**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA**

LUCIANE DE FÁTIMA CHYCZY

# A Historicidade da Matemática: subsídios para a (re)construção de um conceito e suas implicações nos anos iniciais do Ensino Fundamental

**CURITIBA, 2014**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA**

**LUCIANE DE FÁTIMA CHYCZY**

# A Historicidade da Matemática: subsídios para a (re)construção de um conceito e suas implicações nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática, no curso de Pós-Graduação em Ciências e em Matemática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. José Carlos Cifuentes.

**CURITIBA, 2014**

# AGRADECIMENTOS

Primeiramente direciono meus agradecimentos aos alunos que passaram pela minha vida me permitindo aprender e ensinar, me ensinando a aprender.

Meu querido orientador Dr. José Carlos Cifuentes, por todo apoio, compreensão e pelos inesgotáveis conhecimentos repassados a cada encontro, a cada conversa e pelo privilégio de sua marcante presença na construção de meus conhecimentos.

As professoras Dra. Circe Mary Silva da Silva Dynnikov (UFES, membro externo) e profa. Dra. Luciane Ferreira Mocrosky (UTFPR) pela participação e excelente colaboração desde a minha qualificação até o presente momento.

Aos meus colegas de mestrado e demais professores que ministraram disciplinas e me auxiliaram nessa caminhada intensa.

A minha amiga e parceira de mestrado Alessandra Hendi dos Santos que dividiu comigo cada momento dessa realização me marcando profundamente com sua companhia na realização desse mestrado.

E em especial aos familiares e demais amigos que de forma singular e específica me auxiliaram, me apoiaram nessa realização. Impossível citá-los um a um, mas expresso uma satisfação e carinho particular a cada um que participou dessa construção que se constitui parte integrante de mais essa conquista.

## RESUMO

O presente projeto visa refletir sobre o ensino de matemática tomando a historicidade da matemática como um capítulo da própria matemática no processo de ensino e aprendizagem dematemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.
Neste caso busca-se ainda analisar e compreender a História da Matemática, não apenas como uma cronologia, mas com ênfase nas descobertas e mudanças de mentalidade no século XIX possibilitando a construção dos “sentidos” dos conceitos matemáticos como ferramenta de ensino de matemática na escola elementar.
O fato de que para muitos educadores, o objetivo do ensino da matemática seja preparar o estudante para lidar com atividades práticas que envolvam aspectos quantitativos, desconsiderando seu processo histórico de desenvolvimento, pode levar o ensino e aprendizagem de matemática a métodos exaustivos de mera reprodução com total ausência de “sentido”. Aprender matemática consiste em realizar atividades e estudos que permitam a descoberta de relações (matemáticas) em situações surgidas da realidade em que se está inserido, nas quais se possam vivenciar por meios próprios o processo de produção do conhecimento matemático (comparar, procurar regularidades, conjeturar, intuir, representar, estimar, simular, matematizar, modelar, propor e resolver problemas), o que poderia tornar-se os passos iniciais para a construção de significados que estão inseridos na História da Matemática. Nesse processo busca-se compreender mais da “historicidade” que se estabeleceu ao longo dos séculos, ou seja, entender as construções dos conceitos através de sua evolução histórica.



**Aprendizagem, Criança, Educação Matemática, Historicidade e História**

## Sumário

**INTRODUÇÂO** .......................................................................................6
**CAPÍTULO I** .......................................................................................14
***A HISTORICIDADE DA MATEMÁTICA*** .......................................................................................14
**1.1 - A Historicidade da Matemática na busca de "sentidos": diferenciando sentido de significado.** .......................................................................................20
**1.2 – Historicidade: uma das faces da história da matemática.** .......................................................................................25
**1.3 – História da Matemática como Fonte de Exemplos para a Historicidade** 30
**CAPÍTULO II** .......................................................................................35
**A HISTORICIDADE COMO ESTRATÉGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA** ..........35
**2.1 – A História da Matemática nas Escolas Hoje** .......................................................................................36
**2.2 – A História e Historicidade da Matemática na Formação dos Professores do Anos Iniciais do Ensino Fundamental** .......................................................................................38
**2.3 – A Influência da História da Matemática e da Historicidade no Ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental** .......................................................................................42
**CAPÍTULO III** .......................................................................................45
***O ENSINO DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NA PERSPECTIVA DA HISTORICIDADE*** .......................................................................................45
**3.1 – A "Psicogênese e História das Ciências" de Piaget e Garcia e a Historicidade no Ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** .......................................................................................47
**3.2 – A Evolução dos Objetos Matemáticos e a Compreensão da Criança – Aspectos da Historicidade** .......................................................................................52
**CAPÍTULO IV** .......................................................................................57
***SÉCULOS XIX E XX – ANTECEDENTES HISTÓRICOS E FUNDAMENTOS EPISTEMOLÓGICOS DA "HISTORICIDADE DA MATEMÁTICA"*** .......................................................................................57
**4.1 – Historicidade e Epistemologia: o vetor pergunta-resposta e a contribuição de Bachelard** .......................................................................................59
**CONSIDERAÇÕES FINAIS** .......................................................................................64
**REFERÊNCIAS** .......................................................................................68

# INTRODUÇÃO

> [...] tive muito gosto em deter-me em considerações históricas em muitas passagens dessas lições; assim pode-se ver quão lentamente se formam todas as ideias matemáticas, como surgem de uma forma confusa, que poderia dizer-se a partir de procedimentos, e só depois de um longo desenvolvimento chega a tomar a força rígida e cristalizada de uma exposição sistemática. (KLEIN, p.400 s.a)

O ensino e aprendizagem da matemática descortina hoje um vasto campo de estudos e considerações. Essa disciplina tem sido palco de muitas reflexões sobre seu desenvolvimento nas escolas de nosso país.

É notável que o desenvolvimento desta área do conhecimento enquanto disciplina escolar passou por diversas reformas e concepções, atualmente programas de nosso governo buscam trabalhar essas questões na construção da base do pensamento matemático em nossos alunos, ou seja, algumas mudanças e novas propostas vêm aparecendo já na educação infantil e nos primeiros aos do Ensino Fundamental.

Quando falamos em ensinar e estudar matemática o que nos vem à mente? Como as pessoas se sentem em relação ao estudo de matemática?

Perguntas como estas nem sempre trazem respostas muito satisfatórias. Em geral as pessoas sentem aversão a matemática e em especial ao seu ensino ou ao modo como aprenderam.

Temos observado que no Brasil, o ensino de matemática segue concepções e tendências conhecidas mundialmente. Atualmente, de acordo com Nacarato (2005), devido à ampliação da comunidade de educadores matemáticos e das produções na área, tem-se enfatizado várias questões quanto ao ensino de matemática tais como: resolução de problemas; uso de jogos; trabalho com projetos; interdisciplinaridade; contextualização; modelagem matemática; questões culturais; uso da história da matemática, investigações matemáticas, dentre outras.

Em muitos casos a matemática é vista como um corpo cumulativo de conhecimentos construídos pela humanidade ao longo dos séculos, os quais se mantêm até hoje na composição de programas para o ensino desta área do conhecimento.

Essa matemática que aparece nos currículos escolares desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, tem gerado preocupações e tem sido alvo de diversos estudos, pois muitos educadores e órgãos responsáveis pela qualidade de ensino do país têm constatado que o ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental tem se mostrado frágil e pouco consistente, sendo que ao término do Ensino Médio o rendimento escolar esperado em matemática é muito abaixo do que foi inicialmente proposto.

Quando se pensa em ensino e em especial em ensino de matemática é possível perceber que muitas incógnitas se formam, abrem-se diferentes e diversificadas propostas e os protagonistas, que atuam como ~~os~~ professores neste nível de ensino**,** sinalizam ter muitas dificuldades em se apropriar dos conhecimentos matemáticos tanto quanto ao como ensiná-los. Muitos destes profissionais mantêm, em diversos casos, uma postura de rigidez frente a novas ideias, repetindo as técnicas e procedimentos pelos quais foram supostamente ensinados ou por meio dos quais conseguiram reter algum tipo de conhecimento.

As escolas que hoje desenvolvem a formação dos anos iniciais do Ensino Fundamental possuem bastante flexibilidade com relação à organização de sua grade curricular, ou seja, as escolas organizam de maneira indepentente a quantidade de carga horária em que seus alunos irão estudar matemática, na grande maioria dos casos os professores que lecionam nos anos iniciais são os chamados polivalentes, são responsáveis em ministrar aulas de quase todas as diciplinas propostas nesta faixa etária. Embora a quantidade de carga horária destinada a cada disciplina não tenha sido definida de forma padronizada, as escola dão ênfase as áreas de língua portuguesa e matemática, até porque as avaliações externas do país como, por exemplo, a Prova Brasil, avalia os rendimentos principalmente de língua portuguesa e matemática, ampliando agora para ciências da natureza faz com que a preocupação com a carga horária dessas disciplinas seja ampliada.

Com relação ao ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, podemos observar que este prioriza o trabalho nas salas de aula com o eixo “números e operações”, com pouca ênfase nos demais eixos que compõem esta disciplina (espaço e forma, tratamento da informação e grandezas e medidas). O que acontece como resultado desta ênfase em apenas um dos eixos da disciplina é o frequente desinteresse e baixo rendimento por parte dos estudantes.

> Ao despir a Matemática das suas longas tradições para vesti-la com conjuntos e estruturas, muitos assuntos perderam todo o encanto e atração... Talvez não tenhamos despejado o bebê juntamente com a água da banheira ao retirar às matemáticas o conjunto dos assuntos e capítulos mais antigos e menos coerentes, mas perdemos com certeza o sabão: sabemos como é fácil encontrar estudantes que pensam que as matemáticas cheiram mal.(GUICHARD, 2002, p.01)

Pensando nessas questões é que resolvemos analisar em que medida a *historicidade da matemática*, conceito que iremos construir, ou re-construir, diferenciando-o da história da matemática, auxilia no processo de ensino e aprendizagem de matemática nos anos inicias do Ensino Fundamental. Dessa forma analisaremos a história da matemática procurando seus traços de historicidade como um recurso ou uma estratégia no processo de ensino e aprendizagem de matemática.

Mas o que seria essa “historicidade da matemática”?

Entendemos que nesse processo de ensino e aprendizagem de matemática o enfoque histórico faz muita diferença, acreditamos que estudar os objetos matemáticos sob as descrições fornecidas pela história da matemática é essencial na compreensão do que se aprende e do que se busca ensinar nas salas de aula de matemática, mas, o enfoque da historicidade da matemática é considerar os objetos matemáticos em sua gênese e evolução, cujo significado está muito perto de sua acepção na biologia, o que discutiremos com mais profundidade no capítulo I, ou seja, enquanto a história da matemática traz e trata aspectos sob uma perspectiva linear temporal a historicidade analisa esses acontecimentos numa perspectiva evolucionista.

Ao longo desta pesquisa trataremos de esclarecer esse conceito enfatizando suas carcaterísticas principais na busca dessa compreensão e aperfeiçoamento do processo de ensino e aprendizagem de matemática, mas para que possamos conseguir entender um pouco mais do que denominamos por historicidade, analisaremos em seguida, como um exemplo motivador, o conceito de reta cartesiana.

Tomando o conceito de *reta cartesiana*, que vem da geometria analítica plana, percebemos que a definição consiste em:

**“reta é o lugar geométrico dos pontos x e y que satisfazem uma equação da forma: *ax + by = c”***.

Neste caso a historicidade desse conceito deve indicar, ou explicitar de que maneira se chegou nele. A história desse conceito está presente em alguns livros didáticos situando cronologicamente seu surgimento, trazendo já uma definição pronta de reta cartesiana enfatizada em determinado momento histórico, mas a historicidade nos revela como ele se desenvolveu, toma a ideia de que esse conceito passou por uma evolução constante e não somente uma apresentação de sucessões em determinada ordem cronológica.

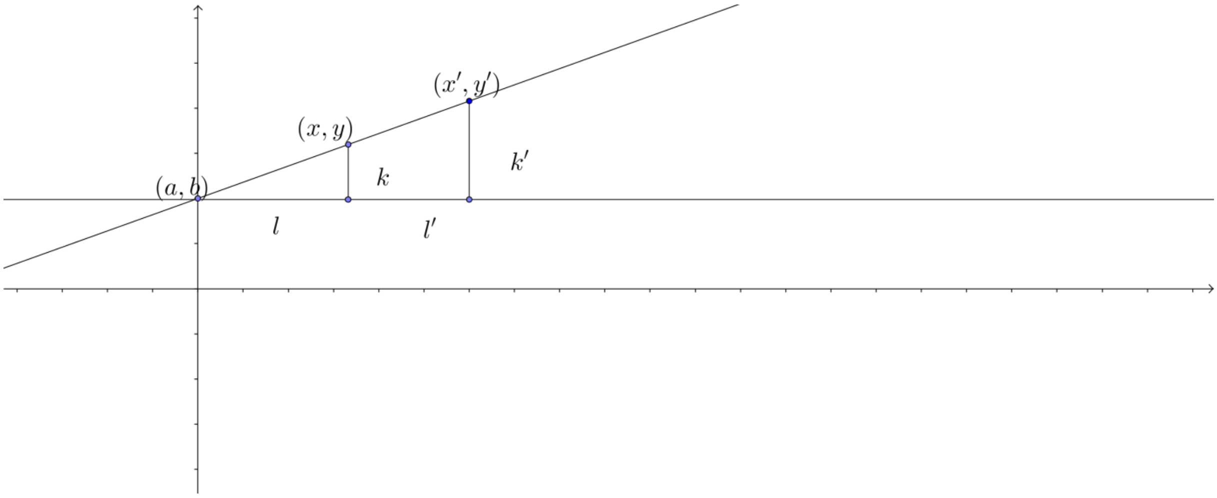
Se voltarmos para as ideias gregas onde Euclides definiu reta de uma maneira muito simples, encontraremos que:

**“*reta é uma linha que é uniforme em todos os seus pontos*”.**

Para ver, neste caso, que a definição dada por Euclides poderia ser considerada uma parte do “DNA” do conceito de reta cartesiana, ou seja, um início, uma origem que pode conter o todo necessário para seu desenvolvimento, é necessário pesquisar como é interpretado e como evolui o fato da reta ser “uniforme em todos os seus pontos”, sendo que esse desenvolvimento ou evolução será descrito pela historicidade.

Vamos então analisar o processo de transformação desse conceito, analisando primeiramente como se redefine o conceito de ponto.

Na definição euclidiana ponto é considerado “*como aquilo que não tem partes*”, já na definição cartesiana era considerado como “*um par ordenado de números*”. Assim, a definição de reta precisou ser adaptada ao longo dos tempos para atender ou se “encaixar” na definição de ponto, então reta passou a ser uma “*coleção de pontos ou de pares ordenados*”.




Mas, como expressar nesse processo de adaptação a ideia de uniformidade de Euclides?

Partindo de uma propriedade euclidiana de semelhança de triângulos, estabelecemos a seguinte relação de proporcionalidade:

$$\frac{k}{l} = \frac{k'}{l'}$$

Neste caso, essa proporção independe do triângulo, ou seja, a invariante depende só da inclinação da reta que passa por (a,b).

Podemos perceber então que a uniformidade da reta pode ser interpretada como a invariância dessa razão para qualquer par de pontos dela, então nasce a ideia de tornar esse valor invariante como medida da uniformidade euclidiana dessa reta. Define-se então:

$$\frac{k}{l} = \frac{k'}{l'} = m = \text{coeficiente angular da reta.}$$

Caminhamos dessa forma para a equação da reta. Como esta surge?

$$m = \frac{k}{l} = \frac{y-b}{x-a} \quad \text{assim, } y - b = m\,(x - a).$$

**EQUAÇÃO DA RETA**

Neste exemplo não estamos descartando o fator temporal da evolução, ele existe e é importante, no entanto buscamos ir um pouco mais além, ou seja, encontramos na ideia euclidiana uma espécie de “DNA” dessa equação e mostramos sua evolução conceitual, não exatamente temporal e não tomamos por conhecimento matemático apenas a equação “pronta” a ser repassada aos alunos, mas focamos a evolução das ideias na historicidade desse conceito.

Assim definimos duas hipóteses que norteiam essa pesquisa, primeiro, de que todo conhecimento tem uma historicidade, um “DNA conceitual”, e segundo, de que a historicidade do conceito é parte da compreensão do próprio conceito, é parte do conhecimento matemático. A historicidade do conceito revela uma característica interna da evolução do conceito, enquanto que a história do conceito daria um enfoque externo de sua evolução.

