

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

MARCIO ALEXANDRE SIQUEIRA

MODELAGEM MATEMÁTICA E LIVRO DIDÁTICO NO ENSINO MÉDIO:  
UM OLHAR PARA O PNLD

CURITIBA  
2014

MARCIO ALEXANDRE SIQUEIRA

MODELAGEM MATEMÁTICA E LIVRO DIDÁTICO NO ENSINO MÉDIO:  
UM OLHAR PARA O PNLD

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

Linha de Pesquisa: Educação Matemática

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Leônia Gabardo Negrelli

CURITIBA

2014

S618m	<p>Siqueira, Marcio Alexandre</p> <p>Modelagem Matemática e Livro Didático no Ensino Médio : um olhar para o PNLD / Marcio Alexandre Siqueira. - Curitiba, 2014. 131f. : il. color. ; 30 cm.</p> <p>Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática.</p> <p>Orientadora: Leônia Gabardo Negrelli Bibliografia: p. 124-131</p> <p>1. Modelos matemáticos. 2. Livros didáticos. 3. Ensino de segundo grau. 4. Programa Nacional do Livro Didático (Brasil). I. Universidade Federal do Paraná. II. Negrelli, Leônia Gabardo. III. Título.</p> <p>CDD 510.712</p>
-------	---



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA

## PARECER

Defesa de Dissertação de **MARCIO ALEXANDRE SIQUEIRA**, intitulada **“MODELAGEM MATEMÁTICA E LIVRO DIDÁTICO NO ENSINO MÉDIO: UM OLHAR PARA O PNLD”** para obtenção do Título de Mestre em Educação em Ciências e em Matemática.

De acordo com o Protocolo aprovado pelo Colegiado do Programa, a Banca Examinadora composta pelos professores abaixo-assinados arguiu, nesta data, o candidato acima citado. Procedida à arguição, a Banca Examinadora é de Parecer que o candidato está **apto ao Título de MESTRE EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA**, tendo merecido as apreciações abaixo:

BANCA	ASSINATURA	APRECIÇÃO
Profª. Drª. Leônia Gabardo Negrelli (orientadora)		Aprovado
Prof. Dr. Adilson Longen		Aprovado
Prof. Dr. Carlos Roberto Vianna		Aprovado

Curitiba, 28 de fevereiro de 2014.

Prof. Dr. Carlos Roberto Vianna  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação  
em Educação em Ciências e em Matemática.



*Por todo o amor, o carinho, a companhia,  
a dedicação, as preocupações, a  
paciência, a solidariedade, e por  
preservar a paz e a beleza, por me  
ensinar que cada um de nós pode fazer o  
mundo um pouco melhor, dedico essa  
dissertação, fruto de minha dedicação e  
pensar à minha mui querida mãe,*

*D. Juracy Contó Siqueira.*

## Agradecimentos

Tomo a liberdade de agradecer o contributo inestimável a todos aqueles que, pelo apoio e estímulo constante, tornaram possível a realização desta dissertação.

A Deus pela saúde, paz, oportunidades e família que nos presenteou.

À Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Leônia Gabardo Negrelli, pelo incentivo, pela disponibilidade, pelas sugestões dadas e pelos desafios que colocou. A ela, o meu apreço e grande estima.

Aos membros da banca de qualificação e defesa, Prof. Dr. Carlos Roberto Vianna e Prof. Dr. Adilson Longen, pelas valiosas contribuições e indicações de melhoria para esse trabalho.

Aos professores-doutores do Programa de Pós-Graduação em Ciências e Matemática da UFPR, Carlos Roberto Vianna, Emerson Rolkouski, José Carlos Cifuentes, Luciane Ferreira Mocrosky e Marco Aurélio Kalinke, pela dedicação, abertura e generosidade.

Aos professores que se dispuseram emprestar seus livros didáticos que estudamos neste trabalho, à direção dos Colégios Estaduais Silveira da Motta e Padre Arnaldo Jansen e respectivos bibliotecários, pela gentileza e consideração.

À Nelem Orlovski pelas sugestões e críticas, inteligência e amizade.

À minha mãe – Juracy, ao meu pai – Jorge (*In memoriam*), pelo reforço positivo e pelo constante cuidado.

Aos amigos Nereu Correa, Osires Horst, pelo apoio e companheirismo;

Ao CAPES pelo necessário suporte educacional;

À secretária do PPGECM, Antonyhella Santini pela sempre presente prestatividade e simpatia.

