a ideia da balança, bom, então eu tenho de um lado $3x + 2$ do outro lado eu tenho $5x$, na segunda linha ela está tirando $3x$ de um lado e do outro. Então ficou 2 de um lado e $2x$ do outro lado. Aí o que ela fez na próxima linha?
> P2: (lê a próxima linha da resolução)
> PQ: Então ela tinha 2 de um lado e $2x$ do outro, ela tirou 2 dos dois lados, está certo isso?
> P2: Sim?
> PQ: Mas de um lado eu tinha 2 e do outro lado eu tinha duas letras x, e aí eu tiro dois dos dois lados, do lado que eu tinha o x, eu tinha o número 2 para tirar?
> P2: Não.
> PQ: Então você acha que x é igual a zero? Quanto você acha que é o x nessa equação?
> P2: Um? (Vídeo: 2º encontro p.2 P2, Tempo: 9’18”).

Entende-se que a pergunta dada pela pesquisadora no trecho “[...] eu tinha o número 2 para tirar?” pode ter gerado certa confusão na compreensão da estudante por confundir o 2 que representa o dobro da incógnita com a quantidade 2 que está somando.

Ambos os estudantes não conseguiram interpretar a sequência de símbolos apresentada na resolução das equações de modo a verificar se estavam corretas ou não. Para Lochhead e Mestre (1995) isso se deve ao fato de que os alunos não aprendem a ler e escrever matemática, limitando seu desempenho na resolução de equações. Assim, “muitas vezes eles têm que recorrer a lembranças de procedimentos automatizados para resolver problemas” (LOCHHEAD; MESTRE, 1995, p.148). Esta interpretação justifica o fato de que apesar de não ter encontrado o erro na resolução da equação, P2 conseguiu chegar ao valor correto para x.

Inicialmente a adaptação desta questão foi pensada com a utilização do Multiplano, entretanto, o material apresentou uma limitação: a leitura do código Braille. O formato dos pinos permite que o Braille impresso seja menor do que aquele obtido pelos meios comuns de escrita (reglete e punção, máquina perkins e impressora Braille), o que demanda uma sensibilidade maior para a leitura dos mesmos. Além disso, o pino possui dois registros em relevo: do código Braille e do símbolo matemático correspondente (visando auxiliar o professor que não lê Braille). Estes dois registros em relevo em um pequeno espaço dificultam a distinção de um e de outro pelo estudante. Assim, para um estudante com pouca habilidade para leitura do código Braille, a utilização dos pinos do Multiplano se torna inviável.

5.2 O USO DA LINGUAGEM ALGÉBRICA

A terceira intervenção teve como principal objetivo investigar o desenvolvimento e emprego da linguagem algébrica e dos conceitos de variável e incógnita pelos estudantes. Assim, foram apresentadas duas questões tendo por objetivos específicos evidenciar a ideia de variação de uma determinada grandeza, investigar a compreensão dos estudantes em relação a grandezas que variam e a utilização da linguagem algébrica, pelos estudantes, na representação de generalizações e variações.

A primeira questão, sob o tema cálculo de perímetro de um retângulo, foi apresentada oralmente aos estudantes. Inicialmente percebeu-se a dificuldade na compreensão do próprio conceito de perímetro, sendo necessário relembrá-los dos procedimentos de cálculo do mesmo.

> PQ: Lembra o que é perímetro?
> P1: nãã (faz um som de negação)
> PQ: não quer nem dar um chute?
> P1: Tá bom, você me convenceu, vou tentar. É isso aqui (mostrando o contorno do retângulo construído no Multiplano) o contorno?
> PQ: Isso! (Vídeo: 3º encontro p.1 P1, Tempo: 23’14”).

Percebe-se que o estudante apresenta a ideia de perímetro como sendo o contorno, mas não lembra como deverá proceder no cálculo e nem consegue uma formalização do conceito. P2 também não soube formalizar o conceito de perímetro, embora tenha dito que seria “o tamanho dos lados” não tinha a compreensão de que seria a soma de todos os lados da figura.

As respostas dos estudantes e a posterior dificuldade em abstrair para a operação de cálculo do perímetro demonstram que o conceito de perímetro, para eles, ainda é espontâneo, que está em fase de generalização mais elementar (VIGOTSKY, 2001), por esse motivo os estudantes utilizaram as definições de ‘tamanho dos lados’ e ‘contorno’ para definir o perímetro.

Pela dificuldade em operar aritmeticamente utilizando-se dos conceitos formados, justifica-se a dificuldade de formalização do mesmo, uma vez que, os estudantes ainda não compreenderam o conceito de perímetro dentro do contexto aritmético, condição necessária para que haja a formalização do conteúdo como nos afirma Booth (1995).

> Para compreender a generalização das relações e procedimentos aritméticos é preciso primeiro que tais relações e procedimentos sejam apreendidos dentro do contexto aritmético. Se não forem reconhecidos, ou se os alunos tiverem concepções erradas a respeito deles, seu desempenho em álgebra poderá ser afetado. (BOOTH, 1995, p. 33).

Para explicar os procedimentos de cálculo do perímetro, a pesquisadora utilizou os conceitos de base e altura, porém, acredita-se que por se tratar de um estudante cego, tais conceitos poderiam gerar certa incompreensão.

> PQ: então como eu calculo o perímetro de um retângulo?
> P1: não sei.
> PQ: somando os quatro lados. [...] Então se o meu retângulo tiver uma base medindo 4 cm e uma altura medindo 3 cm, quanto você acha que vai ser o perímetro deste retângulo?
> P1: Sete centímetros? (Vídeo: 3º encontro p.1 P1, Tempo: 23’33”).

Este trecho supõe que o estudante entende que base e altura de um retângulo são únicas (e o são), entretanto quando citadas tais dimensões, compreende-se que tanto a base quanto o seu lado oposto possuem a mesma medida, e a altura corresponde a medida dos outros dois lados paralelos, entretanto, esta relação não é explicitada, e para o estudante cego não fica evidente. Quando explicado de outra forma o estudante passa a compreender o cálculo.

> PQ: o retângulo (indicando o retângulo do multiplano) tem dois lados maiores e dois lados menores certo? Quando eu falo a base, eu estou dizendo que esse lado maior mede 4 cm os dois tá? O de cima e o de baixo. E a altura são esses dois lados menores. Então os dois lados menores medem 3 e os dois lados maiores medem 4. [...] Então quanto vai ser o perímetro se eu somar estes quatro lados?
> P1: repete.
> PQ: Os dois lados maiores do retângulo medem 4, os dois lados menores medem 3, se eu somar os quatro lados...
> P1: (interrompendo a fala da pesquisadora) tá tá tá... (pensando) 14 centímetros? (Vídeo: 3º encontro p.1 P1, Tempo: 24'44").

Percebe-se que houve uma exclamação na fala do estudante, indicando o momento em que a situação é finalmente compreendida. Ainda como uma possível ação do professor, é interessante que se considere uma mesma figura sob ângulos diferentes, por exemplo, numa primeira posição é apresentado o retângulo com base 4 cm e altura 3 cm, em seguida, a figura é rotacionada de modo a manter seu formato e tamanho, entretanto agora considera-se que a base tenha medida 3 cm e a altura 4 cm. Utilizando essa abordagem o estudante passa a compreender que os conceitos de base e altura dependem do ponto de vista do intérprete, entretanto, o valor do perímetro não se altera.

A pesquisadora volta a utilizar os conceitos de base e altura na sua fala, a fim de observar se, de fato, ocorreu a compreensão da situação, o que é confirmado pela obtenção da resposta correta.

> PQ: Agora, se eu aumentar esse retângulo, se eu tiver um retângulo com bases medindo 6 cm e os outros dois lados que têm a altura medindo 8.
> P1: vai dar... (pensando) 28? (Vídeo: 3º encontro p.1 P1, Tempo: 25'47").

Considerando o desempenho de P1 nas questões que sucederam, é possível afirmar que o estudante passou a compreender o aspecto aritmético do conceito de perímetro, entretanto, o mesmo não ocorreu com o aspecto algébrico no momento de generalização da situação, como será visto mais adiante, assim, supõe-se que o estudante ainda não possui completa apropriação do conceito de perímetro.

Em relação à variação das medidas de um retângulo, tanto P1 quanto P2 demonstraram compreender que as medidas de um retângulo não são fixas, podendo, portanto, variar. Quando questionado, P1 exemplifica.

> PQ: você acha que as medidas da base e da altura de um retângulo são sempre as mesmas?
> P1: não.
> PQ: eu posso ter um retângulo com várias medidas, certo?
> P1: é.
> PQ: tá, então elas podem variar, concorda comigo?
> P1: sim, tipo esse Multiplano, é um... retângulo?
> PQ: exatamente! (Áudio: 3º encontro P1, Tempo: 17'12").

Embora conseguindo realizar o cálculo do perímetro e compreendendo a variação das medidas de um retângulo, formalizar uma generalização mostrou-se confuso para P1, o que reforça a suposição de que o conceito não foi totalmente apropriado. Para mediar a situação, a pesquisadora relembrou as situações numéricas anteriormente resolvidas pelo estudante.