De acordo com Jean Paul Guichard (2005), muitos estudantes não possuem a mínima noção de onde surgem os fatos matemáticos estudados, sendo que muitos teoremas são vistos e reproduzidos sem a mínima compreensão de seu por quê ou para quê. O autor ainda afirma que a utilização da história da matemática nas práticas de ensino permite ao aluno e professor ampliar seus conhecimentos trazendo “sentido” ao que se estuda, caminhando assim para uma melhor e maior compreensão do objeto de estudo.

Ainda segundo Guichard os conhecimentos adquiridos com o estudo da história da matemática permitem compreender melhor como chegamos aos conhecimentos utilizados atualmente, afirmando que a matemática isolada de sua perspectiva histórica transforma os objetos matemáticos não mais em objetos de ensino:

> [...] está-se então em presença do fenômeno da transposição didática, em que o objeto de ensino é o resultado de uma descontextualização, está separado da problemática que lhe deu origem e que faz viver a noção como saber. (GUICHARD, 2005, p.02)

Nós, num intento de avançar na concepção de Guichard, substituiríamos “história” por “historicidade”.

De forma geral essa pesquisa se utiliza de uma metodologia de caráter investigativo, ou seja, se pauta num estudo teórico no sentido de procurar vestígios, como a etimologia da palavra indica, na construção de um conceito. Esta refere ao ensino de matemática principalmente no que diz respeito ao uso da historicidade da matemática através de uma releitura epistemológica da história da matemática com ênfase nos anos inicias do Ensino Fundamental e com a finalidade de identificar potencialidades e um melhor rendimento no processo de ensino e aprendizagem da matemática a partir do trabalho com a historicidade, ou seja, acredita-se que se o trabalho com a matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental for realizado iniciando a introdução e conceitos de matemática a partir de seu “DNA teórico”, a compreensão do que se ensina e do que se aprende terá maior eficácia.

No capítulo I iremos descrever de forma mais detalhada nosso conceito de ‘historicidade’ e suas implicações no processo de ensino e aprendizagem de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Na sequência, o capítulo II fará referência de como a história da matemática está presente hoje nas escolas no ensino de matemática, como a escola vê a necessidade de trabalhar com a história da matemática, como esta esteve presente na formação dos professores que atuam neste nível de ensino e como a historicidade pode ser inserida neste contexto.

Prosseguindo para o capítulo III abordamos fatores que caracterizam os anos iniciais do Ensino Fundamental, ou seja, a base da construção do pensamento matemático escolar e as implicações que o trabalho com a história da matemática e sua historicidade podem trazer para evolução e ampliação de conceitos e aprendizagens nesta faixa etária.

Finalmente no capítulo IV vamos focar as descobertas e mudanças que ocorreram ao longo do tempo em especial no século XIX pois neste século houve uma revolução através de uma mudança de mentalidade, que influenciou a tomada de novos rumos, novas oportunidades e descobertas matemáticas, assim, buscamos perceber que mudanças ligaram as ideias do passado com as novas que surgiram e vem surgindo ao longo do tempo e sua relação com o uso da historicidade.

# CAPÍTULO I

# *A HISTORICIDADE DA MATEMÁTICA*

Quando pensamos em estudar e ensinar “uma matemática” contextualizada, dotada de significado e sentido para o aluno, devemos perceber que esta matemática vem sendo construída ao longo dos séculos, não é um produto pronto e acabado a ser simplesmente reproduzido em salas de aula. Dessa forma, enxergamos a matemática como uma disciplina suscetível a frequentes evoluções, o que caracterizaria um “lado humano” desta.

Mas, muito além dessa “face humana” da matemática percebemos que os objetos matemáticos que a compõem possuem uma espécie de DNA teórico, ou seja, são dotados de fatores e características que os compõem e que os originaram como organismos “vivos”, não somente com um início cronológico de fatos que os fizeram se desenvolver, mas com um início, ou uma gênese desse processo conceitual, a estas características de “origem” e sua respectiva evolução chamaremos de *historicidade*.

Ao se trabalhar com a historicidade desta disciplina, tanto o aluno como o professor pode ter acesso à gênese que constitui os conhecimentos dessa área, permitindo conhecer o processo de desenvolvimento do objeto estudado desde a sua origem até a atual constituição, e como já citamos, não somente numa evolução temporal, mas de certa forma “biológica” que, consequentemente levaria a uma melhor compreensão desta área do conhecimento.

O trabalho de ensinar matemática apoiado na história da matemática tem sido defendido por diversos pesquisadores como Buratto (2012), Silva (2001), Paty (2005), Struik (1989), Miguel e Miorin (2004), entre outros, no âmbito da educação matemática, como uma perspectiva para a melhoria das dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem desta área do conhecimento.

Entende-se que conhecer a história da matemática auxilia o professor e o aluno na compreensão da matemática e na possibilidade de compreensão de novas alternativas em sua utilização.

> [...] conhecer a história da matemática nos permite realizar tentativas de praticar situações didáticas mais pertinentes para conseguir melhores aprendizagens. Tudo ocorre graças ao conhecimento que se pode ter sobre a origem da noção a ser ensinada, sobre o tipo de problema que ela visava resolver, as dificuldades que surgiram e o modo como foram superadas. (BURATTO, 2012, P.24).

Grande parte dos professores que atuam no ensino de matemática aponta que conhecer a história da matemática é um fator muito importante para o seu ensino, no entanto desconsideram que algumas questões no conhecimento dessa história podem ser apenas *interessantes*, em outros casos *importantes* e que alguns se tornam *indispensáveis*.

Muitos apontam que o fato de não terem acesso à história da matemática em sua formação docente é uma das razões que dificulta seu ensino e/ou que gera conhecimentos descontextualizados e carentes de sentido para o aluno, pois se conhecessem a história que originou e desenvolveu a matemática que ensinam, esta faria mais sentido, seria ensinada com mais propriedade pelo professor.

Essa “carência de sentido” é atribuída a falta de compreensão dos conteúdos matemáticos, ou seja, se estuda, se reproduz conteúdos e algoritmos sem saber o que se está fazendo, as vezes até conseguem reproduzir técnicas variadas mas não se sabe utilizar essas técnicas nas situações apropriadas.

Estudar a matemática seria, de acordo com Paty (2005), observar o passado com um olhar “objetivante” não necessariamente um “olhar científico”, levando em conta o “pensar da época”.

Michel Paty (2005), embora não tenha a mesma interpretação de historicidade que nós adotamos, ainda afirma que a *historicidade* torna o objeto de estudo inteligível e permite entender as ampliações da racionalidade que possibilitam as aberturas, as invenções e os progressos do conhecimento.

Então, mediante essas ideias e concepções podemos ainda perceber que o fato de trabalhar com o uso da história da matemática pode trazer aos professores que atuam nas salas de aula algumas interpretações equivocadas, pois muitas vezes esse “uso” da história da matemática é ingênuo se relacionando apenas a anedotas históricas e biográficas. Trazer curiosidades aos alunos pode até despertar seu interesse, mas é necessário lembrar que algumas dessas anedotas históricas servem apenas como meras auxiliares no processo de aprendizagem.

> Uma maneira de usar a história é fornecer uma visão mais ampla. É muito comum que os estudantes pensem na matemática da escola como uma coleção arbitrária de pedaços de informação. Mas não é assim que a matemática é criada. As pessoas agem por uma razão, e tipicamente constroem seu trabalho sobre outros anteriores em uma vasta rede de colaboração entre gerações. A informação histórica nos permite

> compartilhar essa ‘grande figura’ com os estudantes. Também serve para explicar por que certas ideias foram desenvolvidas. (BERLINGOFF; GOUVÊA, 2008, p. 03)

Dessa forma acreditamos que entender a historicidade da matemática pode trazer uma compreensão maior para aquele que ensina e para aquele que aprende matemática, pois quando se percebe como foram colocados os “andaimes” que auxiliaram nessa construção, mais claro fica o processo de construção desse conhecimento que é entendido por muitos estudantes e até mesmo professores, como algo rígido, pronto, acabado e descontextualizado.

Uma pequena exemplificação de como esse estudo pode atuar positivamente em sala de aula, embora eles não usem o conceito de historicidade, é descrito por Berlingoff e Gouvêa (2008), onde os autores apoiam significativamente o uso da história para um melhor entendimento por parte dos estudantes do que se estuda em matemática.

> Por muito tempo depois de as ideias básicas sobre números negativos terem sido descobertas, os matemáticos ainda achavam difícil lidar com eles. O problema não era tanto o fato de não entenderem as regras formais para operar com tais números; na verdade, eles tinham problemas com o próprio conceito e como interpretar essas regras formais de uma maneira que fizesse sentido. Entender isso nos ajuda a compreender (e a simpatizar com) as dificuldades que os estudantes possam ter. Saber como foram superadas essas dificuldades historicamente também pode indicar um modo de ajudar os estudantes a superarem tais obstáculos.” (BERLINGOFF; GOUVÊA, 2008, p. 03)

Para entender melhor a noção que adotaremos para “historicidade” vamos pensar, com alguns exemplos, em como é ou qual é a historicidade de um conceito ou de um objeto matemático~~?~~

Alguns assuntos, conceitos e conteúdos trabalhados na matemática são desenvolvidos em sala de aula partindo de um resultado pronto e acabado.

No entanto esses objetos matemáticos são dotados de uma história que conceituamos como uma “face externa” do mesmo, mas esses objetos também possuem uma historicidade, ou seja, uma “face interna” de sua existência e evolução.

Tomaremos, motivados por Berlingoff e Gouvêa, por exemplo, o conjunto dos números inteiros e as regras de sinais, os quais são trabalhados hoje em sala de aula e aos quais se atribuem muitas explicações para fundamentar sua existência na escola e justificar as mencionadas regras de sinais. Atribui-se a estas justificativas alguns exemplos ligados a situações do dia a dia como sistema monetário, temperatura, sistema de medidas entre outros.

Em se tratando de seu ensino e aprendizagem muitos professores utilizam exemplos e analogias para explicar a função da regra de sinais explicando que na multiplicação entre números reais, sinais iguais resultam em um sinal positivo e sinais contrários resultam em um sinal negativo. Uma analogia muito comum, apresentada para alunos do ensino básico, é a seguinte: o amigo de meu amigo é meu amigo; o amigo de meu inimigo é meu inimigo; o inimigo de meu amigo é meu inimigo; o inimigo de meu inimigo é meu amigo. Neste exemplo se assume que amigo corresponde ao sinal positivo e inimigo corresponde ao sinal negativo.

O professor Adonai Sant’Anna em alguns textos expostos no seu *blog* traz algumas considerações a respeito do uso de analogias e em especial a esta do “amigo e inimigo”. Ele afirma que “Analogias são frequentemente empregadas em sala de aula como instrumento didático, na tentativa de tornar os assuntos estudados mais facilmente compreensíveis pelos alunos. No entanto, existem vantagens e desvantagens no emprego de analogias, principalmente no estudo de ciências, incluindo a matemática”. Sant’Anna ainda ressalta a ideia de que o professor é uma espécie de “exemplo intelectual” ao qual o aluno segue, assim sendo, muito o que se fala em sala de aula é entendido pelo aluno como verdade absoluta, assim, o uso de analogias deve ser cauteloso para que não leve o aluno a interpretações errôneas a respeito de conteúdos matemáticos.

No caso desse uso do “amigo e inimigo” para a regra de sinais o professor Sant’Anna aponta as seguintes considerações:

> “Há pelo menos três problemas graves nesta analogia”.
>
> **1)** Não existe relação trivial entre operações aplicadas a números reais e relações humanas.
>
> **2)** Afirmar, por exemplo, que o inimigo de meu inimigo é meu amigo, é simplesmente um preconceito social.
>
> **3)** Justificar fundamentos da matemática a partir de supostas relações humanas pode provocar a sensação de que a matemática carece de justificativas racionais.
>
> O conjunto dos números reais, em matemática, pode ser formalmente caracterizado de diversas formas. Em uma delas, é assumido

> que os números reais constituem um *corpo ordenado completo*. Isso significa que as regras de sinais podem ser justificadas a partir dos axiomas de um corpo ordenado completo. Também é possível definir números reais a partir de uma visão semântica, apelando para o conceito conjuntista usual de modelo. Nesta acepção, as regras de sinais podem ser justificadas através de teoremas obtidos a partir de tais modelos. De uma forma ou de outra, em matemática pura, as regras de sinais se justificam a partir da própria matemática. Porém, tais conceitos geralmente escapam dos conteúdos normalmente lecionados em escolas dos ensinos fundamental e médio em nosso país. Por isso, vejo as seguintes alternativas para justificar as regras de sinais em salas de aula brasileiras: **(i)** são meras convenções matemáticas que certamente podem ser alteradas mas que, neste caso, deixam de ser usuais e **(ii)** são convenções matemáticas que encontram aplicações físicas importantes, como no caso do estudo de interações entre cargas elétricas". (SANT'ANNA, 2013)

Analisando essas questões entendemos que ao se trabalhar questões como estas sob a luz da historicidade se torna possível entender como este conteúdo matemático se desenvolveu observando sua evolução de uma perspectiva "interna", ou seja, analisando o fato como um todo sem justificativas superficiais para sua existência.

Considerando que a historicidade de um conceito é parte do conhecimento desse conceito, buscamos investigar como a regra dos sinais, no caso dos números negativos, ganhou forma, mostrando, assim, que não é apenas uma convenção. Perceberemos, então, que a devida compreensão de algumas propriedades desse conceito, por exemplo, a lei dos sinais, depende de sua historicidade.

A historicidade apresenta uma evolução que não é exatamente histórica porque mostra mais do que sua evolução externa, desvenda sua face interna, e para entendermos melhor essa questão veremos que a própria história é fonte de subsídios para essa compreensão.

A trajetória dos números inteiros (negativos) pode ser dividida de duas formas, uma delas consiste em considerar sua função para contagem e medida, ou seja, uma função mais social ou de aplicação, enquanto que a outra demonstra características voltadas para necessidades específicas da própria matemática.

De acordo com Boyer (1996) e Eves (2004), não existem registros desses números nas antigas civilizações babilônicas e egípcias, os trabalhos mais antigos relacionados a estes se encontram na China. Em alguns escritos de Won- Wang (1182 – 1135 a.C.).

Mais adiante, Diofanto de Alexandria (250 a.C. – 350 a.C)apresentou em uma de suas obras uma declaração que justifica a multiplicação de números negativos quando disse que "o que está em falta, multiplicado pelo que falta resulta em algo positivo; enquanto que o que está em falta multiplicado pelo que é positivo resulta em algo que está em falta".

Na obra *Brahmasphuta Sdd'hanta* ("A abertura do universo") escrita em 628 d. C. por Brahmagupta traz regras aritméticas de adição e multiplicação e também introduz os números negativos em termos de fortunas (números positivos) e débitos (números negativos) com as seguintes regras: positivo dividido por positivo, ou negativo dividido por negativo, é positivo. Positivo dividido por negativo é negativo. Negativo dividido por positivo é negativo. Brahmagupta complicou-se um pouco ao fazer a afirmação de que 0/0=0, mas na questão de "a:0" ele não se comprometeu. (BOYER, 1996).

No século XVIII houve uma mudança considerável quando surgiu uma interpretação geométrica dos números positivos e negativos como sendo segmentos de direções opostas.

A aceitação dos números negativos teve um longo percurso na história, causou ideias divergentes e de acordo com Glaeser (1985), a descrença quanto aos números negativos permaneceu até o século XIX, embora eram usados em forma instrumental.

A concepção sobre os números negativos na idade moderna, devidamente interpretada, pode ser considerada uma das raízes evolutivas da versão contemporânea que se consolidou no século XIX, apresentando uma forma mais teórica, mais formal e mais abstrata.

Em linhas gerais, nos séculos XVI e XVII se concretizou uma definição mais "apropriada", pelo matemático belga, Stevin.

O ponto central na historicidade dos números negativos é entender o significado do sinal de menos (-). Por exemplo, em -2 ou – (-2), mostra-se que há uma dupla função do sinal de (-), vejamos:

1º) para atribuir uma "negatividade" a um número como em (-2);

2º) como uma operação que transforma um número em outro como em –(-2).