Aos companheiros do programa Alessandra, Bruna, Diego, Henrique, Lucila, Luciane, Mariana, Nelem, Rosane, Sheila e Suellen que ao longo dos últimos dois anos compartilharam conosco suas aflições, preocupações, reflexões, anseios e esperanças.

“O princípio e a finalidade de toda atividade literária é a reprodução do mundo que me rodeia, pelo mundo que está em mim, todas as coisas que estão sendo agarradas, recriadas, moldadas, e reconstruídas de uma forma pessoal e de maneira original”.  
Goethe<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> “The beginning and end of all literary activity is the reproduction of the world that surrounds me by means of the world that is in me, all things being grasped, related, re-created, molded, and reconstructed in a personal form and an original manner.” Goethe

## RESUMO

O objetivo desta pesquisa foi compreender e situar a modelagem matemática como estratégia de ensino no cenário atual do Ensino Médio, no que diz respeito ao livro didático, um recurso atual e disponível em função do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Após um estudo acerca de norteadores atuais do Ensino Médio como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), as orientações complementares a esses parâmetros, os PCN+, o PNLD e as Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (DCE-PR), exploramos contribuições que o livro didático e a modelagem matemática podem ter no Ensino Médio. Em seguida, realizamos uma pesquisa documental analisando os manuais dos livros didáticos de matemática para o Ensino Médio, indicados pelo PNLD do triênio 2012-2013-2014, buscando menção explícita ou implícita da modelagem matemática. Constatamos que existe um espaço a essa estratégia de ensino nesses documentos, embora o tratamento destaque que a ela é dado pode não ser suficiente para sua existência seja constatada na prática.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Livro Didático; Ensino Médio; PNLD.



## ABSTRACT

The objective of this research is to understand and situate the Mathematical Modeling as a teaching strategy in the current High School scenery, regarding to the textbook, a current and available resource as a function of the Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). After a study of current legal guiding documents to the High School as the Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), the supplementary guidance to these parameters, the PCN+, the PNLD and the Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (DCE-PR), we explore contributions that the didactic book and mathematical modeling can have in High School. Then conducted a documentary research analyzing the manuals of mathematics textbooks for High School, suitable to the PNLD in the triennial 2012-2013-2014, seeking explicit mentions or implicit mentions of Mathematical Modeling. We noticed that there is space to this teaching strategy in these documents, although the highlighted treatment that is given to it, may not be sufficient for its existence in the practice.

Keywords: Mathematical Modeling; Textbook; High School; PNLD.

## LISTA DE SIGLAS

DCE – Diretrizes Curriculares Estaduais

ICME – The International Congress on Mathematical Education

ICTMA – International Study Group for the Teaching of Mathematical Modelling and Applications

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação

MEC – Ministério da Educação

MMM – Movimento da Matemática Moderna

NRC – National Research Council

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PCN<sup>+</sup> – Orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático

SEB/MEC – Secretaria da Educação Básica do Ministério da Educação

TIC – Tecnologias da Informação e Comunicação

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>A MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO .....</b>	<b>24</b>
	2.1 Algumas reflexões históricas .....	25
	2.2 Norteadores atuais .....	42
	2.2.1 Parâmetros curriculares: PCN e PCN+ .....	42
	2.2.2 Livro didático: o PNLD .....	46
	2.2.3 Diretrizes locais: DCE – Paraná .....	51
<b>3</b>	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA E ENSINO .....</b>	<b>56</b>
	3.1 Modelagem matemática como estratégia de ensino .....	56
	3.2 Modelagem matemática no Ensino Médio .....	70
	3.3 Livro didático e modelagem matemática .....	78
<b>4</b>	<b>UMA PESQUISA DOCUMENTAL .....</b>	<b>81</b>
	4.1 Aspectos metodológicos .....	81
	4.2 Apresentação e análise de dados .....	85
	4.2.1 Coleção A: Guia do professor .....	85
	4.2.2 Coleção B: Manual pedagógico do professor .....	89
	4.2.3 Coleção C: Suplemento com orientações para o professor..	97
	4.2.4 Coleção D: Manual do professor .....	99
	4.2.5 Coleção E: Assessoria pedagógica .....	104
	4.2.6 Coleção F: Manual do professor .....	107
	4.2.7 Coleção G: Orientações para o professor .....	111
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>119</b>
<b>6</b>	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>124</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O ensino de matemática tem recebido críticas há algum tempo por ser conduzido de forma extenuante, monótona, pouco orientada às demandas práticas e sociais, além de não sintonizada com a nossa época (FIORENTINI, 1995; D'AMBROSIO, 1999) – um tempo caracterizado por ambientes multimídia, pela fluidez e velocidade da informação, pela necessidade frequente de tomadas de decisão pessoais e gerenciais, de pró-atividade diante de problemas, e pela conectividade do homem com os meios de comunicação (LEVY, 1998).