> [...]
> PQ: Quando eu falei assim: a base do meu retângulo media 6 e a altura media 8, como você fez, me explica de novo como você calculou o 28.
> P1: Multipliquei o 6 por 2 e o 8 por 2 também.
> PQ: E fez o que depois?
> P1: Somei?
> PQ: Aí se alguém fala assim: [nome do estudante] eu preciso calcular o perímetro de um retângulo que tem base 5, a altura eu não sei. [...] Me explica como eu vou fazer esse cálculo do perímetro.
> P1: (pensando) me pegou, eu não sei, não consigo pensar.
> PQ: Será que não tem como indicar, pensa nessa ideia do que você fez na prova (relembrando a prova escolar recente de introdução à álgebra), se tem como fazer uma indicação, por exemplo: o 5 eu vou ter que fazer o que, o que você tinha falado na questão anterior, o que você fez com o 6.
> P1: ah tá! O 5 eu tenho que multiplicar por 2 e essa altura desconhecida eu também tenho que multiplicar por 2! (em tom entusiasmado). (Vídeo: 3º encontro p.2 P1, Tempo: 1'30").

Num primeiro momento parece que o estudante compreende a ideia e chega à generalização, porém na continuação do diálogo percebe-se que ainda há algumas incompreensões.

> PQ: Então como vai ficar essa expressão? 5 vezes 2...
> P1: mais x.

PQ: x vezes quanto?
P1: não sei.
PQ: você acabou de falar, você ia multiplicar a altura por quanto?
P1: 10?
PQ: Não.
P1: 2?
PQ: Dois. Então vai ficar 5 vezes 2 mais...
P1: 10?
PQ: não.
P1: dois?
PQ: como eu vou representar a altura?
P1: Ai meu deus! (demonstrando impaciência) eu não consigo.
PQ: você já falou, mas não repetiu.
P1: Aii (demonstrando impaciência)
PQ: para calcular o perímetro, você falou para mim que tem que multiplicar o 5 por 2 e mais...
P1: o x.
PQ: O x é quem?
P1: 10?
PQ: não, o x é altura, não é?
P1: uhum...
PQ: por quanto tem que multiplicar o x?
P1: por 2 também?
PQ: por dois, então vai ficar como isso? 5 vezes 2 mais...
P1: x
PQ: x vezes quem?
P1: dois. (Vídeo, 3º encontro p.2 P1, Tempo: 2’54”).

Aqui é possível perceber a confusão criada pela utilização da letra x na representação da altura desconhecida do retângulo. Apesar de a letra ter sido introduzida pelo próprio estudante, não ficou claro desde o início o que ela estava representando. Fica evidente de que para o estudante a letra é utilizada apenas para representar o desconhecido, assim a altura desconhecida pode ser representada por x, mas o resultado da altura multiplicada por 2 também é desconhecida, logo, também pode ser representada pela letra x.

A confusão na utilização das letras levanta a seguinte questão: ‘Será que o estudnate está pronto para a utilização de uma álgebra simbólica?’, na fala anterior em que P1 afirma: “ah tá! O 5 eu tenho que multiplicar por 2 e essa altura desconhecida eu também tenho que multiplicar por 2!” (Vídeo: 3º encontro p.2 P1, Tempo: 1’40”). fica evidente que o estudante compreende a generalização ao descrever o processo que deve ser realizado para a obtenção do perímetro, assim compreende-se que o estudante possui o raciocínio algébrico necessário, embora não seja capaz de expressar a situação por meio de símbolos.

Acredita-se também que a falta de qualquer tipo de registro do pensamento por parte do estudante contribui para a dificuldade de compreensão da situação discutida. “O registro ou uma resolução por diagramas auxiliam o estudante a realizar conexões entre o que já sabe concretamente do problema e as abstrações algébricas, além disso, leva o estudante a focar sua atenção nos dados e relações relevantes do problema” (SIMON; STIMPSON, 1995, p. 158).

Em seguida a situação muda para que a base do retângulo seja desconhecida na intenção de verificar a compreensão, ou não, da situação anterior.

> PQ: Agora, vamos supor que eu tenho a altura 8 centímetros, mas eu não sei o tamanho da minha base, como eu posso fazer esse cálculo?
> P1: aí me pegou. Espera! Repete.
> PQ: eu tenho um retângulo com altura 8 mas eu não sei o tamanho da base, como eu posso fazer o cálculo do perímetro?
> P1: retângulo com altura 8 e que você não sabe o tamanho da base. (pensando) quer dizer, assim, calma aí, retângulo com perímetro 8...
> PQ: não, com altura 8 e base eu não sei quanto é, mas eu quero calcular o perímetro, como eu faço?
> P1: (Nesse momento a bengala do estudante cai no chão, e ele se abaixa para pegá-la ao mesmo tempo em que responde de forma distraída) ah tá, 8 vezes 2 mais x vezes 2.
> PQ: e quem é o x?
> P1: não sei.
> PQ: mas o x você substituiu por quem? O que é o valor do x?
> P1: dois?
> PQ: não, quem que eu não sei aqui.
> P1: a base?
> PQ: a altura agora né. X é altura?
> P1: sim. (Vídeo: 3º encontro p.2 P1, Tempo: 4’09”).

Surpreendentemente, no momento de distração o estudante conseguiu responder à questão corretamente, entretanto, confundiu-se novamente com a variável x que ele mesmo acrescentou em sua fala.

Mais adiante quando questionado sobre a situação em que não se sabe nem base e nem altura do retângulo, o estudante volta a se confundir em sua resposta, resultado de uma possível desatenção troca a palavra ‘altura’ por ‘perímetro’.

> P1: multiplicando o perímetro vezes 2 e a base vezes 3?
> PQ: não... Por que vezes 3?
> P1: quer dizer, vezes 2? (Vídeo: 3º encontro p.2 P1, Tempo: 7’20”).

Apesar disso, provavelmente demonstrando um conhecimento adquirido em sala de aula, P1 indica a base e a altura por b e h respectivamente.

> PQ: se eu quisesse simplificar, se não quisesse falar base e altura? Como poderia falar?
> P1: b e h? (em tom de entusiasmo)
> PQ: isso! E aí ficaria como? Tipo uma expressão, com letras. Como iria ficar?
> P1: (em silêncio)
> PQ: b vezes...?
> P1: h? (demonstrando insegurança)
> PQ: Não, a base tem que multiplicar por quanto?
> P1: Dois?
> PQ: então vai ficar b vezes 2, mais ...?
> P1: h?
> PQ: vezes...?
> P1: Dois? (Vídeo: 3º encontro p.2 P1, Tempo: 7’42”).

Apesar da utilização das variáveis b e h, percebe-se que o estudante chega à expressão ‘b vezes 2 mais h vezes 2’ com auxílio da pesquisadora. Esse trecho reforça a afirmação de que o estudante não está completamente preparado para a utilização de símbolos, embora apresente algumas compreensões sobre a álgebra simbólica, percebe-se que o estudante se sente mais confortável ao explicar situações de modo retórico. Pode-se sugerir que a concepção de álgebra simbólica se encontra em sua zona de desenvolvimento proximal, uma vez que, o estudante tem dificuldades em chegar a uma formalização simbólica sozinho, mas ao ser mediado alcança melhores resultados.

Já com P2, não foi possível obter qualquer tipo de generalização ou até mesmo explicação verbal sobre como é feito o cálculo do perímetro de um retângulo, embora tenha respondido às questões numéricas corretamente, quando questionada sobre como é feito o cálculo do perímetro, mesmo com diversas tentativas de mediação a resposta se manteve a mesma: ‘não sei’. Assim, supõe-se que o conceito de perímetro, mesmo que em contexto aritmético, ainda não foi totalmente apropriado pela estudante, e por esse motivo, há a dificuldade em generalizar a situação algebricamente. Nesse caso, as dificuldades não estão necessariamente na álgebra, mas nos conceitos aritméticos que não foram bem compreendidos (BOOTH, 1995).

Entende-se que o fato de o estudante não generalizar os procedimentos do cálculo do perímetro, está intimamente ligado à não apropriação do conceito, como dito anteriormente, apesar de haver uma compreensão aritmética, os estudantes não conseguiram alcançar uma compreensão algébrica do conceito.

A segunda questão consistia em continuar uma sequência, com o suporte de material concreto representando a situação, até o ponto em que é necessária a abstração do raciocínio de modo a continuar a sequência, e por fim, chegar à generalização da situação. A adaptação consistiu de apresentação oral e material confeccionado com cortiça e E. V. A. para representar mesas e cadeiras do restaurante.

Ambos os estudantes conseguiram abstrair o raciocínio para o cálculo da quantidade de cadeiras necessárias para 3, 4, 5, 10 e 100 mesas, embora para o último caso (100 mesas) houve maior dificuldade tanto para P1 quanto P2 que, para chegarem ao resultado correto chutaram alguns valores.

P1 respondeu os primeiros itens da questão sempre fazendo relação aos itens anteriores, aos valores já calculados, essa estratégia fica evidente quando questionado sobre o número de cadeiras necessárias para 100 mesas, após um tempo pensando o estudante expõe seu raciocínio.