Observando esse segundo ponto, na linguagem atual -2 seria o “oposto de 2”. Desse ponto de vista o número –(-2) pode ser interpretado como o oposto do número negativo “-2” ou como o oposto do oposto do número positivo “2”. Esse jogo está por trás do entendimento da regra de sinais, sendo parte de sua historicidade.

O que a historicidade da regra dos sinais busca é justamente sua gênese teórica, não necessariamente a histórica, o que faria parte de sua compreensão em quanto objeto de estudo nas escolas, e até poderia formar parte da transposição didática dos mesmos.

### *1.1 - A Historicidade da Matemática na busca de “sentidos”: diferenciando sentido de significado.*

Quando falamos em atribuir “sentido” ao que se ensina nas salas de aula de matemática, nos referimos a justamente levar ao aluno à construção de um determinado conhecimento, intencionamos que este compreenda o que está apreendendo e o “sentido” ganha papel de atribuir uma certa interpretação conceitualmente correta do conteúdo abordado. Como trabalhamos à luz da historicidade, entendemos que esta, por sua vez, pode auxiliar na construção de sentidos e significados corretos dos objetos matemáticos, pois faz uma análise do DNA teórico de tais objetos matemáticos proporcionando a possibilidade de “acompanhar” a evolução de tal objeto levando o aluno a perceber, reconhecer e identificar todo o seu desenvolvimento, não somente como um produto pronto que aparece como proposta de estudo ao aluno sem conhecer seus antecedentes, ou seja, levando o aluno a memorizar esse produto muitas vezes descontextualizado de sua própria história e evolução.

Em alguns diálogos com professores encontramos afirmações como: “para o ensino ser efetivo e dar “sentido” ao que se ensina é necessário trabalhar a partir da ‘realidade’ do aluno”. Mas o que se entende por essa “realidade”? Ou ainda, o que é fazer “sentido”?

Ao observarmos a utilização da palavra “realidade” nos percebemos cercados por diversas definições e concepções, mas nos detendo dentro do ambiente escolar, ou seja, nos remetendo ao ensino de matemática nos anos iniciais, a que “realidade” nos referimos?

Em muitos casos se considera realidade o contexto social em que o aluno está inserido, já no âmbito de estudos de filosofia a realidade está sujeita ao campo das escolhas, isto é, a consideramos ser um fato, ato ou uma possibilidade, algo que se consegue a partir dos sentidos e do conhecimento adquirido, neste caso a realidade estaria ligada a uma interpretação do que se vê.

Nesta pesquisa tomaremos por “realidade” o ambiente ou o contexto social em que o aluno está inserido e na continuidade precisamos refletir sobre o que se entende por “sentido”. Quando afirmamos que o ensino tem que fazer “sentido” na realidade que o aluno está inserido, de que maneira diferenciamos “sentido” de “significado”?

O que está sendo ensinado para os alunos de hoje nas aulas de matemática busca trazer o significado dos conceitos e definições matemáticas ou busca desenvolver o sentido desses objetos matemáticos?

Para que possamos diferenciar essas duas questões e argumentar sobre o que se entende por “sentido”, que estaria atrelado à “realidade” e em que ponto este sentido se difere do significado, e ainda perceber o que realmente queremos com o ensino de matemática, analisaremos um pouco mais essa questão a partir de uma citação de Cifuentes quando afirma que:

> Um velho exemplo dado por Frege, pode ilustrar essa diferença: ‘Vênus’ significa (ou refere a) o planeta Vênus, enquanto que as expressões “a estrela da manhã” e “a estrela da tarde”, tendo mesmo significação (na forma referencial como ela é entendida aqui) têm diferentes sentidos (e intencionalidades), os que põem de manifesto sua racionalidade poética. Um outro exemplo é o seguinte: dizer “o dia seguinte de ontem” não é apenas mencionar seu significado concreto e verdadeiro, “hoje”, essa expressão vem carregada de sentidos que, muito além da significação, só são compartilhados com a poesia. (CIFUENTES, 2010, p. 17)

Dessa forma podemos perceber que diversas palavras ou concepções possuem um determinado significado, mas o sentido atribuído a esta dependerá da vivência ou da relação que o indivíduo estabelece com ela. O sentido está carregado de emoções e não é apenas racional como o significado poderia ser.

Muitas vezes os professores tratam os conteúdos escolares de modo a buscar pelo que entendem por sentido, quando na realidade, com base no dito anteriormente, estariam evidenciando a ideia de significado. No ensino da matemática, em especial nos anos iniciais é importante estar claro o papel de cada uma destas palavras e suas consequentes utilizações.

> O significado pertence ao campo da semântica, enquanto que o sentido ao da poética. Paulo Leminski, no ensaio *Buscando o sentido*, diz: ‘O sentido, acho, é a entidade mais misteriosa do universo. Relação, não coisa, entre a consciência, a vivência e as coisas e os eventos, [...] Pois isso é próprio da natureza do sentido: ele não existe nas coisas, tem que ser buscado, numa busca que é sua própria fundação. (CIFUENTES 2010, p.18)

No ensino e aprendizagem da matemática podemos encontrar diversos conceitos que possuem determinado significado, no entanto com um estudo ou análise mais criteriosa encontram-se diferentes sentidos para sua aplicação e utilização.

Neste contexto cabe ao professor conhecer o significado do que ensina, mas é essencial que este perceba e compreenda o que realmente busca atingir e desenvolver, ou que “sentido” agrega ao que ensina.

> Para explicitar melhor esta ideia, podemos situar a relação entre significado e sentido no contexto da modelagem matemática. Na interação fenômeno x modelo matemático, o modelo matemático dá o significado matemático ao fenômeno, enquanto que o fenômeno dá sentido (ou interpretação) ao modelo. (CIFUENTES 2010, p. 18)

Quando nos remetemos à escola como instituição responsável pelo projeto educativo e, portanto tendo como uma de suas dimensões de ação o ensino de matemática, bem como o desenvolvimento do entendimento desta disciplina escolar junto aos alunos dos anos iniciais, notamos que o desenvolvimento dessa área do conhecimento permeado pelo “sentido” que a escola busca, está fortemente ligado ao sentido que o professor dá ao que ensina.

Considerando que este sentido está relacionado às interpretações, identificamos uma questão a ser repensada tanto na escola elementar quanto na formação destes professores.

Buscando que a matemática faça “sentido” para o aluno surge a necessidade de se valorizar e repensar as interpretações que se têm em relação aos conteúdos e as ideias matemáticas. Nesse ponto se estabelece uma forte relação do conhecimento com a historicidade para evidenciar o “sentido” possível de um conceito, ou seja, é preciso conhecer as “raízes” ou a gênese desse conceito para que possamos compreender o modo como ele foi construído, bem como sua interpretação vai se desenvolvendo, ou ainda que "sentidos" são os originários do conceito.

Quando pensamos no significado de determinado conteúdo matemático, por exemplo, pensamos em uma determinada "definição" que este conteúdo possui, quando nos referimos ao "sentido" deste conteúdo muito se atribui ao mesmo de acordo com a compreensão pessoal de quem o interpreta. Neste ponto acreditamos que a historicidade pode ser responsável por possibilitar desenvolver um sentido ao conteúdo matemático em estudo, pois fará uma descrição permitindo a compreensão do mesmo desde seu "nascimento" e presente evolução.

Ao questionarmos a respeito de "qual matemática" queremos ensinar, temos a intenção de analisar como esta concepção está determinada nas escolas hoje. Ensina-se o "significado" dos conceitos e conteúdos matemáticos ou o "sentido" destes? Acreditamos na importância de se trabalhar com a compreensão do "significado" dos objetos matemáticos, porém trabalhar apenas com seu significado seria realizar um trabalho pautado no ensino de definições e concepções prontas e até abstratas, no entanto, quando se trabalha também com a construção de sentido, este estudo se amplia, buscando entender o significado, mas, além disso, se abrindo a entender os diferentes sentidos que são atribuídos a estes objetos ao longo da história.

Assim, o ensino avança para além de uma definição "pronta", ele percorre os muitos caminhos que estes objetos matemáticos trilharam, os diferentes sentidos que lhes foram atribuídos objetivando que com essa análise que o aluno seja capaz de construir o próprio sentido para o que estuda.

O fato de muitas vezes os professores desconhecerem a historicidade dos conteúdos e ideias matemáticas que ensinam, gera "sentidos" diversos dos que sustentam os conteúdos a serem ensinados, propiciando no aluno um "olhar" de forma ampla demais na construção do conhecimento, dessa forma, muitas vezes o aluno não consegue acompanhar as ideias do professor e não compreende os conteúdos ensinados, ficando preso às suas interpretações sem ter a oportunidade de discuti-las à luz de uma visão pautada na historicidade dos fatos. Além do que, essa "amplitude" de sentidos muitas vezes não permite a construção de significados culminando em uma mera reprodução de conceitos prontos e pouco compreendidos, o que pode fazer com que o processo de ensino e aprendizagem se torne ineficaz.

Na busca de trazer sentido ao ensino de matemática encontramos o uso da história e o uso de metáforas, sendo que, este uso se justifica por muitos docentes com o fato de trazer compreensão ao estudante.

O uso de metáforas pode ser benéfico ao processo de ensino e aprendizagem, mas se faz necessário levar em consideração as ideias de Bachelard quando este afirma que o uso desmedido de metáforas pode ser prejudicial no processo de ensino e aprendizagem.

Bachelard (2011) afirma que trabalhar com o conhecimento, ou com a construção deste, requer muito estudo e desapropriação de tendências primeiras, é preciso estar aberto a novas reflexões e fugir do abuso de metáforas e analogias, as quais podem ser nocivas no processo de construção do conhecimento.

Considerando as metáforas como analogias para se atribuir sentidos, encontramos outros autores que defendem seu uso, tal como Machado:

> As metáforas, de uso mais frequente nas chamadas ciências humanas e sociais, mais do que nas ciências exatas ou naturais, também tem uma natureza poética. Nilson José Machado aborda esse assunto a respeito da matemática: “trata-se de evidenciar que a metáfora, uma figura de retórica que predomina na linguagem poética, mas que é importante, de uma maneira geral, na caracterização do estilo, é um instrumento essencial aos que se dedicam à Matemática, sobretudo ao seu ensino”. (CIFUENTES 2010, p. 10)

Nos referindo ao uso da historicidade, percebemos que esta pode, cautelosamente se apropriar de metáforas ou analogias, mas propomos uma maneira de trabalhar com o processo de ensino e aprendizagem de matemática através de sua história, também com a intenção de dar uma finalidade para o uso da história da matemática buscando interpretá-la e encontrar finalidades para seu uso.

Entendemos também que a historicidade está intimamente ligada à epistemologia, ou seja, ela possui uma função epistemológica que nos permite melhor compreender a matemática.

Quem estuda epistemologia estuda o conhecimento, quer do seu ponto de vista substantivo (o que é o conhecimento – seu ponto de vista de fundamento), quer do seu ponto de vista metodológico (como fazer para conhecer). Mediante essa perspectiva entendemos que para que o processo de ensino e aprendizagem da matemática se efetive é necessário que se conheça os objetos que compõem essa matemática, que estes objetos tenham significado e que façam sentido para o estudante, então, a historicidade, em seu caráter epistemológico proporciona o “conhecer um determinado objeto matemático” desde seu DNA e acompanha esse conhecimento mediante sua evolução. Permite-nos analisar, refletir, conhecer e compreender essa matemática “produto” que temos hoje em nossas mãos a qual precisa ser ensinada não somente como este produto, mas como um processo de saberes.

### *1.2 – Historicidade: uma das faces da história da matemática.*

Quando falamos em história uma ideia que aparece com muita frequência é a de uma ordem temporal de fatos, ou qualquer fato incluído dentro de uma ordem cronológica. Mas quando falamos sobre historicidade, neste estudo, nos remetemos à ideia de uma espécie de “desconstrução” da história para sua reconstrução ou releitura conceitual.

Quando nos referimos aos conceitos matemáticos sob um olhar da história ou da historicidade a diferença entre elas parece sutil, mas é necessário ressaltar que a “historicidade” de um conceito é colocá-lo numa ordem “evolutiva” das ideias envolvidas enquanto a história privilegia um olhar mais temporal de determinados conceitos e objetos matemáticos. .

Pensando assim poderíamos dizer que a história descreve um objeto matemático pelo seu lado *externo*, ou seja, observa como este se deu e se desenvolveu externamente, talvez em suas relações culturais com outros conceitos, já a historicidade descreveria um processo *interno,* isto é, trabalharia com a evolução interna de determinado objeto matemático, refletindo sobre sua “versão biológica” como organismos em evolução e desenvolvimento.

A diferença sutil entre história e historicidade nessa pesquisa está na própria concepção do conceito de tempo. A história usaria o conceito de tempo de forma linear, e neste caso*, tempo* vindo do grego “*crono*”. Já a historicidade se utiliza de um conceito não linear, mas sim de um tempo biológico.

O filósofo político Kojeve afirmava que o “tempo” possui concomitantemente um caráter de símbolo social e de uma dimensão física. Ao passarmos a olhar esse “tempo” de uma forma integrada, podemos entender que os conceitos não possuem um caráter apenas linear, mas sim adquirem uma dimensão “humana”. Em sua obra *Sobre o tempo*, Elias (1998), afirma que:

> o tempo que só era apreendido [...] como uma dimensão do universo físico, passa a ser apreendido, a partir do momento em que a sociedade se integra como sujeito do saber no campo da observação, como um símbolo de origem humana. (ELIAS, 1998, p. 31).

O autor ainda afirma que o tempo não está ligado a somente um fluxo de acontecimentos, mas a variados eventos que ocorrem simultaneamente.

Assim encaixamos a historicidade e a diferenciamos da história no sentido de olhar para determinado conceito de forma mais “biológica” do que cronológica.

Considerando que a historicidade está pautada desde a gênese de determinado fato ou conceito acompanhando sua crescente evolução teórica, entendemos que é essencial que a “história” seja conhecida, mas, além disso, seja estudada e repensada sob um olhar mais crítico e sob uma releitura dos acontecimentos que a permearam.

Dessa forma buscamos, sob os aspectos da historicidade, reler a história conhecida de determinados conceitos principalmente em seus aspectos orgânicos, atemporais, como se estes fossem dotados de um “DNA” que os originou.

Ao voltarmos nosso olhar para o início da construção dos conhecimentos matemáticos escolares nos anos inicias do Ensino Fundamental, encontramos algumas ações e procedimentos passíveis de análise, pois como já vimos ao longo deste trabalho, no início da escolaridade a criança é apresentada a uma matemática simbólica e em muitos casos desvinculada do cotidiano infantil. Muitos professores que atuam nestes primeiros anos, ao se deparar com o “ensino de matemática” para crianças, entendem essa questão como a necessidade de se construir ou ensinar os números às crianças, no entanto esse trabalho nem sempre ocorre de forma eficaz ou satisfatória. É possível analisar nos resultados de diversas avaliações que a compreensão do sistema de numeração decimal é repleto de falhas e a falta de compreensão gera diversos problemas posteriores nos demais conteúdos da matemática.

Mas se pararmos para analisar e nos perguntar como esses profissionais da educação entendem os números ou sua construção histórica iremos perceber que muitos deles relatam que não compreendem, apenas reproduzem o que aprenderam, ou seja, tomam esses símbolos matemáticos como verdades construídas e fechadas, as quais não estão acessíveis ao universo da criança.

Quando pensamos na história dos números e seu desenvolvimento de forma cronológica, percebemos que já existem fatores e conceitos que fundamentam estes números, encontrados em muitas ideias piagetianas que trabalham uma espécie de DNA dos números, ou seja, lidam com sua gênese, com sua origem, determinando que estes conhecimentos estão pautados em alguns processos mentais, os quais não são desenvolvidos de forma consciente e objetiva no trabalho pedagógico de construção dos números.

Muitos livros e materiais didáticos adotados pelas escolas, trata da *história* dos números utilizando diversas descrições, sendo estas pautadas em uma ordem cronológica de organização dos mesmos. Nesta ordem cronológica podemos perceber sua evolução até a representação simbólica utilizada na atualidade.