Nesse cenário, o conhecimento matemático se mostra como um dos pilares da formação de um cidadão e por isso o ensino de matemática é de vital importância para a evolução do aprendizado do indivíduo, encorajando-o à compreensão de relações entre a matemática e o cotidiano, seja pelo incentivo à participação ativa do indivíduo na sociedade, seja pela proposição de atividades escolares que envolvam a exploração de situações desse cotidiano, utilizando para tal feito das ferramentas matemáticas.

Devido a isso, explorar experiências e vivências do cotidiano dos estudantes tem sido um encaminhamento sugerido em vários documentos oficiais, e em pesquisas que tratam de estratégias de ensino e aprendizagem que contribuam para harmonizar o ensino com as demandas da nossa época, minimizando os entraves ao aprendizado mencionados inicialmente. Um desses documentos é o relativo aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN) (BRASIL, 2000) no qual podemos encontrar orientações que não objetivam apenas o aprendizado de conteúdos, mas consideram importantes também as formas de ensinar esses conteúdos, de revelar sua importância para o desenvolvimento de competências e habilidades necessárias a todo cidadão.

Nas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares do Ensino Médio - PCN+ Ensino Médio (BRASIL, 2002) vemos preconizado que a área das ciências da natureza, matemática e suas tecnologias elegeram três grandes metas a serem alcançadas pela escolaridade básica:

Representação e comunicação, que envolvem leitura, interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais dessa área do conhecimento; Investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade de enfrentamento de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências; Contextualização das ciências no âmbito sociocultural, na forma da análise crítica das ideias e recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico. (BRASIL, 2012, p.155).

Nesse cenário surge uma questão inevitável: como promover um ensino que atinja tais anseios? Buscando respostas a ela percebemos que dentre as pesquisas desenvolvidas no âmbito da Educação Matemática estão àquelas relacionadas a estratégias significativas e eficazes de ensino.

Uma dessas estratégias é a modelagem matemática, ferramenta de trabalho do matemático aplicado, que além de método científico de pesquisa tem sido explorada e adaptada por educadores matemáticos em suas práticas profissionais. Na concepção de Bassanezi (2012, p. 10)

a modelagem é o processo de criação de modelos onde estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mais especificamente sobre a *sua realidade*, carregada de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador. [...] Trabalhar com **Modelagem Matemática** [...] não visa simplesmente à ampliação do conhecimento matemático [...], mas sobretudo, o desenvolvimento da forma de pensar e agir [...] – é a produção do saber aliado à abstração e formalização, interligadas a fenômenos e processos empíricos encarados como **situações-problema**.

O emprego de modelagem matemática para a compreensão de situações-problema e sugestão de formas de estudo e ensino para solucioná-las não é recente. Há mais de trinta anos essa estratégia vem sendo utilizada no Brasil como recurso para o ensino de matemática em diversos níveis, conforme a assertiva de Biembengut:

a modelagem matemática na educação brasileira tem como referência singulares pessoas, fundamentais no impulso e na

consolidação da modelagem na Educação Matemática [...] que iniciaram um movimento pela modelagem no final dos anos 1970 e início dos anos 1980, conquistando adeptos por todo o Brasil. Graças a esses precursores, discussões desde *como se faz* um modelo matemático e *como se ensina* matemática ao mesmo tempo permitiram emergir a linha de pesquisa de *modelagem matemática no ensino brasileiro*. (BIEMBENGUT, 2009, p.8).

Uma das justificativas para promover esta estratégia de ensino é atender às orientações presentes em documentos oficiais já citados. Mas além dessa há outras, como os aspectos apontados por Almeida, Silva e Vertuan (2012), em que o uso de modelagem nas aulas de matemática pode favorecer; a saber:

a ativação de aspectos motivacionais e relações com a vida fora da escola ou com as aplicações da matemática; a viabilização ou a solicitação do uso do computador nas aulas de matemática; a realização de trabalhos cooperativos; o desenvolvimento do conhecimento crítico e reflexivo; o uso de diferentes registros de representação; a ocorrência de aprendizagem significativa. (ALMEIDA, SILVA E VERTUAN, 2012, p. 29-30).