> P1: quando você falou que queria 10 mesas, se lembra que eu falei que 5 mesas ‘dava’ 12 cadeiras, né?
> PQ: sim, lembro.
> P1: então aí eu só somei mais 5 mesas, e deu 22 cadeiras. Daí, se eu multiplicar esse 22 por 10, pelas minhas contas eu tenho duas alternativas, se eu não chutar uma eu tenho outra já... 220 cadeiras?
> PQ: será que é 220?
> P1: 240? (VÍDEO: 3º encontro p.2 P1, Tempo: 16’57”)

Percebe-se que o raciocínio do estudante em relação a 10 mesas parece estar correto, apesar de haver certa confusão na sua explicação: se para 5 mesas são necessárias 12 cadeiras, então para 10 mesas somou-se mais 10 cadeiras. Entretanto, esse raciocínio de que para cada nova mesa soma-se duas novas cadeiras não parece estar tão explicitado para o estudante e por isso ele confunde-se ao generalizar que para 100 mesas é necessário multiplicar 22 por 10.

O estudante utilizou-se de um método informal para resolver a situação, pois, a cada nova quantidade de mesas dadas o estudante resolvia o problema somando 2 cadeiras a cada mesa, entretanto, não ficou evidente ao estudante de que situação poderia ser traduzida em uma multiplicação (número de mesas × 2). Segundo Booth, o uso de métodos informais em aritmética pode também ter implicações na habilidade do aluno para estabelecer (ou compreender) afirmações gerais em álgebra (BOOTH, 1995, p.35). É possível relacionar estes ‘métodos informais’ denominados por Booth com os já citados conceitos espontâneos, uma vez que, segundo Vygotsky, a utilização de métodos espontâneos dificulta a compreensão de generalização da situação.

Em relação ao desempenho de P2, foi possível perceber uma maior dificuldade de resolução dos primeiros itens, tendo a necessidade de recorrer ao material manipulável quando solicitado o número de cadeiras necessárias para 10 mesas, mesmo não havendo material suficiente para representar a situação. Quando questionada sobre a quantidade de cadeiras para 100 mesas, houve uma sucessão de tentativas de respostas, apesar disso, conseguiu generalizar a situação de modo verbal, demonstrando a compreensão da situação no decorrer do processo.

> PQ: E agora é um casamento, são cem mesas, uma do lado da outra, quantas cadeiras você acha que vai precisar para essas cem mesas?
> P2: (pensando) 200?
> PQ: um pouco mais
> P2: 220?
> PQ: Um pouco menos.
> P2: (pensando) 218.
> PQ: não, menos.
> P2: 212? (rindo)
> PQ: (ri) não, menos.
> P2: (pensando) 210?
> PQ: menos.
> P2: (pensando) 208?
> PQ: um pouco menos.
> P2: 204.
> PQ: menos, tá quase.
> P2: 202?
> PQ: 202. Tá, agora vamos supor assim, você é a garçonete da manhã [...] aí você precisa explicar para o garçom da tarde, deixar um bilhetinho ou algo assim, explicado como ele vai fazer essa organização, tipo: olha [...] dependendo do número de mesas você vai ter que colocar tantas cadeiras. Como você vai explicar isso para ele?
> P2: (Responde imediatamente com expressão animada) quando for 2 mesas é 3 cadeiras de cada, quando for mais, as do meio tem duas e as da ponta tem 3 cada uma? (Vídeo: 2º encontro p.2 P2, Tempo: 27’10”).

É possível perceber que P2 estima valores próximos da resposta correta, o fato evidencia que a estudante possui boa noção em relação à variação do número de cadeiras em relação ao de mesas, ou seja, P2 compreende a variação e relação entre grandezas, embora não consiga explicitá-la com exatidão.

Mesmo que não tenha chegado à uma expressão algébrica que representasse a generalização da situação, e tendo dificuldades na resposta aritmética à pergunta ‘quantas cadeiras você acha que vai precisar para cem mesas?’ P2 conseguiu compreender e abstrair a situação proposta de forma lógica, apresentando seu raciocínio na forma retórica. Assim, é possível evidenciar o fato de que, o estudante é capaz de desenvolver um pensamento algébrico mesmo que este não seja por meio de símbolos (MOURA; SOUSA, 2009).

5.3 A VARIAÇÃO ENTRE GRANDEZAS

A quarta intervenção teve como principal objetivo investigar a compreensão de situações envolvendo variação de grandezas diretamente proporcionais. Assim, foram apresentadas duas questões tendo por objetivos específicos a análise da compreensão do estudante em relação à variação de grandezas e suas representações algébricas, e ainda, possíveis representações por meio de materiais concretos, palitos de sorvete e Multiplano. A adaptação das questões contou com a utilização do notebook com leitor de tela dos próprios estudantes, assim, foi entregue a cada um dos participantes um arquivo, por meio de pendrive, contendo as duas questões que seriam trabalhadas naquele dia, num primeiro momento os estudantes puderam realizar a leitura e resolução dos itens contidos no arquivo, sem qualquer interferência da pesquisadora, em seguida, foi realizada a impressão e discussão das respostas.

A primeira questão foi novamente relacionada ao conceito de perímetro. Primeiramente o estudante respondeu as perguntas relacionadas ao cálculo aritmético do perímetro de um retângulo dados sua base e altura, por último, trabalhou-se a ideia de variação das grandezas perímetro e dimensões do retângulo.

Provavelmente devido ao bom desempenho de P1 nas questões envolvendo o cálculo do perímetro de um retângulo do encontro anterior, o estudante conseguiu responder corretamente todos os itens da questão, chegando inclusive, a exemplificar as situações, além disso, compreendeu que, ao dobrar as medidas dos lados de um retângulo com perímetro x, o novo perímetro será representado por x2.

FIGURA 5 – RESPOSTAS DE P1 EM RELAÇÃO À PRIMEIRA QUESTÃO

01. Você lembra o que é perímetro?

a. Explique como calculamos o perímetro de um retângulo.

Resposta: Multiplicando a base por 2 e a altura por 2 também:
Exemplo: B=10 E H=5 = O retângulo mede 30cm.

b. Qual é o perímetro de um retângulo com base medindo 4 cm e altura medindo 6 cm?

Resposta: O retângulo mede 20cm.
Cálculos: 4 * 2 = 8; 6 * 2 = 12 = 20cm.

c. Caso eu resolva dobrar a base e a altura desse retângulo, qual será o novo perímetro?

Resposta: Como o retângulo dobrou, a medida também dobra, ou seja, o retângulo vai medir 40cm.

d. Qual é a relação que existe entre o perímetro que você calculou no item b e no item c?

Resposta: Como a base dobrou, o perímetro também dobrou!

e. Agora, imagine que eu construí um retângulo, mas ainda não medi a sua base e nem sua altura. Como eu não sei qual é o seu perímetro, vou indicar com a letra x, então o retângulo tem perímetro x. Se eu dobrar as medidas da base e da altura desse retângulo como poderei representar seu novo perímetro?

Resposta: O perímetro será x2!

FONTE: Dados da pesquisa (2019)

Por outro lado, P2 manteve suas dificuldades anteriores relacionadas ao perímetro, prova disso, não respondeu aos itens propostos. Ao perceber que as dificuldades se mantiveram, a pesquisadora optou por mediar a situação, explicando e relembrando com P2 as questões atuais e as anteriores que envolviam o conceito de perímetro, dessa vez, a mediação trouxe melhores resultados, a estudante conseguiu responder corretamente às questões, tendo maior dificuldade somente no último item, 1e.

> PQ: o que aconteceu entre o perímetro que você calculou antes, que deu 20, e esse que você calculou agora?
> P2: Dobrou.
> PQ: Dobrou. Então eu dobrei a base e a altura e meu perímetro também dobrou, certo?
> P2: (balança a cabeça em sinal afirmativo).

> PQ: Agora, imagina que eu construí um retângulo, mas ainda não medi a base, então eu tenho um retângulo e eu não sei exatamente nem o tamanho da base e nem da altura, eu vou indicar o perímetro por x, tá? Então, esse retângulo tem perímetro x. Aí eu vou dobrar a base a altura desse retângulo que eu construí, quanto vai ser esse novo perímetro?
> P2: 2x+2x+2x+2x
> PQ: O x é o perímetro, eu já calculei o perímetro. Então o perímetro é x, aí eu dobrei a base e altura, quanto será esse novo perímetro?
> P2: 2x. (Vídeo: 3º encontro P2, Tempo: 8’50”).

Aqui, novamente nota-se a dificuldade na compreensão do significado da letra, a estudante não consegue identificar as grandezas, e por isso, faz uso da letra x para representar apenas o desconhecido, no caso, o tamanho de cada um dos lados, assim, da mesma forma que o perímetro desconhecido está sendo representado por x, base e altura são representadas pela mesma letra, sem considerar que possam ter medidas diferentes, e ainda, que o perímetro x tem uma relação de dependência com as dimensões do retângulo.