Dessa forma já é possível encontrar algumas falhas no ensino dos números pois "partes" dessa história são ignoradas ou desconhecidas pelos professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Um exemplo que pode ilustrar essa falha é o fato de que ao ensinar os números naturais se omite dos estudantes partes importantes da sua história, assim, de acordo com Cifuentes (2003), "sob olhar dos pitagóricos, o número não tinha um caráter abstrato, ele era a representação de uma extensão geométrica (comprimento, área, etc.)", o que sugere a importância de se refletir sobre a relevância do ensino de geometria nos anos iniciais. Em muitos relatos de professores que atuam nessa etapa da escolaridade não é notória a presença da geometria e ao número é atribuída apenas a função de contar e quantificar. Exemplos como estes nos mostram que se faz necessário olhar para a história com um olhar apurado, dotado de sutilezas e análises que levem à compreensão do que se ensina, mas, indo além da história e voltando essa perspectiva para a historicidade é indispensável notar que os números para efeito de seu ensino, possuem uma espécie de "DNA" que precisa ser levado em conta para que a aprendizagem se dê de forma efetiva.

Ao chegar à escola a criança já traz consigo conhecimentos matemáticos adquiridos no seu dia a dia, em suas experiências pessoais, mas muitas vezes o sistema escolar não utiliza esse conhecimento e passa a “ensinar” conceitos e conteúdos no intuito de inserir informações na criança que a levem a aprendizagem. O que muitas vezes se conclui que o resultado não é satisfatório justamente porque se trabalha de forma “inversa” a que a criança aprende.

Para exemplificar esse processo abordaremos um pouco mais a questão da construção do número, observando essa construção sob o aspecto da historicidade, ou seja, sua origem até sua presente evolução enquanto sistema de numeração decimal ensinado já nos primeiros anos de escolaridade da criança.

Ao chegar à escola a criança traz consigo a “noção de quantidade”, isto é, se solicitarmos à criança que separe determinadas quantidades de brinquedos, objetos ou pessoas, esta as pega e consegue separar, no entanto se solicitarmos que ela relacione esta quantidade ao algarismo que a representa possivelmente esta criança encontrará dificuldades. Isto acontece porque a quantidade está presente em suas mais diversas atividades do dia a dia já o “número” enquanto símbolo é uma criação humana convencional que precisa ser ensinada gradativamente a esta criança.

Ao iniciar o trabalho com a matemática no início da escolaridade é preciso levar em conta o que esta criança já sabe, é preciso aproveitar as potencialidades que esta criança já possui, porém muitas vezes a criança é vista como um ser “vazio” que depende da escola para o “encher” de conhecimento, o que ocasiona algumas ações que fogem da possibilidade de compreensão da criança, como por exemplo, a construção do número que se inicia pelo reconhecimento do algarismo (símbolo), enquanto a criança apresenta muito mais capacidade de compreender quando se inicia a partir da quantidade (que ela já traz consigo), ou seja, enquanto a criança aprende da quantidade para o algarismo, a escola inverte esse processo, de certa forma “ignorando” este conhecimento prévio e passa a ensina do algarismo (símbolo) para a quantidade. Daí, podemos perceber que vários problemas de aprendizagem se originam, pois se ensina de forma contrária a que a criança aprende.

Dessa forma, encontramos um “ponto de partida” para o ensino de matemática, o qual muitas vezes é ignorado pelos sistemas escolares. Piaget aponta em suas pesquisas a necessidade de se trabalhar com a construção ou sistematização dos “processos mentais básicos”, os quais incluem: correspondência, classificação, seriação, sequenciação, conservação, inclusão hierárquica, reversibilidade, ordenação e comparação. Poderíamos dizer que estes processos contém o “DNA” do número, ou seja, o número enquanto conceito que utilizamos hoje é fruto de uma junção de processos indispensáveis que se relacionam entre si, uma representação abstrata de um processo concreto. É importante observar que para se chegar ao número enquanto conceito, representado por um símbolo, e fazer corresponder este símbolo a determinada quantidade é necessário que se desenvolva o processo de *correspondência* biunívoca desde uma idade suscetível.

Na construção do sistema de numeração decimal é importante que a criança tenha desenvolvido a *inclusão hierárquica* para que compreenda que “um número está dentro do outro”, para posteriormente compreender a composição dos conjuntos numéricos (conjunto dos números naturais, dos números inteiros, dos números racionais, dos números reais e etc.), para que consiga compreender a relação entre frações equivalentes se faz necessário que tenha desenvolvido o processo de *comparação* o qual também lhe servirá para diversos conteúdos matemáticos, como por exemplo, a comparação entre dois lados da igualdade de uma equação.

Assim podemos perceber que o “número” não existe por si só, ele é resultado de um processo que o constituiu, pois antes de chegar ao símbolo que representa determinada quantidade ele é uma quantidade, possui um “caminho”, um desenvolvimento e este não é somente cronológico, não implica apenas em ter se tornado símbolo e este símbolo ter passado por variadas e cronológicas modificações que os codificaram ao que usamos hoje. Entender como se constrói um número não basta saber que ele passou por diferentes notações em diferentes épocas organizado por diferentes povos, é necessário perceber que essa construção possui um desenvolvimento não apenas linear, possui uma evolução em si própria, uma face interna ou a sua historicidade.

Para conseguir compreender e adquirir o “conhecimento de número” a criança precisa compreender os processos que o compõem, não apenas conhecer seu processo de evolução ao longo do tempo, mas conhecer seu desenvolvimento dentro de sua evolução orgânica. Além disso, a escola precisa fazer com que a criança “passe” por esta construção, que experimente os processos, que os reconstruam, que vivenciem situações que as possibilitem “sentir” essa matemática.

> A matemática, além de ser por excelência uma ciência racional, comporta também características emocionais, as quais estão intimamente ligadas com a intuição e a experiência estética, sendo essa o reconhecimento da transcendentalidade de seus objetos. (CIFUENTES, 2003, p. 59)

Dessa forma é possível afirmar que a matemática “sentida” faz mais “sentido” para a criança, a escola se torna a ponte que liga a criança a esta matemática bela, contextualizada e dotada de sentidos e significados. De acordo com Cifuentes (2003) “ensinar matemática” e ensinar a “apreciar a matemática”, são duas questões diferentes e consideramos a segunda um desafio para a escola hoje.

Piaget com suas pesquisas e com o construtivismo mostra que o conhecimento matemático possui um lado “orgânico”, ou seja, o conhecimento se desenvolve como um organismo, dentro de um espaço de tempo, porém, não de forma linear, mas passa por constantes evoluções interligadas entre si que desencadeiam em uma determinada construção.

### *1.3 – História da Matemática como Fonte de Exemplos para a Historicidade*

Como já discutimos, a matemática é norteada por uma história que a descreve, a historicidade, por sua vez, busca descrever essa história de uma forma mais profunda, procurando entender as razões que levaram determinado fato a existir e se modificar ao longo dos tempos. Pelas nossas considerações concebemos a historicidade como um capítulo da própria matemática e não como um assunto sobre a matemática. Já vimos que, enquanto a história da matemática descreve um lado “externo” dessa matemática, podemos dizer que sua historicidade desvela ou descreve um lado “interno” de caráter orgânico.

Como outro exemplo desse desenvolvimento dos conteúdos e conceitos matemáticos, apresentaremos a evolução do conceito de logaritmo e subsequentes funções exponencial e logarítmica.

Num primeiro curso de Cálculo, essas funções são apresentadas prontas como funções uma inversa da outra, e o aluno não chega a saber (e às vezes o professor também não tem conhecimento) da origem conceitual que essas funções tem nas relações entre as PG's e as PA's e, mais ainda, na conceitualização metodológica e epistemológica do expoente de uma PG como "variável", sendo esta uma grande revolução, ou melhor, evolução no pensamento matemático.

No final do século XVII surgem os logaritmos e embora estes resultem da relação inversa da potenciação, nesta época não se falava em exponenciação em matemática no sentido de considerar o expoente da potência como variável. Nos programas escolares, somente em 1893 é que aparece o tópico equações exponenciais sucedendo imediatamente o de progressões e logaritmos, mas é possível afirmar que no período de 1856 a 1912 o que prevalecia era a concepção aritmética de logaritmoalguns trechos de livros da época nos mostram essa afirmação:

> Logarithmos são números em progressão por differenças, correspondendo termo a termo a outros números em progressão por quocientes; havendo sempre na progressão por differenças um termo zero, que corresponda a um termo igual a um na progressão por quocientes (VIANNA, 1897, apud MIORIM, 2002, p. 28).
>
> Logarithmo de um número é o termo de uma progressão por differença correspondente a esse número numa progressão por quociente, quando os termos zero e 1 se correspondem nas progressões (PEREZ Y MARIN, 1909, apud MIORIM , 2002, p. 28).
>
> Logarithmos são termos de uma progressão arithmetica começando por zero, correspondentes aos termos de uma progressão geométrica começando pela unidade (SERRASQUEIRO, 1900, apud, MIORIM , 2002, p. 28).

A história foca bastante o uso dos logaritmos, sua importância desde os estudos de astronomia no passado e o destaca como uma descoberta que facilitou muito os cálculos, já a historicidade permeia essa evolução mas busca entender a relevância da relação entre PA e PG nesse processo, não foca só o "produto" final que chamamos de logaritmo, mas tenta relatar e ressaltar os "andaimes" que constituíram esse produto final, e um dos andaimes nesse processo foi justamente o reconhecimento do expoente como variável e subsequente surgimento da exponencial. Mais ainda, a historicidade procura explicitar a relação íntima entre progressões geométricas e aritméticas como parte da gênese do logaritmo, como parte de seu “DNA”, e posterior aparecimento das funções exponencial e logarítmica.

> Mas, se os logaritmos foram, por um longo período de tempo, considerados importantes por facilitarem a realização de cálculos aritméticos e trigonométricos, a partir do início da década de 70 do Século XX, um outro papel começou a ser desempenhado por eles na cultura escolar brasileira. Associada à exponencial, não mais os logaritmos enquanto números, mas a *função logarítmica* começa a desempenhar um papel importante no estudo de situações que envolvem determinados tipos de variações entre grandezas. Em outras palavras, uma nova concepção dos logaritmos, que denominaremos algébrico funcional, se torna prevalecente na cultura escolar brasileira.(MIORIM, 2002, p. 75).

Cabe destacar que na etimologia do termo ‘logaritmo’ reside sua condição de número (variável numérica): *logaritmo*, *logos* e *arithmos*, que significam, respectivamente, “razão” e “número”.

Como já citado as PA’s e PG’s e suas relações funcionais possuem um papel fundamental na “gênese” do logaritmo, no entanto a história conta de forma muito fragmentada essa ligação, explica que após muito tempo e experimento por diversos matemáticos, Descartes, em 1637 em sua Geometria dá uma maior importância aos expoentes e mesmo que o inglês John Wallis, em sua *Aritmética dos infinitos,* de 1656 tenha enfatizado o uso dos mesmos no caso dos expoentes negativos, fracionários e até mesmo para os irracionais, os expoentes não tiveram uma consideração automática apesar de sua relevante importância. Somente com Leibniz e Jean Bernoulli é que a importância dos expoentes foi ressaltada, segundo NAUX:

> Leibniz em uma carta endereçada a Newton, em outubro de 1676, dava a entender que ele não ignorava a existência de equações do tipo $x^y + y^x = x$y e $x^y + y^x =$ *x*, mesmo que não se sentisse capaz de resolvê-las. Em suas meditações, ele havia, portanto, desde aquela data, elevado o expoente ao nível de uma incógnita; etapa eminentemente favorável para a passagem de *x* incógnita para *x* variável. Após anos de silêncio ele retoma a questão e a torna pública em uma memória endereçada, em 1692, ao **Journal des Sçavans** de Paris. Após evocar a equação $x^x + x =$30, que admite 3 como raiz, ele prossegue: “(...) Mas chega-se frequentemente em equação desse tipo, em que a grandeza procurada não se encontra entre as grandezas ou números irracionais que possam ser obtidos pela geometria ordinária ou por aquela de Descartes, visto que tal equação não é de qualquer tipo conhecido (...) assim, é preciso recorrer às linhas de uma nova espécie, que eu chamo transcendentes (...)”. Ele tinha, portanto, ao mesmo tempo, descoberto uma nova espécie de números, diferentes dos irracionais, e a faculdade de fazer intervir as formas $a^x$, $x^y$,..., nas quais os expoentes assumem valores contínuos. Esses

> pontos de vistas tinham, portanto, elevado tais formas ao domínio de grandezas algébricas variáveis. As coisas haviam chegado a um tal estado quando Jean Bernoulli avisa Leibiniz, em uma carta de maio de 1694, que ele havia descoberto uma nova variedade de curvas, que denominou "curvas percorrentes"; e cita, a título de exemplo, $a^x = y$ e $x^x = y$. Nessas equações, diz ele, "as letras indeterminadas (literae indeterminatae) e as constantes se elevam a uma dimensão indeterminada e, consequentemente, percorrem todas as dimensões possíveis". Em outras palavras, ele eleva o expoente *x* ao nível das grandezas variáveis. (NAUX, 1971, apud MIORIM, 2002, p. 94).

Percebemos que conforme o tempo avança algumas mudanças ocorrem na matemática, ou seja, novas descobertas e mudanças de mentalidade surgem ou até mesmo questões que eram conhecidas passam a vir à tona tornando-se de certa forma, "novidades". Ao analisarmos o período de 1892 e 1893 vemos que a álgebra passou por modificações e sucessivamente a palavra "exponencial" começa a ganhar força em expressões como Equações Exponenciais.

> A análise de tais definições nos mostra que o elemento caracterizador da nova concepção de logaritmo, algébrico-funcional, é sua definição como *expoente de uma equação ou função exponencial*. Tal definição pode ser apresentada sem que seja estabelecida qualquer relação com progressões. (MIORIM, 2002, p. 98)

A afirmação de Miorim diz que a definição de exponencial pode ser apresentada sem qualquer relação com as progressões, e muitas vezes essa prática é realizada nas escolas e nos cursos superiores de cálculo, no entanto, entendemos que quando se estuda a historicidade dessa definição, ou seja, quanto temos o significado e percebemos o sentido deste e a relação com as progressões, vemos a face "interna" da evolução orgânica desse conceito, gerando maior compreensão ao aluno, dessa forma, a historicidade permite a construção de conhecimentos propriamente matemáticos e não só histórico-culturais em nossos estudantes.

Ao admitir uma análise ou releitura mais intensa da história do logaritmo podemos encontrar a utilização do exponencial antes mesmo de sua formalização como função, a historicidade, ao acompanhar sua evolução e os diversos fatores que apontam sua constituição atual, pode permitir ainda mais avanços, pois nos mostra que esse conteúdo matemático sofre diversas interpretações e modificações atingindo alto grau de importância nas aplicações matemáticas e cotidianas. O logaritmo adquiriu uma definição algébrico-funcional perdendo suas origens aritméticas e na recuperação destas últimas encontramos algumas referências ao exponencial como presente desde muito antes de ganhar um papel de destaque.

> Ora, o exame destas duas progressões mostra que um termo qualquer da progressão arithmetica é precisamente o expoente a que é necessário elevar a base "a" para produzir o termo correspondente da progressão geométrica. Portanto podemos desembaraçar a definição de logarithmos como expoentes; e é debaixo deste ponto de vista que passamos a estudar os logarithmos (...). Vimos já que da definição primitiva de logarithmos se deriva a definição de logarithmos considerados como expoentes: portanto, para demonstrar que as duas definições são idênticas, basta provar que a primeira definição se deriva também da segunda. (SERRASQUEIRO, 1990, apud MIORIM, 2002, p. 99).

Esse, entre outros exemplos, nos mostra que a evolução de um conceito, ou um objeto matemático, possui uma riqueza de detalhes que muitas vezes estão presentes em sua "face interna", esta, por sua vez, é revelada com o estudo da historicidade do objeto trazendo à tona seu desenvolvimento desde seu DNA conceitual até sua forma de apresentação atual.

# CAPÍTULO II

# A HISTORICIDADE COMO ESTRATÉGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Ao observar o trabalho com a matemática nas escolas hoje encontramos relatos de que quando se pensa nas razões pelas quais se deve trabalhar a disciplina de matemática, muitos educadores apontam o fato de a matemática ser necessária em atividades práticas que envolvam aspectos quantitativos da realidade, como as que dizem respeito ao trabalho com grandezas, contagens, medidas, técnicas de cálculo, etc.

Em muitos casos essas afirmações se dão devido ao fato da "matemática desenvolver o raciocino lógico, a capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível" (CENP, 1992, p.9).

Considerando a importância da realização de um bom trabalho com a matemática já nos anos iniciais do Ensino Fundamental, ressalto o fato de que ensinar e aprender matemática na escola elementar não pode se resumir em proporcionar aos alunos conhecimentos apenas utilitários e a história e historicidade da matemática deve contribuir nesta direção.