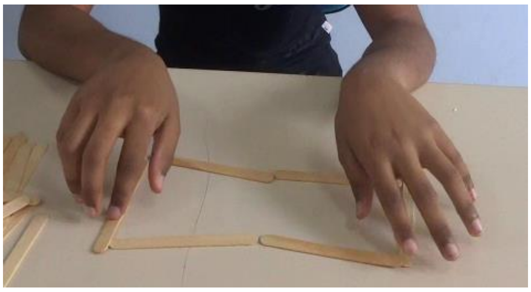
Apesar da dificuldade na identificação de grandezas e do valor incógnito da situação, P2 demonstra compreensão da notação algébrica ao representar por 2x um valor incógnito que, segundo o enunciado, teria seu tamanho ‘dobrado’. É possível supor que a compreensção do simbolismo e incompreensão do valor desconhecido, se relacionem ao fato de que, na maioria das vezes, o ensino escolar prioriza o simbolismo, a operação e representação com letras, e não o pensamento algébrico em si, a variação e dependência entre grandezas, a compreenssão e identificação do valor desconhecido à que se refere a situação.

Em seguida foi solicitada uma representação da situação utilizando dois tipos de materiais: palitos de sorvete o Multiplano.

Os palitos de sorvete não se mostraram muito eficazes em relação à manipulação pelos estudantes, uma vez que houve a dificuldade de manter os palitos imóveis sobre a mesa, conforme se colocava palitos na disposição desejada, os anteriormente colocados deslocavam-se pela manipulação dos demais.

Apesar da dificuldade, P2 conseguiu completar uma aproximação de representação de um retângulo, ao ser questionada sobre como representaria o fato de dobrar as medidas do retângulo, P2 informou que acrescentaria ao seu retângulo original (1×2) dois palitos na base e um palito na altura, obtendo um retângulo 2×4.

FIGURA 6 – RETÂNGULO DE PALITOS CONSTRUÍDO POR P2.



FONTE: Dados da pesquisa (2019)

Já P1 iniciou a representação com palitos, mas ficou impaciente com a movimentação dos mesmos, em seguida desistiu da representação com o material.

FIGURA 7 – TENTATIVA DE P1 NA CONSTRUÇÃO DE UM RETÂNGULO

FONTE: A autora (2019)

Para as representações com o Multiplano, ambos os estudantes construíram um retângulo com pinos e em seguida representaram um novo retângulo com o dobro de pinos do anterior.

Considerando a dificuldade na utilização de um tipo de material, fica evidente a importância da reflexão do professor no momento de adaptação de uma determinada questão, como destacado, a escolha de um material que não atenda as necessidades do estudante e/ou do conteúdo proposto pode gerar desmotivação, frustração e incompreensões do conceito a ser trabalhado.

A segunda questão foi relacionada ao valor de uma corrida de táxi dependendo da distância percorrida. Primeiramente o estudante deveria calcular o valor da corrida dados uma taxa fixa de embarque, o valor cobrado por quilômetro e a distância percorrida, em seguida o estudante deveria generalizar o cálculo por meio de uma expressão algébrica.

Apesar de P1 ter respondido corretamente as questões aritméticas em que era solicitado o cálculo do valor total de uma corrida de táxi, o estudante não foi capaz de chegar a uma expressão que representasse a generalização da situação.

FIGURA 8 – RESPOSTAS DE P1 PARA A SEGUNDA QUESTÃO

c. Como eu posso representar o total a pagar dependendo da quantidade de quilômetros percorridos?

Resposta: Você pode representar em X, Y ou, sei lá! (EU NÃO SEI QUANTO QUE VOCÊ VAI ANDAR!)

FONTE: Dados da pesquisa (2019)

Há três hipóteses para a resposta do estudante, a primeira é a de que ele não entendeu corretamente a proposta, pois ao invés de uma expressão que representasse o valor da corrida independente da quantidade de quilômetros percorridos, P1 representou o valor final como sendo uma variável X ou Y, o que não deixa de estar correto, uma vez que o valor da corrida é desconhecido.

Como segunda hipótese acredita-se que o estudante não tenha compreensão de que o foco da atividade algébrica é estabelecer procedimentos e relações (BOOTH, 1995, p. 24), no caso em questão, o estudante não conseguiu representar a relação de dependência entre as variáveis ‘quantidade de quilômetros’ e ‘preço final da corrida’. Além disso, alguns estudantes parecem aceitar um resposta algébrica, porém, a apresentam como uma resposta de um “único termo”, quando P1 dá como resposta apenas a letra X ou Y fica claro a compreensão do fechamento nos sistemas matemáticos, alguns estudantes parecem não aceitar a ausência do fechamento, dificuldade derivada das ideias da aritmética, em que se espera uma resposta “final”, numérica (BOOTH, 1995).

Como terceira hipótese, P1 compreende a relação de dependência entre o total a pagar e a quantidade de quilômetros percorridos, e demonstra tal compreensão ao afirmar “eu não sei quanto que você vai andar”, assim, subentende-se que o total pago será muito ou pouco, dependendo dos quilômetros percorridos, e ainda representa essa variação no total a pagar com a utilização de letras diferentes ‘pode ser x ou pode ser y’. Apesar de deixar claro essa compreensão, P1 não consegue explicitar em termos de notação algébrica (por meio de símbolos) tal relação, revelando mais uma vez que, apesar de não estar apto a realizar representações por meio da álgebra simbólica, consegue desenvolver um raciocínio algébrico.

P2 teve um desempenho surpreendente comparado às questões anteriores relacionadas ao cálculo e generalização do procedimento de cálculo do perímetro.

FIGURA 9 – RESPOSTAS DE P2 PARA A SEGUNDA QUESTÃO

02. Um taxista cobra uma taxa fixa de embarque e mais uma quantia por cada quilômetro percorrido. A taxa de embarque é de 5 reais, e a cada quilômetro percorrido é cobrado 2 reais.

a. Se eu embarcar neste táxi e percorrer 4 quilômetros, quanto vou pagar?

2.4=8
8+5=13

b. Se eu embarcar neste táxi e percorrer 6 quilômetros, quanto vou pagar?

2.6=12
12+5=17

c. Como eu posso representar o total a pagar dependendo da quantidade de quilômetros percorridos?

2x+5

FONTE: Dados da pesquisa (2019)

Percebe-se que, além de responder corretamente as questões em que envolviam conhecimentos aritméticos, P2 conseguiu generalizar a situação por meio de uma expressão. Quando questionada se já havia visto ou resolvido anteriormente questões como a do táxi, P2 respondeu afirmativamente, assim, pode-se supor que o bom desempenho na resolução desta situação se deva ao fato da estudante já ter resolvido questões semelhantes e com a mesma estrutura de resolução, uma vez que questões como a do táxi são comumente utilizadas pelos professores quando exemplificam o conteúdo de equações do 1º grau, expressões algébricas ou variação de grandezas diretamente proporcionais.

Por último, foi solicitado aos estudantes que representassem a situação do táxi utilizando o Multiplano.

Primeiramente P1 pensou em usar algumas peças diferentes do multiplano, que segundo ele, não eram utilizadas em sala de aula, porém quando questionado sobre como seria esta representação não soube responder, assim, optou por utilizar dois pinos na representação do termo 2x e 5 peças iguais (comumente utilizadas para a construção de gráficos no Multiplano) para a representação do valor +5.

FIGURA 10 – REPRESENTAÇÃO DA EXPRESSÃO 2X + 5 FEITA POR P1.

FONTE: Dados da pesquisa (2019)

P1 foi ainda questionado o que aconteceria caso o valor do quilômetro do táxi fosse modificado.

> PQ: e se ao invés de eu pagar dois reais cada quilômetro, eu pagasse três reais, como você iria representar isso?
> P1: 3x + 5
> PQ: isso, então representa aí para mim.
> P1: só colocar mais um pininho (colocando mais um pino junto aos dois anteriormente colocados). (Vídeo: 4º encontro p.2 P1, Tempo: 21’00”).

P2 representou de forma semelhante, porém utilizou somente barras de tamanhos diferentes (utilizadas para a construção de gráficos), sendo duas de tamanho 4 para representar o 2x e uma barra de tamanho 8 para representar o 5. Ao considerar os tamanhos e relacionar com a equivalência de cada barra, num primeiro momento entende-se que P2 se equivocou em sua representação, porém, analisando sob outro aspecto, percebe-se que ela não considerou necessariamente os tamanhos das barras, apenas considerou que para representar o 2x (x + x) precisaria de duas barras de mesmo tamanho, e que para representar o valor +5 precisaria de somente uma barra, pois é apenas um algarismo.

FIGURA 11 – REPRESENTAÇÃO DA EXPRESSÃO 2X + 5 FEITA POR P2.

FONTE: Dados da pesquisa (2019)

É interessante observar que ambos os estudantes consideraram que o valor de x deveria ser representado por um objeto menor do que o utilizado para a representação do valor +5, entretanto, algebricamente x, que neste caso representa a grandeza quantidade de quilômetros rodados, pode assumir grandes valores, e assim, ao ser multiplicado por 2, assumir um valor muito maior que +5. Isso nos leva a crer que os estudantes não se apropriaram do conceito de variável, uma vez que a representação de 2x realizada por ambos considera a letra como uma incógnita, com valor fixo, e não algo que pode ser variável.