> Desse modo, aprender matemática consiste em realizar atividades e estudos que permitam a descoberta de relações (matemáticas) em situações surgidas da realidade em que se está inserido, e nas quais se possam vivenciar os meios próprios ao processo de produção do conhecimento matemático: comparar, procurar regularidades, conjeturar, intuir, representar, estimar, simular, matematizar, modelar, propor e resolver problemas (GONZALEZ, 1997, p.25).

Observo que hoje um dos fatores que contribuem para o insucesso de nossos estudantes, no que diz respeito à matemática, se dá ao fato de muitos professores que atuam nos anos iniciais, não compreenderem o que ensinam, o que pode ser devido, entre outras razões, a não conhecerem a história dessa disciplina, aos fatos que geraram descobertas e técnicas hoje estudadas e utilizadas.

Nesse quadro se desenham realidades ainda complexas no que diz respeito ao ensino e aprendizagem de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Aponta-se a necessidade de ensinar uma “nova” matemática quando as bases onde se constrói a matemática a ser ensinada apresenta-se frágil.

Dessa maneira reforçamos o uso da história da matemática, não apenas como estudo cronológico ou linear, como aparecem em muitos livros didáticos, mas como ferramenta no ensino de matemática em todos os níveis, especialmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com intuito de aprimorar esse processo trazendo sentido e significado ao ensino desta disciplina. Veremos mais adiante que as ideias de Piaget vem ao encontro de nossa proposta.

## *2.1 – A História da Matemática nas Escolas Hoje*

Mas, afinal, o que é a matemática? Segundo José Luiz Pastore Mello, as evidências mais antigas daquilo que poderíamos chamar hoje de matemática, despontam à época do homem de Neanderthal, cerca de 50000 anos atrás.

Enfatizamos então a questão de conhecer a estrutura histórica do que se ensina, pois muitos professores trabalham a matemática de forma isolada e desconexa, não levam em consideração sua gênese e evolução no sentido da historicidade. Dessa forma, trabalhar com interação entre indivíduos ouvindo e analisando os conhecimentos que trazem, exige que se conheça também o real processo de construção de determinados conhecimentos para que se possa estabelecer um paralelo entre o que se pensa e o que realmente acontece ou aconteceu.

Para que um professor consiga analisar as construções de pensamento expressas por meio da linguagem em seus alunos, exige deste ouvir seu aluno, pois entender os processos mentais dos estudantes permite elaborar estratégias de ensino mais eficientes, mas é preciso também conhecer o real processo de construção de determinados conhecimentos para enfatizar questões nas quais os alunos caminhem com compreensão e onde exigem uma intervenção, talvez de caráter histórico, para nova análise e reflexão.

A realidade que encontramos em muitas de nossas salas de aula hoje se baseia em “ensinar da forma como se aprendeu”. Muitos educadores e professores assumem que o ato de ensinar se restringe a repassar “conhecimentos”, sendo estes também repassados de forma descontextualizada. Nesse repasse não se inclui a análise do que se ensina e pouquíssimo se discute a respeito de sua relevância na construção histórica da disciplina ou mesmo da sociedade. Busca-se trabalhar de forma “interativa” excluindo a base na qual foi construído determinado conhecimento, sendo que a interação exige, de acordo com Vygotsky, a relação do sujeito com o meio, ou seja, é necessário que este não fique centrado apenas no que lhe é dito ou repassado, mas é preciso que conheça seu entorno, os fatores que o constituem, para que assim possa realizar qualquer tipo de relação capaz de proporcionar conhecimento a respeito de algo.

Trabalhar com a matemática de forma significativa necessita do conhecimento de sua história, ou melhor, trabalhar com sua historicidade. No entanto, essas questões ligadas à história e à historicidade da matemática tem gerado algumas polêmicas no meio acadêmico. Autores como Buratto, defendem que conhecer e utilizar a história da matemática já nos anos iniciais do Ensino Fundamental é uma oportunidade de gerar um ensino de matemática mais significativo, enquanto outros como Miguel e Miorin acreditam que a história deva ser usada após os anos iniciais, ou seja, embora os professores atuantes em sala de aula no ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental acreditem que o conhecimento e estudo da história da matemática sejam de extrema relevância para seu ensino e aprendizagem, esses autores Miguel e Miorim (2004), ainda defendem o fato de que tal estudo deve ser restrito a anos posteriores, afirmam que seja usada a história da matemática no ensino superior, mas não na educação básica, e que a compreensão ao estudo da história da matemática não é possível de ser entendido pela criança, somente por estudantes numa faixa e escolaridade mais avançada.

Alguns defendem o uso e estudo dessa história não como solução para todos os problemas, mas como uma alternativa muito promissora nos avanços que se mostram necessário neste ensino.

> Há um consenso na academia de que focar a história da matemática no âmbito do ensino de matemática deve possibilitar aos educandos uma percepção desta disciplina como resultado de uma elaboração mental do homem, oportunizando investigações que favoreçam a compreensão dos processos de formalização dos conhecimentos matemáticos. (BURATTO 2012 p. 25).

Mas neste trabalho não intencionamos discutir a implementação do ensino de matemática usando sua historicidade, mas sim propor a inclusão dessa discussão na formação dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental.

### *2.2 – A História e Historicidade da Matemática na Formação dos Professores do Anos Iniciais do Ensino Fundamental*

Os professores que atuam hoje nos anos iniciais do Ensino Fundamental são os chamados professores “polivalentes”, ou seja, em sua grande maioria são profissionais que tiveram uma formação em nível médio no curso de habilitação ao magistério, que antes dava certificação para atuar na Educação Infantil e séries iniciais do Ensino Fundamental. Desde a década de 1990 a LDB (Lei 9.394/96) institui a formação superior do professor que atua nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sendo estes em sua grande maioria licenciados em Pedagogia ou Normal Superior.

Encontramos diversas propostas pedagógicas bastante interessantes nestes cursos de formação, mas os próprios professores apontam a falta de um trabalho que os prepare melhor para atuar com disciplinas específicas em especial, com a matemática.

De acordo com Nacarato, Mengali e Passos (2001), esta formação pautada nos processos metodológicos de caráter didático desconsiderando os fundamentos metodológicos da própria matemática, gera muitas lacunas conceituais nesta área do conhecimento e estas lacunas serão prejudiciais no processo de ensino e aprendizagem da matemática na escola elementar, ou seja, a construção da base para o pensamento matemático ficará prejudicada.

Ao observar as grades curriculares dos cursos de pedagogia é possível encontrar deficiências com relação à formação matemática dessas “futuras pedagogas” e professoras, o que dificultará o trabalho com a matemática no âmbito da escola.

> Com esse quadro, é possível supor que as professoras, em sua prática, pouco compreendiam das novas abordagens apresentadas para o ensino de matemática nos documentos curriculares. Nossa experiência como formadoras revela que a maioria das professoras não conseguia compreender os princípios dessas propostas. (NACARATO, MENGALI e PASSOS, 2011, p. 18).

Com o crescimento da preocupação sobre a base do ensino de matemática (e de outras áreas específicas também), iniciam-se diversas discussões sobre a formação dos professores polivalentes e sua atuação na construção de conhecimentos matemáticos na escola elementar.

Nacarato, Mengali e Passos (2001), em sua obra complementam suas ideias apoiadas nas ideias de Cury (2005), quando argumentam a respeito dos cursos de pedagogia e normal superior. Citam a ênfase dada a questões metodológicas e ao pouco tempo destinado à exploração de ideias e conceitos matemáticos atribuídos neste contexto.

> Evidentemente, não é possível avaliar a qualidade da formação oferecida, tomando por base apenas as ementas dos cursos – as quais, muitas vezes, cumprem apenas um papel burocrático das instituições. No entanto, a autora aponta aspectos que merecem reflexão, por exemplo, a ausência de indicações de que os futuros professores vivenciem a prática da pesquisa em educação matemática, principalmente no que diz respeito ao ensino e à aprendizagem nas séries iniciais. Destaca também a ausência de referências aos fundamentos da matemática. (NACARATO, MENGALI e PASSOS 2001, p. 22).

Dessa forma, comparando a formação dos professores polivalentes frente às exigências que se estabelecem nos documentos que direcionam este ensino, encontramos contradições ou situações muito desiguais, proporcionando certa dificuldade em atingir a qualidade de ensino que se almeja.

Quando se pensa no ensino e em especial no “ensino de matemática” é possível perceber que muitas incógnitas se formam, abrem-se diferentes e diversificadas propostas e os professores que atuam nos anos iniciais sinalizam que apresentam muitas dificuldades em se apropriar dos conhecimentos matemáticos e principalmente do “como” ensiná-los.

Muitos destes profissionais mantêm, em diversos casos, uma postura de rigidez frente a novas ideias, repetindo as técnicas e procedimentos pelos quais foram supostamente ensinados ou por meio dos quais conseguiram aprender e/ou reter algum tipo de conhecimento, outros profissionais demosntram forte empenho em ensinar de “forma correta”, no entanto deixam de fazer algo fundamental por desconhecerem sua real importância.

Um grande número de profissionais garante não ter alcançado em sua formação matemática, objetivos e esclarecimentos a respeito da matemática, muito menos da história que a compõem e que na opinião deles, ajudariam a “explicar” a matemática que estes ensinam sem compreensão.

Segundo Toledo (1999), alguns professores consideram que a matemática, sendo uma ciência hipotético-dedutiva, deve ser apresentada dessa maneira ao aluno, desde as fases inicias. Esta compreensão exige dos estudantes um nível de abstração e formalização que pode estar acima de sua capacidade, pois os quadros lógicos de seu pensamento podem não estar desenvolvidos o suficiente.

Mediante um ensino que se estrutura dessa maneira, a saída encontrada por muitos alunos é memorizar alguns procedimentos que lhes permitem chegar aos resultados exigidos pelo professor.

Atualmente é defendida a ideia de que para se ensinar algo a alguém se faz necessário compreender o que se ensina, dessa forma, voltando-se para o ensino de matemática desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, nos questionamos se de fato compreendemos ou sabemos o que estamos ensinando com relação à matemática, mais além, nos questionamos a respeito de que matemática estamos ensinando ou queremos ensinar?

Com relação ao ensino e à escola, acredita-se que para se ensinar com propriedade é mais importante dar ênfase nas perguntas do que nas respostas, ao que se refere ao trabalho docente em sala de aula. No entanto quando esperamos que as respostas façam sentido e tragam benefícios ao ensino, recaímos na dúvida: será que as questões levantadas são realmente compreendidas por quem as realizou?

Neste caso nos apropriamos das ideias de Willian P. Berlingoff e Fernando Q. Gouvêa quando afirmam que:

> Entender uma questão, muitas vezes, depende de saber a história da ideia. De onde veio? Por que é ou era importante? Quem queria resposta e por que a queria? Cada etapa no desenvolvimento da matemática é construída com base naquilo que veio antes. Cada pessoa que contribui é alguém com um passado e um ponto de vista. Como e por que pensaram no que faziam muitas vezes é um ingrediente crítico para se entender sua contribuição. (BERLINGOFF; GOUVÊA, 2008, p. 01).

Buscamos enfatizar que se faz necessário que o professor conheça o que vai ensinar e, neste caso muitos professores atribuem a deficiência de tal conhecimento a sua formação, mas como não temos intenção de aprofundar nesta pesquisa aspectos específicos dos procedimentos da formação docente, buscamos ressaltar a importância do professor conhecer seu campo de estudo, nem que para isso precise buscar uma formação continuada e/ou o aprofundamento em seus conhecimentos a respeito da disciplina que leciona.

Faz-se importante decidir se o trabalho docente tem por prioridade a exposição ou a aquisição de conhecimentos, ou seja, a escola precisa repensar qual seu papel e seu objetivo enquanto agente formador de ideias, de opiniões ou como construtora de conhecimentos, pois quando pensamos na proposta de “construção de conhecimentos” a historicidade ganha força por oportunizar uma análise da evolução do conhecimento expondo ao aluno “como se deu”, o que pode ser responsável pela (re) construção do conhecimento por parte do aluno.

No caso da formação do professor, o estudo da história da matemática e também da historicidade ganham força e tornam-se aliados na compreensão e análise que se busca, porém ao atuar com crianças dos anos iniciais o professor precisa dosar a “medida” da história que irá desenvolver, ou seja, precisa conhecê-la, mas precisa perceber até que ponto é válida sua exposição na faixa etária em que atua. Já com relação a historicidade, sua análise torna-se mais próxima da criança, pois esta está livre de grandes formalizações, neste momento procura-se dar ênfase ao seu desenvolvimento cognitivo, ou seja, trabalha-se em paralelo a sua evolução e neste ponto a curiosidade e o interesse de alunos dos anos iniciais ganha força e sentido no processo de ensino e aprendizagem, pois a evolução psíquica dos conhecimentos matemáticos na criança e sua evolução no sentido da historicidade, fazem um paralelo como fazem a filogênese e a ontogênese, considerando que a filogênese trataria de aspectos ligados ao desenvolvimento intrínseco enquanto a ontogênese ao desenvolvimento sócio cultural, ou seja, é uma relação entre o conhecimento e sua relação com o meio, seu DNA e seu consequente desenvolvimento.

Autores como Berlingoff e Gouvêa atribuem grande força ao conhecimento da história da matemática por parte dos professores, mais uma vez enfatizando que quando se ensina algo que realmente se conhece, a evolução ou as raízes e consequente desenvolvimento do que se ensina terá mais propriedade. Assim sendo, muitos textos descrevem a parte histórica dessa disciplina com intuito de “situar” ou justificar o trabalho com determinados conteúdos e contextos como acontece na obra de Berlingoff e Gouvêa:

> Por volta de 5000 a.C. quando a escrita começou a se desenvolver no antigo Oriente Próximo, a matemática começou a surgir como atividade específica. Conforme as sociedades adotaram diferentes formas de governo centralizado, necessitavam de meios para acompanhar o que era produzido, quanto era devido em impostos e assim por diante. Tornou-se importante saber o tamanho de campos, o volume de cestos, o número de trabalhadores necessários para uma dada tarefa. Unidades de medida foram desenvolvidas um tanto ao acaso, criando problemas de conversão que às vezes envolviam uma aritmética difícil. As leis de herança também criaram problemas matemáticos interessantes. Lidar com tais problemas era tarefa específica dos “escribas”. Eles eram, em geral, funcionários públicos profissionais que sabiam escrever e resolver problemas matemáticos simples. A matemática como tema de estudos nasceu nas tradições e escolas escribas. (BERLINGOFF; GOUVÊA, 2008, p. 07).

Esse e outros trechos de diferentes referências ajudam o professor a “situar-se” no contexto histórico do que está ensinando, dessa forma, conhecer o processo de construção desta disciplina ganha força e ficam mais evidentes algumas ideias, porém é necessário o outro lado, o da historicidade como complementar ao histórico na própria formação matemática do professor.

### *2.3 – A Influência da História da Matemática e da Historicidade no Ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*

Mas em que medida conhecer a história e historicidade da matemática auxiliaria no processo de ensino e aprendizagem desta disciplina já nos anos iniciais do Ensino Fundamental?

Já é possível encontrar artigos e publicações que defendem e afirmam que conhecer a história da matemática é uma grande auxiliar no ensino desta disciplina.

De acordo com Circe Mary Silva da Silva o estudo da história da matemática não traz soluções imediatas e milagrosas, mas aponta um caminho muito propício para a compreensão desta disciplina, ela reafirma as ideias de Dirk Struik apontando algumas razões pelas quais este estudo ganha importância e sentido:

> O historiador Dirk Struik justifica a relevância do estudo da História da Matemática como uma forma de entendermos melhor as crenças de estudantes e professores de Matemática. Essa disciplina tem, segundo Struik, as seguintes funções:
>
> - satisfaz o desejo de muitos de nós de sabermos como as coisas em Matemática se originaram e se desenvolveram;
>
> - o estudo de autores clássicos pode oferecer uma grande satisfação em si mesmo, mas também pode ser um auxiliar no ensino e na pesquisa;
>
> - ajuda a entender nossa herança cultural, não somente através das aplicações que a Matemática teve e ainda tem na Astronomia, na Física e em outras ciências, mas também devido às relações com campos variados como a Arte, a religião, a Filosofia e as técnicas artesanais;
>
> - proporciona um campo onde o especialista em matemática e os outros campos das ciências podem encontrar interesse comum;
>
> - oferece um pano de fundo para a compreensão das tendências em educação matemática no passado e no presente;
>
> - podemos ilustrar com historietas o seu ensino, para torná-lo mais interessante. (SILVA, 2011 p. 133).

Esta autora ainda afirma que a importância de estudar a história da matemática, apesar de ser reconhecida e registrada nos documentos que regem a organização da escola, como por exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), não são suficientes, existem fatores que complicam essa prática como a falta de preparo dos docentes.

No texto que escreve sobre “A História da Matemática e os Cursos de Formação de Professores”, Silva (2001), aponta alguns estudos sobre a presença do estudo da história da matemática na formação docente.

A autora pesquisa e apresenta diversas opiniões que apoiam e enfatizam a necessidade de se ter a disciplina “História da Matemática” nos cursos de formação, no entanto aponta também algumas barreiras para que esta proposta seja plenamente estabelecida.

> Entre as dificuldades para ofertar a disciplina encontramos: falta de professores qualificados para ministrar a disciplina e dificuldade de acesso à bibliografia e outros materiais para o ensino (SILVA, 2001, p. 148)

Ainda em concordância com as ideias de Silva, percebemos a necessidade e importância de se trabalhar com esta questão, porém o caminho ou a forma como se deve trabalhar com tal "história" torna-se mais um obstáculo nesse processo. Ao analisar opiniões de professores e estudantes a respeito do fato de se trabalhar a história da matemática, a autora coletou as seguintes opiniões:

> - "Fundamental, pois sem a qual a Matemática fica cega e desempenha um papel de cálculos sem significados".
>
> - "É fundamental, afinal como estudar algo sem antes saber a sua história?"
>
> - "Contextualizar historicamente o que estudamos hoje, sua importância para o desenvolvimento da matemática".
>
> - "Importantíssima, pois o saber de onde vem e como começa tudo, concretiza e aprimora a ideia da Matemática como humanidade".
>
> - "Somente a partir do conhecimento da história conhecemos de fato a matemática".
>
> - "É muito importante para estabelecer uma relação do passado com o presente e fazer previsões para o futuro".
>
> - "Considero importantíssimo, pois o prazer do ser humano em fazer bem qualquer atividade está no conhecimento histórico do processo de construção do saber".
>
> - "É de extrema importância, pois com a história, os conteúdos não aparecem desvinculados". (SILVA 2011 p. 155)

Acreditamos que uma das formas de se "qualificar" professores para o ensino de matemática com o uso da história como recurso didático é mostrar-lhes o caminho da historicidade da matemática.

Tanto a história quanto a historicidade da matemática fazem parte desse processo de construção de conhecimentos, porém existem alguns fatores que as distinguem, pois como já citado, a história nos permite uma importante visão externa da matemática e a historicidade completa com a visão interna da mesma. A história da matemática poderia ser considerada como parte da formação sociocultural do professor, já a historicidade da matemática como parte da formação matemática desse professor, com um certo caráter metafísico e epistemológico.

# CAPÍTULO III

## *O ENSINO DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NA PERSPECTIVA DA HISTORICIDADE*

Os Parâmetros Curriculares Nacionais estruturam uma organização de conteúdos matemáticos buscando uma sólida interação entre o discurso e a prática, intencionando desenvolver um ensino sólido e estruturado. Indicam como objetivos gerais para o ensino de matemática o seguinte:

> As finalidades do ensino de Matemática indicam, como objetivos do ensino fundamental, levar o aluno a:
>
> • identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
>
> • fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;
>
> • resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
>
> • comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
>
> • estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
>
> • sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;
>
> • interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, P.C.N. MATEMÁTICA PCN, 1997, p. 37)

Com a chegada dos PCN´S esperava-se que os planejamentos dos professores e sua prática se modificassem na busca de trazer mais “sentido” ao que se ensina e ao que se aprende na matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. É possível notar que a escola tem caminhado rumo às modificações que se esperam, no entanto, essa “caminhada” tem sido lenta, as mudanças das práticas dentro das salas de aula tem acontecido de forma vagarosa pois como já afirmado, muitos professores ainda insistem em ensinar “da forma como aprenderam” sem se guiar pelos novos documentos e propostas para o ensino de matemática.

Colocando em foco a utilização da história da matemática, ainda nos PCN´S encontramos um posicionamento frente à importância do trabalho com esta área do conhecimento:

> A História da Matemática, mediante um processo de transposição didática e juntamente com outros recursos didáticos e metodológicos, pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático. (BRASIL, P.C.N. MATEMÁTICA, 1997, p. 34).

As atuais discussões sobre o ensino de matemática a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores. É possível perceber que existe uma maior preocupação com o ensino nessa faixa etária na qual se inicia a sistematização de ideias e princípios matemáticos.

Atualmente, com a proposta do ensino de nove anos a criança entra mais cedo na escola já iniciando o Ensino Fundamental por volta dos 5 ou 6 anos de idade. Neste momento a criança marca uma nova etapa em seu desenvolvimento, sendo que esta etapa é marcada pela capacidade em se relacionar com o ambiente de maneira mais independente. Entre suas principais características a criança de aproximadamente 6 anos é dona de um vasto repertório de perguntas, tais como: Para que serve? De que é feito? Esta etapa também é marcada pelo fato da criança pensar antes de falar e por desejar saber para sentir a satisfação do êxito pessoal, aqui também dão grande valor à aceitação social.

Ao atingir esta etapa a criança já adquiriu um número considerável de conhecimentos e estes vão aumentando e variando constantemente as noções que tem do mundo. Nesta etapa ainda a criança começa a aprimorar a sua intuição, que lhe é uma característica forte e marcante.

Iniciar, portanto, o processo de sistematização e construção de ideias e pensamentos relacionados à matemática tornam-se um grande desafio para a escola. Daí em diante a criança precisa aprender a relacionar conteúdos e conceitos escolares com sua realidade pessoal, necessita compreender ideias abstratas e torná-las concretas em sua relação com a aprendizagem.

Neste momento encontramos um entrave no que diz respeito a que matemática se ensina pra a criança neste período, ou, como o professor define a “matemática” que ensina e deve ser ensinada a partir dos anos iniciais.

Em muitas escolas os materiais didáticos utilizados mostram que existe uma preocupação em fundamentar de forma lúdica e criteriosa os conceitos iniciais que marcarão o desenvolvimento da matemática escolar para esta criança. No entanto muitos professores que atuam nos anos iniciais admitem que desconheçam a história ou a evolução da matemática que ensinam, encontrando uma série de dificuldades em levar seu aluno a uma compreensão “adequada”.

Então, de que forma se constroem os alicerces que fundamentam o conhecimento matemático na criança se as bases para estes alicerces são parcialmente desconhecidas por quem os constroem?

## *3.1 – A “Psicogênese e História das Ciências” de Piaget e Garcia e a Historicidade no Ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.*

Partindo do pressuposto que os conhecimentos históricos possuem uma organização temporal, se faz necessário levar em consideração certa integração entre esses fatos ocorridos para se chegar a alguma compreensão.

Jean Piaget e Rolando Garcia em sua obra intitulada “Psicogênese e História das Ciências” defendem a ideia de que os estágios elementares não só precisam ser levados em conta na construção dos conhecimentos, como precisam ser analisados e compreendidos para que se possa “avançar” neste processo.

Estes autores buscam uma reorganização de fatos e nesta reorganização precisam analisar desde os estágios mais elementares recorrendo às fases inicias do processo. Eles se utilizam da ideia de "abstração reflexiva" a qual busca analisar e partir de ações e operações do sujeito com o objeto, desta forma intitulam dois processos que são inseparáveis nesta análise:

> 1) Uma *projeção* sobre um nível superior (por exemplo de representação) daquilo que é colhido num nível inferior (por exemplo, de ação); 2) Uma *reflexão* que reconstitui e reorganiza o que é transferido por projeção, ampliando-o". (PIAGET e GARCIA, 2011, p. 16)

Os autores explicam que esta reflexão tem um caráter *construtivo* pelo fato de que a projeção necessita estabelecer uma correspondência, associando conteúdos adquiridos com os novos conteúdos integrando-os, ainda afirmam que neste processo surgem os *conteúdos vizinhos*, tornando esse conteúdo *completivo* até a integração e ampliação das estruturas formadas, considerando assim, este processo não somente linear, mas possível de um *alargamento*.

O termo 'psicogênese' utilizado pelos autores é entendido também como um estudo que analisa a formação e a natureza de instrumentos cognitivos. Percebe-se que quando se busca compreender a formação do conhecimento se refere também à epistemologia, considerando o fato de que o conhecimento está sofrendo modificações constantes e que a compreensão dessas modificações em função da composição atual aponta para a necessidade de se estudar a psicogênese deste conhecimento.

> Tornou-se evidente para todos que a ciência está em perpétuo devir e que não se pode considerar nenhum setor, por mais limitado que seja como definitivamente estabelecido sobre as bases e ao abrigo de qualquer modificação posterior, mesmo se, como em matemática, o que é demonstrado está integrado no que vem a seguir e não posto em questão: uma integração desse tipo pode demonstrar que uma verdade, considerada como geral constituída apenas um caso particular e, neste caso, podemos falar, em sentido restrito, de erro parcial e de retificação. Nestas condições de devir geral, é natural que um conhecimento não possa estar dissociado de seu contexto histórico, e que, por consequência, a história de uma noção forneça alguma indicação sobre seu significado epistêmico. Mas, para conseguir uma tal relação, ainda é necessário colocar os problemas em termos de linhas de força, de evolução das normas numa escala que permita discernir suas etapas, e não em termos factuais de influências de um autor sobre outro e, em particular, do problema controverso mas sem

> grande interesse do papel dos percussores do advento posterior de um novo sistema de conjunto. O essencial é caracterizar os grandes períodos sucessivos do desenvolvimento de um conceito, ou de uma estrutura, ou ainda das perspectivas de conjunto numa determinada disciplina, com ou sem acelerações e regressões, ações dos precursores ou “cortes epistemológicos”. (PIAGET e GARCIA, 2011, p. 23)

Encontramos, em diversos trechos de Piaget e Garcia, a afirmação de que (em se tratando principalmente do conhecimento lógico-matemático) é muito importante observar as construções mais elementares deste conhecimento.

Muitos conhecimentos lógico-matemáticos se transformam em teoremas e enunciados, de acordo com os autores, mas é imprescindível que se conheça e reconheça a origem dos instrumentos que geraram tais situações.

Infelizmente nas escolas hoje, muitos professores e educadores consideram a matemática como essa ciência estática, pronta que precisa ser apenas repassada, que os alunos precisam “adquirir” esses conhecimentos e que esse processo de transmissão é simples, onde um é responsável por apenas repassar as informações necessárias à construção do conhecimento (neste caso o professor) e outro é quem recebe, ouvindo e reproduzindo as informações já prontas e acabadas (neste caso o aluno).

Esse processo estático acima descrito é ainda mais grave quando essas ações são desenvolvidas desde a escola elementar nos anos iniciais.

O aluno não tem acesso à construção de conhecimento, só se torna mero receptor deste, acaba se acostumando a apenas receber informações, as quais nem sempre consegue reter e o processo de ensino e aprendizagem passa ser por meio de reprodução e repasse de informações.

Observando essa realidade, acreditamos que o recurso á história e à historicidade (principalmente na matemática) torna-se um aliado na busca de um conhecimento construtivo. A história e a psicogênese caminham em parceria, de acordo com Piaget e Garcia, pois a história é capaz de fornecer informações que explicam o processo de evolução de alguns conceitos e fenômenos e a psicogênese mostra a “raiz” onde esse processo iniciou sua evolução. Há pontos de contato muito íntimos com a noção de ‘historicidade’ como apresentada aqui, pois a psicogênese dá ênfase à cognição, enquanto que a historicidade possui um caráter epistemológico, no entanto, elas se relacionam de forma direta.

De posse destas duas vertentes inserimos então a historicidade, a qual trabalha a história da matemática não como uma sequência temporal de fatos prontos, uns após o outro, mas como algo em constante evolução, que teve um início, dotado de um "DNA conceitual" de informações que o constituíram fazendo-o avançar até o presente momento, com a possibilidade de futuras modificações.

Quando se ensinam determinados conteúdos aos alunos dos anos iniciais justamente se trabalha por partes, ou seja, um conteúdo matemático nunca é apresentado e encerrado, desde o primeiro ano do Ensino Fundamental a criança já tem acesso à noção de adição, por exemplo, no entanto esse conteúdo será desenvolvido à medida que esta criança avançar em sua escolaridade, por exemplo, até o quinto ano estará revendo este conteúdo, porém com características e propriedades cada vez mais elaboradas, as quais exigem um avanço constante de compreensão, de análise. Num primeiro momento, à criança são apresentadas as noções mais elementares de adição, em seguida vai compreendendo diferentes ideias que estão em sua composição, diferenciam as ações de reunir/juntar e acrescentar, em seguida percebem que neste processo é possível e necessário fazer reagrupamentos, precisam reconhecer a importância da base decimal, do valor posicional entre tantas outras características que a farão "avançar" gradativamente no processo de aquisição deste conhecimento.

Buscamos ilustrar aqui as ideias de Piaget e Garcia quando afirmam que não é apenas uma construção linear, mas "alargada", onde conhecimentos necessários vão se inserindo uns aos outros. Porém é importante que o aluno veja "função" no que estuda que seja levado a ter necessidade de aprender algo, que entenda que as criações matemáticas são frutos de uma necessidade e não de um invencionismo desmedido e não estruturado.

Essa "necessidade" pode ser conseguida (e talvez seja sempre assim) por um processo de "concretização" das ideias envolvidas no conhecimento a ser adquirido. No entanto é necessário se fazer compreender que essa "concretude" não se estabelece de imediato. A ideia de algo "concreto" está muitas vezes relacionada a algo que se possa "pegar", mas, nessa abordagem, nos referimos a concreto o ato de fazer com que a criança estabeleça relações significativas dentre os conhecimentos matemáticos adquiridos e suas respectivas funções ou intenções.

Neste ponto nos remetemos à historicidade, ou seja, ao processo de evolução de determinados conteúdos e conceitos. Se neste momento fôssemos apenas recorrer à história talvez o aluno dos anos iniciais realmente não teria condições de compreender a sucessão de fatos e pensamentos que originaram determinados conteúdos, mas se recorrermos à sua gênese, a necessidade que originou o início do processo "gerando" esta necessidade no aluno sua compreensão estaria caminhando em paralelo com a construção deste conhecimento.

Para se trabalhar estabelecendo uma espécie de "paralelo" entre um período histórico e um estado genético é importante perceber e levar em conta que no trabalho com os anos iniciais a história deve estar presente, mas muito mais que isso a historicidade deve ser a principal condutora desse processo, pois as dificuldades de compreensão por parte da criança que também se revelam na história, na historicidade estas surgem de forma mais sutil acompanhando as limitações de compreensão. Muitas vezes no processo de evolução de conceitos encontramos muitas dessas dificuldades "atuais" presentes, quando analisamos na forma de "como se pensou" na época de seu surgimento podemos perceber a presença dessas "dúvidas atuais" como no exemplo citado anteriormente com relação aos números negativos. No seu processo histórico vemos que houve dificuldade em os compreender e que à luz de sua historicidade vem se esclarecendo algumas necessidades que os originaram, dessa forma, quando se aprende algo novo, em especial um conteúdo matemático, dúvidas surgem e que se formos analisar sua evolução interna e externa essas dúvidas irão se desfazendo dando vazão a compreensão desses conteúdos.

Quando o professor deixa de reconhecer a matemática como um produto e passa a analisa-la como um processo, encontra possibilidades de se estabelecer "paralelos" entre um período genético, de surgimento e desenvolvimento, com um período histórico de desenvolvimento e evolução.

Quando o trabalho com esta componente curricular acontece com crianças a espontaneidade destas e sua curiosidade auxiliam na construção desses "paralelos", pois a criança ainda traz consigo a curiosidade ou o interesse em descobrir, sendo que nos processos históricos as grandes descobertas foram pautadas na curiosidade, na dúvida e na busca de soluções, ou seja, no constante interesse em descobrir.

Neste ponto, a historicidade ganha um papel de destaque, pois perpassa pelos caminhos do desenvolvimento desvelando a sua evolução.