Para Kuchemann (apud BOOTH, 1995) é comum que os estudantes interpretem variáveis como valores únicos, pois o relacionam como em aritmética, onde os simbolos que representam quantidades sempre representam um único valor.

> Mesmo quando as crianças interpretam as letras como representações de números, há uma forte tendência a considerar que as letras representam valores específicos únicos, como em “x + 3 = 8”, e não números genéricos ou variáveis como em “x + y = y + x” ou “A = b × a”. (KUCHEMANN[20], 1981, apud BOOTH, 1995, p. 31).

Portanto, não é algo tão estranho que os estudantes iniciantes em álgebra ainda não tenham tal compreensão ao representar quantidades variáveis.

5.4 CONCLUSÃO DAS ANÁLISES

Para a realização das análises aqui apresentadas, considerou-se, durante todo o processo, as categorias previamente estabelecidas no capítulo da metodologia. Portanto, como uma forma de conclusão destas análises, e para ajudar o leitor a compreender de que modo cada situação de análise relaciona-se com as categorias, é que se apresentam os itens que seguem:

a) Conceitos algébricos explicitados: variável, incógnita, função, entre outros

[20] KUCHEMANN, D. E. Algebra. Em: **Children’s Understanding of Mathematics**: 11-16, editado por K. Hart, pp. 102-19. Londres: Murray, 1981.

Na questão que trata de equivalência de massas entre objetos com auxílio da balança (2ª intervenção – 3ª questão), percebe-se que o conceito de equivalêcia ainda não foi totalmente apropriado pelo estudante P1, uma vez que o mesmo não compreendeu a equivalência entre objetos diferentes, parafusos e palitos.

Nas questões envolvendo o emprego de incógnitas (2ª intervenção – 5ª e 6ª questões), fica claro que o estudante entende o conceito como algo incógnito, 'escondido', que deverá ser substituido por um valor numérico de modo a tornar a igualdade correta.

Entretanto, o conceito de variável se apresenta ainda como um conceito espontâneo – nas questões relacionadas ao perímetro –, ambos os estudantes compreendem a ideia de algo variável (que varia) e concordam que assim podem ser as medidas de um retângulo, apesar disso, não conseguiram, sem a mediação da pesquisadora, chegar a uma generalização ou representação simbólica considerando tal ideia (de variação).

Em relação ao conceito de grandeza, pode-se destacar dois momentos: primeiro, o conceito de grandeza massa (2ª intervenção – 4ª questão), ambos os estudantes não se atentaram para a definição de que 1 quilo é sempre 1 quilo, independente do objeto a ser pesado, mas, por outro lado, pode-se supor que, a dificuldade nesta questão se deu também à incompreensão do conceito de equivalência, ao terem de relacionar massas de frutas diferentes.

O segundo momento que destaca-se é a dependência entre grandezas. P1 e P2 obtiveram resultados diferentes em relação a este conceito quando trataram da relação de dependência entre dimensões de um retângulo e seu perímetro (4ª intervenção – 1ª questão). Enquanto P1 demonstrou compreender essa dependência na variação das medidas ao representar por 'x2' o novo perímetro de um retângulo, de perímetro original x, após ter suas dimensões dobradas, P2 representou este novo perímetro por '2x + 2x + 2x + 2x', aqui é possível perceber que a estudante entende a ideia de 'dobrar um valor' ao multiplicar o mesmo por 2, entretanto, não houve a compreensão de que x é a representação do valor perímetro, já calculado, e não a medida de cada um dos lados, além disso, não deixa explicitado a relação de dependência entre as dimensões e o perímetro, e ainda, não diferencia as letras, considerando todos os valores desconhecidos por x.

b) Formas de pensamento: abstração, generalização, formação de conceitos

Nesta categoria podem ser evidenciados os seguintes pontos: a utilização de conceitos ainda espontâneos; dificuldade em aceitar o fechamento de um sistema; zona de desenvolvimento potencial; generalização de situações por meio de expressões; uso da linguagem algébrica; representação concreta de uma generalização.

Já no início (2ª intervenção – 1ª questão) é evidenciada a aplicação de um conceito espontâneo quando P1 relaciona o conceito de equilíbrio, utilizado na situação, à um filme que faz referência ao ‘equilíbrio do universo’, e faz uso deste conceito para resolver as situações que lhe são apresentadas. Ainda sobre conceitos espontâneos, P2 indica possuir um conceito espontâneo de perímetro, ao referir-se a tal como sendo ‘o contorno da figura’, o conceito espontâneo se justifica ao evidenciar as dificuldades no cálculo aritmético e na representação algébrica do perímetro de um retângulo.

Ao longo das situações apresentadas fica evidenciado a dificuldade, principalmente de P1, em aceitar o não fechamento das estruturas, por exemplo, na questão de equivalência entre parafusos e palitos (2ª intervenção – 3ª questão) onde a situação poderia ser traduzida algebricamente para ‘x = 12y’. Entretanto, P2 demonstra compreender melhor a ideia, conseguindo resolver tais situações sem dificuldades.

Ao longo das questões, percebe-se que boa parte dos conceitos trabalhados se encontram na Zona de Desenvolvimento Potencial dos estudantes, uma vez que necessitaram de mediação da pesquisadora em boa parte das situações como, por exemplo, na questão de equivalência entre frutas (2ª intervenção – 4ª questão), ou nas questões envolvendo cálculo de perímetro de um retângulo (3ª intervenção – 1ª questão; 4ª intervenção – 1ª questão).

Na questão da equivalência entre as massas de frutas (2ª intervenção – 4ª questão) fica evidente a dificuldade de P1 em dissociar o seu pensamento do material concreto no momento em que o estudante expõe sua vontade em utilizar a balança, utilizada em questões anteriores, deixando claro sua necessidade de apoiar-se no concreto para o desenvolvimento de seu raciocínio. Na situação das mesas e cadeiras (3ª intervenção – 2ª questão) P2 também recorre ao material concreto, peças confeccionadas com cortiça e E. V. A., para exemplificar concretamente a situação exposta, e quando a situação não permite mais a utilização – quando não há peças suficientes – percebe-se ainda uma tentativa de P2 na representação com o material.

Em relação às representações, pode-se analisar os dois tipos diferentes utilizados ao longo da pesquisa, a representação por meio da linguagem algébrica e a representação por meio de material concreto. Em relação ao primeiro tipo de representação, percebe-se a dificuldade no emprego da notação algébrica, em alguns momentos como, por exemplo, a representação do cálculo do perímetro de um retângulo por P1, o estudante utiliza-se de uma mesma letra, x, para representar tanto a altura quanto a multiplicação ‘2 × altura’, em outro momento, P1 não compreende o significado da notação ‘2x’ como sendo o dobro de x. Após mediação, P1 finalmente demonstra a compreensão de 2x como a soma ‘x + x’.

Considerando as dificuldades percebidas na generalização de situações e compreensão no conceito de variável, justificam-se as dificuldades na representação concreta da situação do táxi, onde ambos os estudantes representaram a variável por um objeto de tamanho fixo e, curiosamente menor, que o objeto utilizado para representar o valor +5 da expressão ‘2x + 5’.

c) Formas de representação nos materiais usados, sendo estes: Multiplano, Material dourado e software de escrita no computador

Para a realização das intervenções foram utilizados os seguintes materiais: Notebook com software leitor de tela; Multiplano (kit completo com pinos Braille); Palitos de sorvete (em madeira); Balança de pratos (confeccionada com tubos de PVC e pratos de flor, como pesos utilizou-se argolas de plástico, palitos de sorvete e parafusos); Material confeccionado com cortiça e E.V.A..

A utilização do notebook com software leitor de tela traz agilidade e autonomia ao estudante no decorrer do processo, pois, permite que o mesmo leia e releia a situação quantas vezes for necessária, além disso, quando utilizada para registro da resolução da situação, permite ao estudante que apague e reescreva de forma rápida, sem atrapalhar o desenvolvimento de seu raciocínio. Apesar das potencialidades previstas em relação ao uso deste recurso, na prática há limitações, são elas: cuidado que o professor deve tomar em relação a decodificações do arquivo, este pode abrir com erros de grafia e símbolos alterados; falta de adaptação aos leitores de tela e/ou incompreensão da situação lida em sua totalidade, os enunciados devem ser sintéticos e claros favorecendo a interpretação da situação pelo estudante; a não utilização do recurso como apoio (para registros), os estudantes, acostumados a utilizar apenas cálculos mentais para a resolução de problemas são pouco incentivados a utilizar o computador como um material para realização de seus registros.

O Multiplano é um material de muita potencialidade, possibilitando o ensino / aprendizagem de vários conteúdos matemáticos. Entretanto, em relação à abordagem de problemas que necessitam da linguagem algébrica, há limitações, os pinos Braille apresentaram-se de difícil leitura para aqueles com pouca experiência em leitura Braille e, considerando que atualmente há estudantes que preferem a utilização do notebook ao código Braille, é preciso que o professor tenha o cuidado para compreender as preferências so estudante e não acabar por dificultar a compreensão da situação.

A balança de pratos mostrou-se um bom material para representar o conceito de igualdade / equilíbrio, eficaz no ensino de resolução de equações pelo método ‘operar dos dois lados’, onde ensina-se ao estudante que em uma equação deve-se realizar uma mesma operação em ambos os lados para manter a igualdade, contrapondo-se ao método de ‘passar para o outro lado’, como muitas vezes é trabalhado. Entretanto, há algumas limitações, por exemplo, em relação à representações de equações com coeficientes inteiro ou racionais.

Os palitos de sorvete utilizados para a representação do perímetro de um retângulo, não se mostraram eficaz, pela facilidade com que se moviam na mesa, em uma situação que não permitia tais movimentos para que fosse possível a construção de uma figura geométrica regular.

Já o material construído com cortiça e E.V.A para a representação de mesas e cadeiras de restaurante, apesar de simples, foi de grande utilidade, sendo determinante para que os estudantes compreendessem a situação apresentada. O material se mostrou fundamental para que P2 pudesse formalizar uma generalização, ainda que verbal, da situação.

Considerando as limitações observadas em alguns dos materiais utilizados (Multiplano, software leitor de tela, palitos de sorvete), conforme já exposto, algumas adaptações necessitaram ser repensadas e algumas questões readaptadas. Isso evidencia o fato de que nem sempre a adaptação pensada pelo professor mostra-se eficiente ao estudante, considerando que é difícil um vidente pensar como um deficiente visual. Reforça-se também, que as limitações apresentadas por um material em uma determinada situação não invalidam sua utilização nas demais, é preciso cuidado e avaliação do professor em relação a cada material, em cada situação. Um mesmo material que tenha apresentado limitações em um momento pode ser cheio de potencialidades para outras situações, essa tarefa de escolha do material adequado pode ser facilitada com o tempo, com a experiência do convívio com tais estudantes e troca de conhecimentos com os demais professores.

d) Possibilidades metodológicas de ensino: quando o estudante requer outras formas de compreensão

Durante as intervenções e análises das mesmas, nota-se momentos em que a incompreensão do estudante em relação a determinadas situações não estavam relacionadas unicamente à falta de conceitos ou ao seu nível de desenvolvimento, mas sim, à como a situação foi apresentada, ao material utilizado, e até mesmo, à forma da mediação.

Ressalta-se, primeiramente, que as dificuldades em álgebra podem se originar de dificuldades na própria aritmética, como muitos a consideram (a álgebra) como uma aritmética generalizada, assim, para que o estudante compreenda bem suas operações e generalizações é importante que antes se faça um bom trabalho visando a compreensão das operações aritméticas e suas propriedades.

Fato este, que ficou evidente principalmente nas questões relacionadas à cálculo de perímetro, tendo ficado claro que a principal dificuldade dos estudante estava na compreensão do próprio cálculo aritmético do perímetro bem como as propriedades e nomenclaturas (base e altura) do retângulo.

Reforçando as propriedades aritméticas das operações facilita-se também o trabalho com a linguagem algébrica, a leitura e emprego da notação formal bem como sua compreensão como, por exemplo, o entendimento de que 2x representa o dobro de um valor desconhecido, ou a relação de dependência entre grandezas.

Ao professor cabe a análise constante de sua mediação, para que esta torne-se eficaz no auxílio da aprendizagem do estudante e não gere ainda mais incompreensões. Após a transcrição de alguns trechos da pesquisa realizada, é possível perceber momentos em que a mediação da pesquisadora não foi eficaz, deve-se isso ao excesso de informação em sua fala, tal excesso é fonte geradora de mais incompreensões pois o estudante acaba por se confundir com a quantidade de informação recebida, não dando conta de assimilar tudo o que é dito. Assim, ressalta-se que o professor deva ser sintético em suas mediações, oferecendo pistas que levem ao estudante pensar por si só e chegar à suas próprias conclusões e/ou contradições.

Ainda em relação aos registros, conforme já exposto no item C, alguns materiais não conseguiram atender a necessidade de determinadas questões, como foi, por exemplo, com a representação do perímetro de um retângulo com palitos de sorvete, entretanto, ressalta-se a utilização do Multiplano que, para esta mesma questão, atendeu o objetivo proposto. Assim, é reforçado a análise e utilização de um material adequado e, que ao perceber qualquer tipo de limitação no material ou metodologia utilizada, o professor repense suas ações e busque realizar as devidas modificações, visando atingir o objetivo proposto da aula.

Ao longo das análises percebe-se, de modo geral, que ambos os estudantes ainda possuem muitos conceitos espontâneos e, portanto, apesar da facilidade para cálculo mental, possuem dificuldades aritméticas e utilizam-se de métodos aritméticos informais na resolução de algumas questões, o que dificulta a generalização da situação. Para potencializar o desenvolvimento de conceitos científicos, evidencia-se a necessidade de constante mediação e exposição do estudante às vivências escolares que proporcionem o desenvolvimento de tais conceitos. Percebe-se também, a dificuldade e/ou falta de registros, seja por meio de material concreto ou em forma de linguagem escrita, ressalta-se que a realização de qualquer tipo de registro tende a auxiliar no desenvolvimento do raciocínio algébrico e, por esse motivo, é imprecíndivel que haja a mediação, por parte do professor, em relação à utilização de registros pelo estudante.

Apesar de algumas dificuldades apresentadas, principalmente em relação à representação por meio da álgebra simbólica, percebe-se que os estudantes são capazes de desenvolver o raciocínio algébrico e, na maioria das vezes, os apresentaram por meio da álgebra retórica. Assim, percebe-se que, de modo geral, os estudantes desenvolvem seus raciocínios algébricos de modo semelhante ao desenvolvimento lógico-histórico da álgebra, conforme exposto por Moura e Sousa (2009), dependendo da situação os estudantes evidenciavam maior compreensão de álgebra não simbólica, em outras a álgebra simbólica. Não é possível identificar a utilização de uma única concepção, os estudantes caminham entre diferentes compreensões, sendo umas mais confortáveis que outras, a depender da situação.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As situações trabalhadas nesta pesquisa permitiram o desenvolvimento da mesma e o cumprimento do objetivo proposto inicialmente, a análise dos conceitos algébricos presentes nos estudantes deficientes visuais pesquisados.

Apesar das dificuldades conceituais relacionadas à outros campos matemáticos que se apresentaram ao longo do desenvolvimento das situações, foi possível, em todas as situações, pontuar compreensões e incompreensões, facilidades e dificuldades relacionadas ao campo algébrico.

Constata-se que, as principais dificuldades encontradas relacionam-se à concepção de álgebra como artimética generalizada, uma vez que, prioriza a compreensão de conceitos aritméticos e a utilização de simbolismo para representar tais generalizações.

Observando a história da álgebra, percebe-se que este campo não se reduz apenas a operações aritméticas generalizadas e simbolismo, pelo contrário, a utilização de simbolos é algo recente, considerando o tempo de desenvolvimento da matemática. O que pretende-se ressaltar aqui é: como algo que levou anos para desenvolver-se e apresentar-se deste modo, como é a álgebra simbólica, pode ser apresentado aos estudantes como algo simples, acabado, sem considerar todo o seu modo de desenvolvimento e as outras formas de pensamento algébrico utilizadas anteriormente ao simbolismo.

Assim, ao analisar o pensamento em si, a fala, gestos, representações concretas, pode-se ir muito além. E deste modo se fez, sendo possível perceber que há sim, apesar das dificuldades mais básicas da aritmética, o desenvolvimento do pensamento algébrico e de conceitos a ele relacionados.

Foi possível identificar nos estudantes principalmente a compreensão de grandezas variáveis e suas relações de independência, das propriedades de igualdade e resolução de equações simples relacionadas a identificação de valores incógnitos.

Ressalta-se no trabalho com estudantes deficientes visuais a importância e necessidade de recursos didáticos que visem a compreensão total da situação, por meio de materiais que alcancem os demais sentidos que não somente a visão, além disso, a mediação cuidadosa, com linguagem simples e acessível, tende a contribuir com o desenvolvimento dos estudantes.

Considera-se satisfatórios os resultados obtidos, entretanto, entende-se a importância de uma pesquisa mais aprofundada em relação aos momentos de ensino, as abordagens metodológicas de sala de aula que levaram os estudantes deficientes visuas aqui pesquisados e desenvolver os conceitos algébricos analisados, deste modo, haveria a possibilidade de melhor compreender suas facilidades e potencialidades em relação a tais conceitos.

Considerando as ações possíveis para esta pesquisa, compreende-se, ao final dela, que os estudantes deficientes visuais, apesar da limitação de um dos sentidos, são capazes de pleno desenvolvimento de conceitos, a ressaltar os algébricos, objetivo deste trabalho.

Acredita-se que, com a inclusão, suporte e recursos necessários a estes estudantes, pode-se atingir o pleno desenvolvimento de suas funções psicológicas, tendo o mesmo ou superior desempenho em relação aos estudantes ditos videntes.