> A historicidade atravessa todas as formas de pensamento e de ação humanas, e já esta diversidade deixa de ver que cada forma possui suas modalidades e suas justificativas próprias, que não somente não se dissolvem neste caráter histórico, mas que tiveram seu nascimento e desenvolveram-se, constituíram-se, segundo este caráter mesmo, que presidiu à ordenação de seus “materiais” (simbólicos e concretos). Foi ao longo deste desenvolvimento que foram criados e ordenados os elementos (conceituais) de inteligibilidade que permitem a assimilação, num estágio de conhecimento, e estes próprios elementos informam aqueles do estágio seguinte, tornando-o possível. É neste sentido que o matemático Jean Dieudonné, um dos membros eminentes do movimento Bourbaki, escrevia: ‘Penso que não é possível compreender as matemáticas atuais se não tivermos pelo menos uma ideia sumária de sua história’. (PATY, 2005, p.06)

Ao voltarmos nosso olhar para o processo histórico surge então algumas possibilidades de acompanhar de forma mais compreensível a evolução e constituição de ideias matemáticas percebendo-as como parte da “face humana” da matemática em sua historicidade.

### *3.2 – A Evolução dos Objetos Matemáticos e a Compreensão da Criança – Aspectos da Historicidade*

Ao nos referirmos à psicologia genética, nos remetemos às ideias estudadas e defendidas por Piaget. Ele foi considerado um grande epistemólogo, pois em suas obras defendeu muito a questão da análise da natureza e origem de determinados conhecimentos.

Como precursor de Piaget e de suas valiosas contribuições ao estudo da matemática, encontramos as ideias e estudos do matemático, físico e filósofo Jules Henri Poincaré (29 de abril 1854 - 17 julho de 1912). Por exemplo, Piaget deu seguimento aos estudos de Poincaré sobre a noção de espaço, baseando-se no estudo dos grupos de deslocamento e aprofundando ideias que até hoje são utilizadas para se compreender o processo de aquisição desse conhecimentos pelas crianças.

Em alguns estudos referentes ao espaço que utilizamos hoje, Poincaré já sugeria a possibilidade de movimento e experiência, Piaget, portanto, ao estudar o desenvolvimento dessa noção de espaço, em especial pela criança, assumindo as intuições topológicas elementares subjacentes à origem dessa noção.

> A elaboração do espaço pela criança passa por uma fase perceptiva e outra representativa. A primeira acontece desde o nascimento e está ligada à percepção, à motricidade. A segunda ocorre após o surgimento da imagem, do pensamento intuitivo e da linguagem. A intuição espacial não se refere apenas a sensações e intuições, é a "inteligência elementar do espaço, em um nível ainda não formalizado". (PIAGET e INHELDER, 1993, p. 469).

Piaget baseou-se em Poincaré quando este afirmava que a gênese da noção de espaço é também determinada por sensações musculares, ou seja, acreditava na influência da movimentação do próprio corpo, ou seja, acreditava que só se poderia chegar à noção propriamente dita de espaço a partir de leis que nossas sensações sucedem.

Podemos perceber então, que a historicidade dos conceitos defendidos por Piaget no século XX e que originam muitas reflexões a respeito da aprendizagem matemática estão em Poincaré no século XIX. Entendemos ainda que a necessidade de atrelar o ensino de matemática à vivência e experimentação da realidade tem raízes profundas pautadas em estudos anteriores, o DNA conceitual que surge de explicitar essas necessidades voltadas para a aprendizagem da matemática mostram a amplitude de se trabalhar essa área do conhecimento de forma dinâmica.

Em parte de suas obras encontramos que Piaget diferenciou três tipos de conhecimentos os intitulando de "conhecimento físico", "conhecimento social ou convencional" e "conhecimento lógico-matemático".

O que ele chamava de conhecimento físico eram as percepções relacionadas aos objetos e fatos da realidade externa ou presente no meio no qual o indivíduo estava inserido, ou seja, tendo o foco no objeto e tomando o empirismo como fonte para obtê-lo. Já o conhecimento social estaria relacionado a aprendizagens de fatos criados humanamente como convenções sociais, costumes, fatos socialmente desenvolvidos, estudo de diferentes línguas e situações vinculadas à convivência pessoal. Com relação ao conhecimento lógico-matemático Piaget se referia ao estudo das relações mentais nas quais a fonte se encontra no indivíduo sem descartar a relação com o meio.

Com base na epistemologia Piaget sempre questionou a “raiz” de alguns problemas e situações, acreditando que o conhecimento em si se dá a partir de sucessivas conquistas, afirmando que existe uma transição de um “estado menor” de conhecimento para um “estado maior” dele.

Nessa transição discutiu ideias que o levaram à Psicologia Genética, analisando esse avanço progressivo que a criança passa no “início” do conhecimento até atingir categorias mais avançadas deste.

> Dizemos, então, que a Psicologia de Piaget foi elaborada tendo em vista a construção de sua Epistemologia. O termo Genético, que adjetiva tanto sua Psicologia quanto sua Epistemologia, não diz respeito à transmissão de caracteres hereditários, conotação que possui no campo biológico. Genético, aqui, refere-se ao modo de abordagem do objeto de estudo, desde seu estado elementar – sua origem, sua gênese – até seu estágio mais adiantado, acompanhando cada uma das sucessivas etapas desse percurso. Por adotarem esse mesmo enfoque, outros paradigmas também recebem essa adjetivação, sendo a Psicologia de Piaget um deles. (CUNHA, 2008, p.03)

Voltando o olhar para a escola e para o ensino de matemática, é possível localizar as ideias de Piaget junto com a Psicologia Genética quando nos referimos à relação ensino e aprendizagem. A maneira como Piaget desenvolve essa psicologia apoiado no empirismo traz uma reflexão bastante importante para a prática pedagógica.

Em seus estudos Piaget aponta dois tipos de abstração, a *abstração empírica* que tem o foco no objeto e analisa suas propriedades uma a uma e a *abstração construída*, sendo que esta é baseada nas relações mentais que não estão externas ao sujeito.

Ele explica que as duas abstrações andam de forma interdependente no desenvolvimento da criança. Para a criança aprender ela faz uso das duas abstrações, ou seja, ela explora o objeto externo a ela cria relações mentais sobre ele gerando aprendizagem. Ainda de acordo com Piaget, por volta dos 6 anos, esta criança já consegue utilizar as duas abstrações separadas mas faz uso das duas para que aprenda algo.

Durante suas pesquisas e estudos Piaget dedicou grande parte de sua análise sobre alguns processos mentais necessários para gerar aprendizagem, em especial para desenvolver os conhecimentos lógico-matemáticos. Como citado anteriormente, entre esses processos aparece a conservação, inclusão hierárquica, ordenação, entre outros. No caso da conservação fica evidente essa necessidade na caminhada escolar da criança quando esta precisa internalizar e reter o que aprende, a inclusão hierárquica trabalha com classes e ordens e permite que a criança compreenda o processo de construção de determinadas estruturas, tais como a construção do sistema de numeração decimal na matemática.

Esses entre outros processos, de acordo com as ideias de Piaget, não devem ser descobertos pela criança, não são parte do externo para serem encontrados, mas sim precisam ser desenvolvidos na lógica mental das crianças, ou seja, fazem parte da face interna da matemática, ou de sua historicidade, associada esta agora aos processos lógico-matemáticos da criança.

O problema encontrado nas escolas hoje é que muitos professores por desconhecerem a importância de se trabalhar essas bases para a construção dos demais conhecimentos matemáticos, saltam esta etapa e vão direto ensinar conteúdos matemáticos sem dar suporte para a construção destes. Neste caso, muitos alunos repetem o que o professor “passa”, mas não constroem as estruturas necessárias para que a aprendizagem se efetue.

Assim sendo, no decorrer de sua escolaridade a criança enfrentará diversas dificuldades em compreender a matemática que se estabelece criando aversão a esta área do conhecimento e de certa forma bloqueando aprendizagens futuras.

O professor, por sua vez, sente necessidade de transmitir conteúdos e à medida que percebe que esses conteúdos não se desenvolvem ou que os alunos não conseguem aprender muitas vezes avançam com o cumprimento dos conteúdos propostos no currículo sem garantir a aprendizagem, isso gerará lacunas no aluno e ansiedade no professor que em determinado momento desanima frente aos obstáculos desse processo de ensino.

Dessa forma acreditamos que o estudo reflexivo sobre a inserção da historicidade da matemática já nos anos iniciais do Ensino Fundamental é uma oportunidade na formação do professor desses anos de se proporcionar uma aprendizagem significativa, que faça sentido capaz de oportunizar a construção de conhecimentos mediante sua evolução histórica e orgânica.

# CAPÍTULO IV

## *SÉCULOS XIX E XX – ANTECEDENTES HISTÓRICOS E FUNDAMENTOS EPISTEMOLÓGICOS DA "HISTORICIDADE DA MATEMÁTICA"*

Considerando a matemática como algo que está em constante desenvolvimento, afirmamos que esta área do conhecimento não nasceu pronta, mas sim teve e tem um processo evolutivo constante. Desde a época dos homens das cavernas já se percebiam marcações e registros que se relacionavam com a matemática e com a sua necessidade na convivência social.

Durante o passar dos séculos pode-se perceber que diversos aspectos sofreram modificações e interferência por parte dos seres humanos, sendo que a constituição da matemática conhecida atualmente é um conjunto de muitos "fazeres" de diferentes culturas que ainda não está pronto e encerrado, mas em evolução constante.

O século XIX foi um período de grandes revoluções e mudanças de mentalidade, embora já no século XVIII o racionalismo técnico já estava em alta.

Neste século, a matemática passa a ser organizada em disciplinas escolares, ou seja, é um período de grande importância para a transformação desta área do conhecimento, sendo submetida a desenvolver diversos processos de transposição didática.

A matemática, em todo seu desenvolvimento passou por grandes transformações e mudanças, momentos de necessidades e consequentes descobertas, contudo, no século XIX as mudanças foram enfáticas e em grande número, assim, podemos afirmar que os acontecimentos que marcaram este século foram capazes de fazer avançar o processo evolutivo da matemática apontando novos rumos para essa evolução, principalmente rumo à abstração e à generalidade.

Este século foi responsável por grandes rupturas e transformações em todas as áreas do pensamento humano, o que, de certa forma, esteve relacionado com a matemática a qual, no contexto escolar gerou mudanças que refletem até hoje em nossa sociedade.

A matemática teve ao longo dos séculos XVII e XVIII um progresso inigualável em períodos anteriores consolidando o que poderíamos chamar de “matemática tradicional”, intimamente ligada a suas aplicações, e tal que sua parte elementar é a que em essência ainda se ensina nas escolas. No século XIX esse progresso foi, sob certos aspectos, ainda mais significativo rumo ao formal. Pode-se afirmar que a revolução francesa e o período napoleônico criaram condições muito favoráveis a esse desenvolvimento da matemática.

> Foi a revolução francesa que na última década do século XVIII nos deu o sistema métrico decimal, tal como hoje o conhecemos, tendo participado neste projeto alguns dos mais distintos matemáticos franceses desse período – Monge, Lagrange, Laplace, Legendre e Condorcet. As escolas técnicas e militares criadas neste período tornaram-se os principais centros matemáticos de França. Na Escola Politécnica ou na Escola Normal lecionaram, para além de alguns dos já mencionados, personalidades como Carnot, Cauchy, Lacroix, etc. Esse século foi, para a Matemática, um século revolucionário em todas as frentes. Por toda a Europa, os ideais democráticos invadiram a vida acadêmica levando a uma profunda remodelação das instituições. Os matemáticos do século XIX deixaram de se ocupar nas cortes ou nos salões da aristocracia, passando a ser recrutados como professores em universidades e escolas técnicas, para além de investigadores. A grande quantidade de investigação produzida conduziu à disciplinização da Matemática. Abriu-se o fosso entre matemáticos “puros” e “aplicados”, sendo a especialização quebrada apenas ocasionalmente pelos gênios do seu tempo, tais como Gauss, Riemann, Klein ou Poincaré (STRUIK 1989, p. 225 e 226).

Também o século XIX foi o século da afirmação da Análise Matemática como disciplina, o século do surgimento da Estatística Matemática, considerado também o século das Geometrias Não-Euclidianas, da Física Matemática, da Lógica e dos Fundamentos. Nesse período ocorreu um reforço significativo das disciplinas tradicionais da matemática, tais como a Álgebra, a Teoria dos Números ou a Geometria, criaram-se condições e muitas das novas ferramentas matemáticas que conduziram às grandes revoluções na Física como a Teoria da Relatividade e a Mecânica Quântica.

Neste contexto todo, a matemática ganha corpo, a física cresce velozmente abrindo espaço para novas ideias, novas análises e consequentemente novos resultados.

Com relação à aprendizagem matemática nas crianças encontramos já no século XX os estudos de Piaget trazendo grandes oportunidades de reflexões e práticas para o desenvolvimento do raciocínio e pensamento matemático, não apenas lógico.

Piaget despontou no século XX mas é possível identificar, como já vimos, que suas ideias foram desenvolvidas e aprimoradas a partir de criteriosa análise sobre os estudos de Poincaré salientes no século XIX.

No final do século XIX começou a ser dada maior relevância a aspectos qualitativos no ensino de matemática e Piaget, por sua vez, priorizou os aspectos topológicos sobre os aspectos métricos, na geometria, por exemplo.

## *4.1 – Historicidade e Epistemologia: o vetor pergunta-resposta e a contribuição de Bachelard*

O conhecimento escolar é organizado em conteúdos de ensino, os quais têm por objetivo serem transmitidos para novas gerações, e essa transição poderemos considerar como uma forma de “transposição didática” a qual é fundamental para que ocorra a aprendizagem do sujeito. Muitas vezes o conhecimento científico e o conhecimento escolar são diferenciados pela forma de apresentação.

Bachelard (1996) afirma que “toda cultura científica deve começar por uma catarse intelectual e afetiva”, dessa forma aponta alguns obstáculos epistemológicos os quais atuam diretamente no processo de busca do “saber científico”.

Durante o período escolar, muitos professores trabalham sob a perspectiva de ensinar o aluno, ou seja, de trazer-lhe conhecimento, mas, no entanto, muitas vezes não se considera que o estudante já está inserido em um universo de conhecimentos empiricamente construídos, assim, não basta a repetição e a apresentação de novos saberes, é preciso, acima de tudo, compreender os obstáculos que estão estabelecidos nesse processo de ensino e aprendizagem, o que Bachelard denomina de “experiência primeira”, ou seja, o aluno não chega à escola “nulo” ou “vazio”, ele, neste ponto, já está impregnado de conhecimentos na maioria das vezes socialmente construídos.

De acordo com Bachelard é preciso investigar quais conflitos estão atrelados ao ato de conhecer dos indivíduos, admitindo, portanto que “é em termos de obstáculos que o problema do conhecimento científico deve ser colocado” (p.17).

O autor aponta que o “nascimento” de muitos obstáculos se estabelece no próprio “ato de conhecer”, ou seja, indica que o fato de *achar* que se conhece algo é um primeiro passo para constituição de um obstáculo.

> No fundo, o ato de conhecer dá-se contra um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal estabelecidos, superando o que, no próprio espírito, é obstáculo à espiritualização. (BACHELARD 1996, p. 17)

De acordo com Bacherlard, nunca se pode iniciar o processo de conhecimento partindo do zero, pois todo e qualquer indivíduo traz consigo experiências e vivências que lhe são próprias, pois o ser em questão, ao se dispor a cultura científica nunca será um ser “jovem”, neste processo de conhecimento todo ser é velho, e segundo Bachelard ele possui a idade de seus preconceitos.

Desta forma, a ciência se opõe severamente contra a opinião, ou seja, no processo de conhecimento muito se adere às opiniões pessoais, em diversos casos estas estão baseadas no senso comum ou pautadas em determinadas necessidades, mas para Bachelard elas são nocivas ao conhecimento científico. “Não se pode basear nada na opinião: antes de tudo, é preciso destruí-la. Ela é o primeiro obstáculo a ser superado”. (Bachelard 1996, p. 18)

> Para o espírito científico, todo conhecimento é resposta a uma pergunta, se não há pergunta, não pode haver conhecimento. Nada é evidente. Nada é gratuito. Tudo é construído. (BACHELARD 1996, p. 18)

Este autor enfatiza que o “espírito formativo” possui raízes profundas em alguns pensadores, mas que o prevalecimento tem sido tomado pelo espírito conservativo, afirmando que na maioria dos casos o espírito escolhe situações que reafirmam o que ele já sabia, que foge as questões que contradizem o seu conhecimento prévio, ou seja, busca respostas mais do que perguntas e nessa busca o crescimento espiritual se estaciona.