Assim, considerando as dificuldades de professores, em relação ao ensino de conteúdos algébricos a estudades deficientes visuais, espera-se que esta pesquisa venha a colaborar com tais profissionais no momento de escolha e organização do encaminhamento metodológico das aulas, de modo que tais estudantes sejam beneficiados com um ensino mais efetivo e inclusivo, tendo acesso a todo o conteúdo proposto no curriculo escolar.

Como pesquisadora, este trabalho auxiliou na compreensão do desenvolvimento dos estudantes, no entendimento de que, apesar da deficiência em um dos sentidos (visão), tais estudantes têm plena capacidade de desenvolvimento de conceitos algébricos. Considerando que as dificuldades em álgebra são encontradas também em estudantes videntes, a compreensão de que existem diferentes concepções algébricas auxiliam na escolha e organização de uma metodologia mais eficaz, que contemplem ambos os estudantes, cegos e videntes, vizando minimizar as dificuldades desse campo matemático, as diferentes concepções algébricas também nos auxiliam a lançar um novo olhar sobre a avaliação de tais conteúdos, observando novos e mais profundos aspectos de avaliação que não somente a manipulação de símbolos.

REFERÊNCIAS

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A.; SHULTE, A. (Orgs.). **As ideias da álgebra**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

BRASIL. **Lei nº. 4.024**, de 20 de dezembro de 1961. Fixa as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial [da República Federativa do Brasil], Brasília, DF, 1961.

BRASIL. **Lei n°. 5.692**, de 11 de agosto de 1971. Fixa as Diretrizes e Bases para o ensino de 1º e 2º graus, e dá outras providências. Diário Oficial [da República Federativa do Brasil], Brasília, DF, 1971,

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Diário Oficial [da República Federativa do Brasil], Brasília, DF, 5 out. 1988.

BRASIL. **Lei nº 9.394**, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial [da República Federativa do Brasil], Brasília, DF, 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** Adaptações Curriculares / Secretaria de Educação Fundamental. Secretaria de Educação Especial. – Brasília: MEC / SEF/SEESP, 1998. 62 p.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018, 600p.

BRASIL. **Lei nº 13.146**, de6de julho de 2015. Dispõe sobre a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência. Diário Oficial [da República Federativa do Brasil], Brasília, DF, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Deficiência visual**. Marta Gil (org.) – Brasília: MEC. Secretaria de Educação a Distância, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica** / Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral.Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013. 562p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental.**Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática /Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.148 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental.**Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.174 p.

COSTA, D. A. F. **Superando limites: a contribuição de Vygotsky para a educação especial**. Rev. psicopedag., São Paulo , v. 23, n. 72, p. 232-240, 2006 . Disponível em <http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84862006000300007&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em 04 jul. 2018.

DIAS, Camilla Ehrat. **Matemática para cegos uma possibilidade no ensino de polinômios**. 2017. 111 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2017.

ESPANHA. **Declaração De Salamanca**: Sobre Princípios, Políticas e Práticas na Área das Necessidades Educativas Especiais.Salamanca, Espanha, 1994.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuições para um repensar... a Educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, v. 4, n. 1 [10], p. 78-91, mar. 1993.

FLYNN, E.; PINE, K.; LEWIS, C. **The microgenetic method**: time for change? The Psychologist, v. 19, n. 3. Mar, p. 152-155, 2006.

Fundação Dorina Nowill para cegos. https://www.fundacaodorina.org.br/. Acesso em: 10 de maio de 2019.

GOES, M. C. R. de. **A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural: uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade**. Cad. CEDES, Campinas, v. 20, n. 50, p. 9-25, Abr. 2000. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-32622000000100002&lng=en&nrm=iso>. Acesso em 07 Jan. 2019. http://dx.doi.org/10.1590/S0101-32622000000100002.

GONÇALVES, S. S. **Abordagem histórico cultural em sala de aula inclusiva de Matemática: o processo de apropriação do conceito da função derivada**

por um estudante cego. 2015. VII Encontro de Pesquisa em Educação. III Congresso Internacional: Trabalho Docente e Processos Educativos. 22-24 set. 2015. Universidade de Uberaba, 2015.

JOMTIEN. Declaração Mundial Sobre Educação Para Todos. In: **Conferência Mundial sobre Educação para Todos**. 1990.

JUNIOR, A. P. de O. **Alunos com cegueira ou baixa visão no ensino regular: uma análise das condições de aprendizagem e desenvolvimento**. 2014, 189 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2014.

KELMAN, C. A.; BRANCO, A. U. **Análise Microgenética em pesquisa com alunos surdos**. Revista Brasileira de Educação Especial, Marília, São Paulo, v. 10, n.1, p. 93-106, 2004.

LOCHHEAD, J.; MESTRE, J. P. Das palavras à álgebra: corrigindo concepções erradas. In: COXFORD, A.; SHULTE, A. (Orgs.). **As ideias da álgebra**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

LOPES, A. M. de A.; PASSERINO, L. M.; RODRIGUES, T. A. **O estudo da função polinomial do 1o grau: diferenças entre ver e ouvir um objeto de aprendizagem na inclusão de sujeitos com deficiência visual em sala de aula**. RENOTE: revista novas tecnologias na educação. Vol. 7, n. 3 (dez. 2009), 11 f., 2009.

MAMCASZ-VIGINHESKI, L. V. **Uma abordagem para o ensino de produtos notáveis em uma classe inclusiva: o caso de uma aluna com deficiência visual**. 2013. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

MAMCASZ-VIGINHESKI, L. V. et al. **Formação de conceitos em Geometria e Álgebra por estudante com deficiência visual**. Ciênc. educ. (Bauru), Bauru, v. 23, n. 4, p. 867-879, Dez. 2017. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-73132017000400867&lng=en&nrm=iso>. Acesso em 01 Jul. 2019. http://dx.doi.org/10.1590/1516-731320170040008.

MANTOAN, M. T. É. **Inclusão escolar**: o que é? Por quê? Como fazer? São Paulo: Moderna, 2003.

MARTINS, E. G.; BIANCHINI, B. L. **Resolução de sistemas de equações lineares por um sujeito cego: um experimento com foco na exploração dos registros de representação semiótica**. Revista de Produção Discente em Educação Matemática. ISSN 2238-8044, [S.l.], v. 8, n. 1, maio 2019. ISSN 2238-8044. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/pdemat/article/view/54-63>. Acesso em: 02 Jul. 2019. doi:https://doi.org/10.23925/2238-8044.2019v8i1p54-63.

MEYER, VMC; et al. **Displasia septo-óptica como causa de colestase neonatal**. Resid Pediatr. 2016;6(3):137-140 DOI: https://doi.org/10.25060/residpediatr-2016.v6n3-08

MOURA, A. R. L. DE; SOUSA, M. DO C. DE. **O lógico-histórico da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica**: dois olhares diferentes. Zetetike, v. 13, n. 2, p. 11-46, 16 fev. 2009.

NUERNBERG, A. H. **Contribuições de Vigotski para a educação de pessoas com deficiência visual**. Psicol. estud., Maringá, v. 13, n. 2, p. 307-316, Junho 2008 . Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-73722008000200013&lng=en&nrm=iso>. Acesso em 23 Abr. 2018. http://dx.doi.org/10.1590/S1413-73722008000200013.

OLIVEIRA, M. K. **Aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico**. São Paulo: Scipione, 1997. (pensamento e ação no magistério).

Organização Nações Unidas (ONU). **Declaração Universal dos Direitos Humanos**. 1948.

Organização Nações Unidas (ONU). **Declaração dos Direitos das Pessoas Deficientes.** 1975.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do Paraná – Departamento da Educação Básica. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**: Matemática. Curitiba, 2008

REIS, R. **À flor da pele**. São Paulo: Cia. Dos Livros, 2010.

SÁ, E. D. de; CAMPOS, I. M. de; SILVA, M. B. C. **Atendimento educacional especializado**: deficiência visual. MEC, SEESP, 2007.

SANTOS, F. L. dos; THIENGO, E. R. **Aprendizagem matemática de um estudante com baixa visão: uma experiência inclusiva fundamentada em Vigotski, Leontiev e Galperin**. Revista Paranaense de Educação Matemática, v. 5, n. 9, p. 104-120, 2016.

SFORNI, M. S. de F. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino: contribuições da teoria da atividade**. 1ª edição. Araraquara: JM Editora, 2004, p.200.

SIEGLER, R.S.; CROWLEY, K. **The microgenetic method**. American Psychologist, 46, 6, p. 606-620, 1991.

SIMON, M. A.; STIMPSON, V. C. Desenvolvimento da representação algébrica através de diagramas. In: COXFORD, A.; SHULTE, A. (Orgs.). **As ideias da álgebra**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

SOUSA, M, do C. de; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino:** o percurso dos conceitos algébricos. Campinas, São Paulo: Mercado de Letras, 2014.