Em sua obra aponta o instinto como um dos fundamentadores da resistência de alguns obstáculos, afirma também que o conhecimento empírico envolve de forma geral o homem assegurando que:

> Quando o conhecimento empírico se racionaliza, nunca se pode garantir que valores sensíveis primitivos não interfiram nos argumentos. De modo visível, pode-se reconhecer que a ideia científica muito usual fica carregada de um concreto psicológico pesado demais, que ela reúne inúmeras analogias, imagens, metáforas e perde aos poucos seu vetor de abstração, sua afiada ponta abstrata. É otimismo tolo pensar que *saber serve,* automaticamente, para saber, que a cultura torna-se tanto mais fácil quanto mais extensa for, que a inteligência enfim, sancionada por êxitos precoces ou por simples concursos universitários, se capitaliza qual riqueza material. (BACHELARD 1996, p.20)

Bachelard ressalta que a escola trabalha da forma errônea, ou seja, pauta-se na busca de respostas enquanto deveria valorizar o nascimento de perguntas**,** este indivíduo que aí se estabelece não encontra capacidade de desenvolver o verdadeiro espírito científico, baseado no que poderíamos chamar *vetor pergunta-resposta*, um vetor epistemológico que pode fundamentar o movimento da historicidade. pois um homem pautado neste verdadeiro espírito deseja saber mais para melhor estabelecer seus questionamentos.

Conforme afirma Bachelard “a noção de obstáculos epistemológicos pode ser estudada no desenvolvimento histórico do pensamento científico e na prática da educação”, mas ainda ressalta que este estudo não é fácil e exige muita cautela. Ele aponta uma grande diferença entre o epistemólogo e o historiador, explica que a racionalidade e a construção devem nortear o epistemólogo e que o historiador aceita as ideias como fatos enquanto o epistemólogo toma os fatos como se fossem ideias submetendo-as a um sistema de pensamento.

Sem pretender entrar neste debate, podemos dizer que a nossa noção de “historicidade” pretende atribuir um caráter epistemológico a seus processos de constituição. A historicidade está mais do lado do epistemólogo que do historiador.

Outro obstáculo já citado anteriormente que Bachelard o denomina a *experiência primeira*, afirma que, quando se coloca em pauta a observação e a experimentação acontece uma ruptura e não uma continuidade. Relata também que em muitos casos as explicações podem gerar mais um obstáculo, o verbal, por isso aponta como necessária a cautela com explicações geradas pela unidade da natureza ou pela utilidade dos fenômenos. O autor se refere e com grande ênfase ao *obstáculo animista*, o qual se pronuncia principalmente nas ciências físicas:

> Com a ideia de substância e com a ideia de vida, ambas entendidas de modo ingênuo, introduzem-se nas ciências físicas inúmeras valorizações do pensamento científico (...), portanto, psicanálises especiais são necessárias para libertar o espírito científico desses falsos valores. (BACHELARD 1996, p.27)

O ato de ensinar requer habilidades essenciais no processo de construção do conhecimento, faz-se necessário atribuir ao que ensina e ao que aprende algumas categorias indispensáveis, como por exemplo, o que Bachelard assinala como o fato de que muitos professores não compreendem que alguém não compreenda. Em numerosos casos o ensino fica restrito a meras repetições, a algumas temáticas já estudadas e sem compreensão por parte de quem ensina e de quem aprende.

A escola tem se preocupado muito com o repasse de informações e com a quantidade de conteúdos ensinados, cobra-se dela o cumprimento de grades curriculares e que a necessidade de dar respostas é mais importante do que a de fazer perguntas, o que, de acordo com Bachelard e outros autores veda o processo de conhecimento ou de aprendizagem.

> Os professores de ciências imaginam que o espírito começa como uma aula, que é sempre possível reconstruir uma cultura falha pela repetição da lição, que se pode fazer entender uma demonstração repetindo-a ponto por ponto. Não levam em conta que o adolescente entra na aula de física com conhecimentos empíricos já construídos: não se trata, portanto, de adquirir uma cultura experimental, mas sim de mudar de cultura experimental, de derrubar os obstáculos já sedimentados pela vida cotidiana. (BACHELARD 1996, p. 23)

Com relação à educação matemática Bachelard acredita que não é possível descartar análises como estas. É necessário levar em conta a contextualização histórica desta área do conhecimento, suas implicações e acima de tudo sua evolução. É preciso conhecer o objeto de estudo para que as perguntas possam ser realizadas mediante fatos reais que a constituíram para que só assim se possa desenvolver um espírito científico baseado nas perguntas e não no acúmulo de respostas.

Assim a historicidade ganha força pois se utiliza das perguntas para trabalhar junto ao DNA de um objeto matemático, aproveitando a curiosidade da criança para expandir o conhecimento compreendendo e não apenas reproduzindo aspectos da sua evolução.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente projeto buscou desenvolver ideias relacionadas à historicidade da matemática. Esta busca foi pautada na necessidade de se pensar a respeito do processo de ensino e aprendizagem da matemática já nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Acreditamos que um ensino de qualidade com relação a matemática deve iniciar já nos primeiros anos de escolaridade das crianças. No entanto o que vemos é que este ensino tem se mostrado frágil, pois deixa lacunas consideráveis impedindo a compreensão do que aprendem.

Muitas técnicas de repetição sem compreensão tem permeado o ensino desta disciplina nas escolas, no entanto, existe hoje em nosso país uma grande preocupação em fechar as “arestas” deixadas no ensino de matemática.

Não temos nesta dissertação a intenção de trabalhar questões de falhas nos currículos de formação de professores, mas intencionamos trazer reflexões sobre o ensino de matemática com relação à compreensão que temos dos conteúdos e conceitos abordados nesta disciplina.

Para tal analisamos a necessidade de atribuir sentido e significado a este ensino, nos apropriando de um conceito de historicidade. Esse nosso conceito de historicidade se baseia em analisar o desenvolvimento e evolução de objetos matemáticos de uma forma profunda. É possível perceber que a história da matemática descreve hoje o desenvolvimento temporal desses objetos, no entanto a história mostra um lado externo desse desenvolvimento, abordando uma passagem organizada de forma cronológica, nosso estudo, porém, intenciona desenvolver e analisar uma face interna do desenvolvimento desses objetos matemáticos. Visa trazer uma interpretação mais intrínseca a respeito da evolução de conteúdos e conceitos matemáticos. Abordamos alguns exemplos buscando mostrar ao leitor que esta análise permite uma interação do objeto estudado hoje com seu desenvolvimento, mostra a necessidade de seu surgimento junto à história da matemática ampliando sua compreensão para uma análise orgânica.

A pouca compreensão a respeito dos conteúdos e conceitos matemáticos se justifica hoje pela forma como foram ensinados, assim, acreditamos que se o ensino dos mesmos ocorrer de uma forma mais integrada, sob a luz da historicidade, pode proporcionar mais compreensão a quem ensina e consequentemente a quem aprende.

A matemática não deve ser considerada um acumulado de teoremas, regras e algoritmos a serem estudados, muito menos como um produto finalizado que é simplesmente repassado nas escolas, mas ela é um “organismo em evolução” onde suas ideias e concepções devem ser construídas nas crianças já nos primeiros anos de escolaridade. Percebemos que o século XIX foi muito marcante para as descobertas e mudanças de mentalidade principalmente no que diz respeito à matemática, dessa forma, abordamos esta passagem de maneira significativa no intuito de entender que as necessidades de algumas épocas específicas fizeram nascer novos olhares e interpretações a respeito da matemática. Quando pensamos nos anos inicias pensamos justamente no início do processo de formalização e sistematização do pensamento matemático, onde muitas dessas mudanças são acomodadas e fazem parte da construção de uma rede de conhecimentos que vão sendo atribuídos ano após ano.

Em nosso país hoje se propõe que a Educação Matemática desenvolva nos estudantes a construção de conteúdos e conceitos matemáticos, dessa forma, entender sua face interna a nível de evolução é um fator que defendemos como indispensável nesta construção.

Piaget em suas pesquisas buscou ampliar a compreensão da apropriação dos conhecimentos lógicos matemáticos para crianças. Baseado nos grupos de deslocamentos de Poincaré desenvolveu algumas teorias sobre o espaço e a apreensão destas, achamos pertinentes e indispensáveis nesta análise. O desenvolvimento da matemática nas crianças hoje não começa da “estaca zero”, a criança não chega vazia a escola, ela vem dotada de conhecimentos construídos socialmente, cabe à escola a sistematização e ampliação desses conhecimentos, de forma integrada. Dessa forma, acreditamos que o estudo da historicidade proporciona essas e outras reflexões na sala de aula. Mas ao pensarmos em Piaget encontramos que ele buscou entender como esta criança pensa e como desenvolve as ideias matemáticas propostas.

Poincaré em seus estudos já buscava entender como os conhecimentos se desenvolviam gerando uma conexão entre estes oportunizando o nascimento de novos conhecimentos. Piaget continuou esta pesquisa esclarecendo um pouco mais como esse processo se dá também nas salas de aula. Mas e agora? E para o futuro? Como adequar essas ideias a outras novas que virão?

Uma das maneiras que apontamos como uma possibilidade dessa compreensão é o estudo da historicidade, justamente porque dessa forma conseguimos olhar a evolução de conhecimentos a partir de seu DNA para seu todo. Observamos o nascimento e a presente evolução de objetos matemáticos que não se findam nos dias atuais. Assim como nosso mundo está em constante evolução e novas necessidades vão surgindo é importante que a matemática acompanhe esses processos atendendo às necessidades presentes em nosso meio, o que pode oportunizar e até mesmo exigir algumas mudanças por parte do comportamento docente em nossas escolas já nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Hoje encontramos algumas características que descrevem a historicidade de alguns objetos matemáticos, mas temos a ciência de que as mudanças pelas quais estamos passando constituirão ou farão parte também da historicidade desses fatos em tempos futuros. Como exemplo de Poincaré e depois Piaget, pensamos em como este processo poderá ganhar continuidade. Poincaré iniciou pelos grupos de deslocamento, Piaget prosseguiu com a teoria dos estágios de desenvolvimento do pensamento matemático na criança, mas essa criança adentra uma era tecnológica e, então, como se dará a continuidade dessa historicidade no desenvolvimento dos objetos matemáticos nestas crianças que são dotadas de características dinâmicas inseridas em um mundo digital?

Essas e outras questões nortearam nossa pesquisa e possibilitam a continuidade da mesma na busca de possivelmente pensar em como isto será inserido nas escolas, nos currículos e até mesmo nas formações dos professores.

Se analisarmos a composição do currículo escolar para a matemática do 1º ao 5º ano do ensino fundamental encontramos diferentes organizações; tomando por base os Parâmetros Curriculares Nacionais encontramos os conteúdos divididos pelos seguintes eixos ou blocos de conteúdos

Números e Operações
Espaço e Forma
Grandezas e Medidas
Tratamento da Informação

Ao analisar esses eixos propostos para o ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, percebemos que muita historicidade pode ser explorada, ou seja, muitos conteúdos apenas repassados hoje são dotados de uma rica história revelando sua face interna e uma historicidade complementar revelando sua face interna, capaz de trazer compreensão tanto para quem ensina quanto para quem aprende matemática.

Se pararmos para analisar a parte que se refere ao estudo das grandezas, muito de seu estudo histórico é ignorado nas escolas, trabalham-se as grandezas como um conteúdo pronto a ser memorizado e nem sempre construído. A face “interna” dessa parte a ser estudada poderia gerar riquíssimos momentos de aprendizado, o que também acontece, por exemplo, com a noção de espaço, na qual a serialidade proposta por Piaget ainda na Educação Infantil faria parte do DNA conceitual da noção de tempo que a criança estudaria posteriormente. Adentrando o estudo de frações, que os professores dos anos iniciais apontam como uma “tarefa difícil” de se desenvolver, percebemos que a relação “parte todo” estudada já no início da escolaridade de forma lúdica, está presente no processo de “particionar” algo, ou seja, seria o DNA ou o responsável pela evolução até a ideia teórica de fração propriamente dita.

Assim, percebemos que a historicidade da matemática, nos estudos dos objetos matemáticos, mais uma vez se configura no ponto de partida para o ensino e aprendizagem significativos da matemática.

## REFERÊNCIAS

AZENHA. Maria da Graça. **Construtivismo: De Piaget a Emilia Ferreiro**. São Paulo: Ática, 1997.Textos e outros recursos disponibilizados na biblioteca do AVA.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996, 2011 9ª reimpressão.

BERLINGOFF, W.P.; GOUVÊA, F.Q. **A Matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas**. Tradução de Elza F. Gomide e Helena de Castro. São Paulo: Edgars Blucher, 2008.

BRASIL – SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** – Brasília MEC/SEF, 1997. 1. Parâmetros Curriculares Nacionais. 2. Matemática: Ensino de primeira à quarta série.

BOYER, Carl B. (1996). História da Matemática (2ª ed.). S. Paulo: Editora Edgard Blücher, ltda.

BURATTO, Ivone Catarina. **Historicidade e Visualidade: Proposta Para Uma Nova Narrativa na Educação Matemática**. Tese (Doutorado em Educação Cientifica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

CENP (1987). SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO.: **Proposta curricular para o ensino de matemática** – 1.º grau. 1.ª

versão preliminar.

— Secretaria de Educação. CENP (1998): Proposta curricular para o ensino de matemática – 2.º grau. 4.ª ed.

— Secretaria de Educação. CENP (1984): Subsídios à proposta curricular de matemática para o 2.º grau, vol. III.

Coletânea de Textos. São Paulo, SE/CENP/UNICAMP.

CENP (1992). SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO.: **Proposta curricular para o ensino de matemática** – 1.º grau. 1.ª Coletânea de Textos. São Paulo, SE/CENP/UNICAMP.

CIFUENTES, José Carlos. **Fundamentos estéticos da Matemática** In: Filosofia da Educação Matemática: Concepções e Movimento. Brasília: Plano Ed., 2003.

CIFUENTES, J. C. **. Do conhecimento matemático à educação matemática: uma Odisséia Espiritual.** In: Filosofia, Matemática e Educação Matemática, Editora UFJF, 2010.

CUNHA, M.V. ***Psicologia da Educação***. Rio de Janeiro: Editora Lampari-na, 2008. **ISBN-13:** 9788598271507. (sic)

ELIAS. **Sobre los seres humanos y sus emociones: un ensayo sociológico procesual** *Universidad Autónoma Metropolitana México.* 1998.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas SP, Unicamp, 2004.

GONZALEZ, F. E. **Paradigmas en la enseñanza de la matematica: fundamentos epistemológicos y psicológicos**. Caracas: FUDUPEL, 1997.

GUICHARD, J. P. apud. MARTINS, Arsélio, **Didatique des Matématiques**, Cedic/ Nathan, 1986

http://adonaisantanna.**blogspot.com.br**/ disponíveis em 04/09/2013.

HALRISON MESTRINER, **Diretrizes para o ensino de matemática no Brasil sob a LDB 5692/71: indícios e suas contribuições políticos – pedagógicas para a crença na ideologia da certeza matemática** – Universidade Federal de Piracicaba. São Paulo: 2008.

KUHN, T. ***A estrutura das revoluções científicas***. São Paulo: Perspectiva, 1975

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002, 198 p.

NACARATO, Adair Mendes. **Eu trabalho primeiro no concreto**. In: Revista de Educação Matemática, Ano 9., nos. 9-10, p. 1-6, 2004-2005. ISSN 1676-8868.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme da Silva; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. **A matemática nos anos iniciais**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

PATY, Michel. **Inteligibilidade racional e historicidade**. São Paulo: Est. Av. vol 19 no. 54, 2005.

PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel. A representação do espaço na criança. Porto Alegre: Artmed, 1993.

PIAGET, Jean; García, Rolando. **Psicogênese e História das Ciências** São Paulo: Vozes, 2011.

SILVA, Circe, M. S. (2001). **A História da Matemática e os cursos de formação de professores**. In: Helena Noronha Cury (org.). *Formação de professores de Matemática: uma visão multifacetada.* Porto Alegre: EDIPUCRS, pp. 129-165.

STRUIK, D. (1989). **História concisa das matemáticas**. Lisboa: Editora Gradiva.

TOLEDO, Marília, TOLEDO, Mauro. **Como dois e dois**, Teoria e Prática São Paulo: FTD, 2009.