TOMIO, D.; SCHROEDER, E.; ADRIANO, G. A. C. **A análise microgenética como método nas pesquisas em educação na abordagem histórico-cultural**. Reflexão e Ação, Santa Cruz do Sul, v. 25, n. 3, p. 28-48, set. 2017. ISSN 1982-9949. Disponível em: <https://online.unisc.br/seer/index.php/reflex/article/view/9525>. Acesso em: 07 fev. 2019. doi:https://doi.org/10.17058/rea.v25i3.9525.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilização das variáveis. In: COXFORD, A.; SHULTE, A. (Orgs.). **As ideias da álgebra**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. Trad. Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VIGOTSKI, L. S. **Obras Escogidas V**: Fundamentos da defectología. Madri: Visor, 1997.

VIGOTSKI, L. S. **Obras Escogidas IV**: Psicología Infantil. Madri: Visor, 1996.

VIGOTSKII, L. S. **Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem** / Lev Semenovich Vigotskii, Alexander Romanovich Luria, Alex N. Leontiev; Trad. Maria da Pena Villalobos. 11ª edição. São Paulo: ícone, 2010.

VYGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**. Texto-base digitalizado por: Seção Braille da Biblioteca Pública do Paraná. 4ª Ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

VYGOTSKY, L. S. **Obras Escogidas III**. 2ª ed. Madrid: Visor, 2000.

APÊNDICE A – Relação de revistas pesquisadas

Revista	Deficiente visual				Cegos			
	Não tem relação	Tem relação	Álgebra	Total	Não tem relação	Tem relação	Álgebra	Total
Bolema: Boletim de Educação Matemática	3	3	0	6	7	4	0	11
Revista Ciência e Educação	0	2	1	2	0	1	0	1
Acta Scientiae	0	0	0	0	1	1	0	2
Amazonia: Revista de Educação em Ciencia e Matemática	0	0	0	0	0	0	0	0
Educação Matemática em Revista	0	1	0	1	0	1	0	1
Educação Matemática em Revista (RS)	0	0	0	0	0	1	0	1
Educação Matemática Pesquisa	0	0	0	0	0	3	0	3
Ensaio: Pesquisa e Educação em Ciências	0	0	0	0	0	3	0	3
Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática	0	0	0	0	0	3	0	3
PNA: Revista de Investigación em Didáctica de La Matemática	0	0	0	0	0	0	0	0
RENCIMA: Revista de Ensino de Ciências e Matemática	0	0	0	0	0	0	0	0
REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática	0	0	0	0	0	0	0	0
Revista de Educação, Ciências e Matemática	0	0	0	0	0	1	0	1
RELIME: Revista Latinoamericana de Investigación em Matemática Educativa	0	0	0	0	0	0	0	0
Boletim Online de Educação Matemática	0	0	0	0	0	0	0	0
Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana	0	0	0	0	0	0	0	0
Perspectivas da Educação Matemática	0	0	0	0	0	0	0	0
Revista Paranaense de Educação Matemática	0	1	0	1	0	3	0	3

APÊNDICE B – Situações da 1ª intervenção

1. Você tem o costume de estudar em casa? Alguém te ajuda?
2. Como você costuma estudar matemática?
3. Quais são suas maiores dificuldades para aprender matemática? O que você acha que poderia te ajudar nesta tarefa?

4. Considere a igualdade:

$$10 = 10$$

a) O que acontecerá a essa igualdade se acrescentarmos 5 unidades a ambos os membros da igualdade?
b) E se retirarmos 5 unidades de cada um dos lados, o que acontecerá com a igualdade?
c) O que acontece a essa igualdade se dobrarmos a quantia existente em cada um dos lados?
d) E se dividirmos à metade as quantidades de cada um dos lados, o que acontecerá com a igualdade?

5. Considerando a sequência de figuras construídas com palitos.

a) Quantos palitos serão necessários para formar a figura 4 da sequência? E a figura 5?
b) E sendo f uma figura qualquer qual expressão representa a quantidade de palitos utilizados?

6. O que você entende por variável
7. O que você entende por incógnita?

8. Em uma corrida de táxi um trajeto de 3km custou R$10,00. O que aconteceria com o valor da corrida se o trajeto percorrido dobrasse (um trajeto de 6km)?

9. Três homens constroem uma casa em 30 dias, se 6 homens trabalhassem nesta obra, no mesmo ritmo, quantos dias levariam para construir a casa?

APÊNDICE C – Situações da 2ª intervenção

1. Uma balança está em equilíbrio, em um dos pratos há 4 palitos e 2 parafusos, no outro prato há 4 palitos, 1 parafuso e 8 argolas, se cada argola tem massa de 10g, qual é a massa de um parafuso?

2. Uma balança está em equilíbrio, em um dos pratos há 2 palitos, 1 parafuso e 5 argolas, no outro prato há 4 palitos, 1 parafuso e 4 argolas. Se cada argola tem massa de 10g, qual é a massa de um palito?

3. Uma balança está em equilíbrio, em um dos pratos há 3 parafuso e 3 argolas, no outro prato há 24 palitos, 1 parafuso e 3 argolas. Se cada palito tem 1g, qual é a massa de um parafuso?

4. Observe a igualdade

1 quilo de pêra + 10 quilos de outras frutas + 1 quilo de maçã = 4 quilos de maçã + 7 quilos de outras frutas + 1 quilo de pêra

Mantendo a igualdade, você consegue descobrir o quanto equivale uma maçã?

5. Você consegue dizer qual número é esse?

a) Um número mais 2 é igual a 10
b) Um número menos 12 é igual a 7
c) O dobro de um número é igual a 40
d) A metade de um número é igual a 8

6. Você consegue encontrar qual é o valor do x nestas situações?

a) X + 4 = 12
b) X – 2 = 17
c) 2x = 20
d) $\frac{x}{2} = 5$
e) 2x + 1 = 5
f) 2x + 7 = 23
g) 3x = 21

7. Observe e analise como Ana resolveu as equações a seguir.

Equação 1:	Equação 2:
5x = 3x + 6	3x + 2 = 5x
5x – 3x = 3x + 6 – 3x	3x + 2 – 3x = 5x – 3x
2x = 6	2 = 2x
x = 3	2 – 2 = 2x – 2
	0 = x

Ela resolveu corretamente as duas equações? Por quê?

APÊNDICE D – Situações da 3ª intervenção

1. Você lembra como calculamos o perímetro de uma figura geométrica?

a) Se um retângulo que tem base 4 cm e altura 3 cm terá qual perímetro?
b) Um retângulo que tem base 6 cm e altura 8 terá qual perímetro?
c) Construa outros retângulos com a ajuda do Multiplano.
d) As medidas da base e da altura de um retângulo são sempre as mesmas?
e) Então se eu tiver um retângulo com base 5 cm, mas eu não sei o tamanho da sua altura, como posso indicar o cálculo do perímetro?
f) E se eu tiver um retângulo com altura 8 cm, mas eu não souber o tamanho da sua base, como posso indicar o cálculo do perímetro?
g) Agora, suponha que eu não sei nem a medida da base e nem a medida da altura do retângulo, como poderia representar o cálculo do perímetro desse retângulo?
h) (Caso o estudante chegue em algo tipo 2b + 2h para representar o perímetro) Podemos escolher qualquer valor para b e h?
i) Em um retângulo se b = 2 e h = 7 qual é o perímetro desse retângulo?

2. Um restaurante possui mesas com 4 cadeiras cada.

a) Quantas cadeiras terá na mesa caso juntemos 2 mesas?
b) Quantas cadeiras terá na mesa caso juntemos 3 mesas?
c) Quantas cadeiras terá na mesa caso juntemos 4 mesas?
d) Quantas cadeiras terá na mesa caso juntemos 5 mesas?
e) Quantas cadeiras terá na mesa caso juntemos 10 mesas?
f) Quantas cadeiras terá na mesa caso juntemos 100 mesas?
g) E se eu não souber quantas mesas eu tenho no restaurante, mas precisar deixar anotado para um garçom uma indicação, que ele possa calcular a quantidade de cadeiras necessárias dependendo da quantidade de mesas? Como posso escrever?

APÊNDICE E – Situações da 4ª intervenção

1. Você lembra o que é perímetro?

   a) Explique como calculamos o perímetro de um retângulo.
   b) Qual é o perímetro de um retângulo com base medindo 4 cm e altura medindo 6 cm?
   c) Caso eu resolva dobrar a base e a altura desse retângulo, qual será o novo perímetro?
   d) Qual é a relação que existe entre o primeiro que você calculou no item b e no item c?
   e) Agora, imagine que eu construí um retângulo, mas ainda não medi a sua base e nem sua altura. Como eu não sei qual é o seu perímetro, vou indicar com a letra x, então o retângulo tem perímetro x. Se eu dobrar as medidas da base e da altura desse retângulo como poderei representar seu novo perímetro?

2. Um taxista cobra uma taxa fixa de embarque e mais uma quantia por cada quilômetro percorrido. A taxa de embarque é de 5 reais, e a cada quilômetro percorrido é cobrado 2 reais.

   a) Se eu embarcar neste táxi e percorrer 4 quilômetros, quanto vou pagar?
   b) Se eu embarcar neste táxi e percorrer 6 quilômetros, quanto vou pagar?
   c) Como eu posso representar o total a pagar dependendo da quantidade de quilômetros percorridos?