Também por meio de pesquisas publicadas no âmbito da Educação Matemática nacional e internacional podemos perceber que a modelagem vem sendo utilizada no ensino com diferentes propósitos, o que se reflete em diferentes perspectivas (sociocrítica, epistemológica, educacional, etc.) sob as quais ela tem sido investigada. Essas perspectivas, conforme Silva e Kato (2012), caracterizam diferentes formas com que a modelagem pode ser abordada no ensino e

embora estas perspectivas não possuam delimitações específicas, podendo, inclusive, uma mesma atividade de Modelagem Matemática contemplar mais de uma delas, elas pressupõem diferentes condutas para professor e alunos diante das tarefas que constituem a atividade. (SILVA e KATO, 2012, p. 47).

Mas não é só no Ensino de Matemática que o uso de elementos do cotidiano tem sido requisitado. Isso também é visto no PCN em relação a outras disciplinas escolares, como a física, a química, a biologia, a língua portuguesa. Em conjunção com esses elementos do cotidiano vêm o potencial para atividades interdisciplinares que cada área do conhecimento, representada por estas disciplinas, pode apresentar.

Diante disso a modelagem matemática como estratégia de ensino se revela muito interessante e consideramos que um estudo sobre ela, mais aprofundado do que aquele que fizemos enquanto licenciando em matemática, se mostra necessário para o profissional da educação que pretende atender as demandas atuais do Ensino Médio. Assim, visando conhecer um pouco mais sobre modelagem a elegemos como um dos componentes de nosso estudo, entendendo que nesse momento ele teria muito a contribuir com nossa formação profissional e acadêmica.

Para propor e utilizar uma estratégia de ensino em qualquer ambiente, convém que façamos o reconhecimento deste ambiente, e ao olharmos para o Ensino Médio atual, percebemos que ele é considerado mais como uma fase de transição que como sendo uma etapa final, de preparação para o mercado de trabalho, por exemplo, como já fora considerado num passado não tão distante. Atualmente ele figura em especial, como um trajeto rumo ao Ensino Superior.

Isso nos trouxe indagações acerca da constituição histórica do Ensino Médio, ou seja, como ele chegou a ser o que é em relação aos seus objetivos e a relação destes com o momento político vivido. Mas não foi nessa direção que aprofundamos nosso estudo, embora alguns aspectos históricos estejam expostos no capítulo 2. Decidimos olhar para a atualidade procurando identificar nela recursos tecnológicos que interferem, ou podem interferir nas práticas de ensino. Dentre esses recursos tecnológicos está o livro didático; presente nas aulas de matemática desde o início do ensino no Brasil, como nos coloca Valente (2008, p. 151): “A dependência de um curso de matemática aos livros didáticos [...] ocorreu desde as primeiras aulas que deram origem à matemática hoje ensinada na escola básica.” Ao relacionar a história da educação matemática ao livro didático no ensino brasileiro esse autor complementa:

Talvez seja possível dizer que a matemática se constitua na disciplina que mais tem a sua trajetória histórica atrelada aos livros didáticos. Das origens de seu ensino como saber técnico-militar, passando por sua ascendência, a saber, de cultura geral escolar, a trajetória histórica de constituição e desenvolvimento da matemática no Brasil pode ser lida nos livros didáticos. (VALENTE, 2008a, p. 151).

No ano anterior ao que iniciamos o curso de mestrado o Ministério de Educação e Cultura (MEC) publicou o Guia de Livros Didáticos para o triênio 2012-2014; documento esse que se tornou uma das principais fontes de pesquisa para a produção desta dissertação, uma vez que devido à existência do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), o livro didático pôde se tornar um recurso acessível, disponível e favorável ao ensino de matemática em todas as escolas públicas do país.

Assim, ligamos nosso interesse em investigar a modelagem matemática a um interesse em investigar como o livro didático pode ser situado num ambiente no qual a modelagem é empregada como estratégia de ensino. No entanto, esses dois recursos didáticos podem parecer conflitantes quando pensamos em empregá-los juntos, por ser a modelagem uma atividade que demanda criatividade, autonomia e liberdade e por ser o livro didático um recurso que muitas vezes é interpretado como limitador e tolhedor da liberdade – uma vez que apresenta exposições de teorias acabadas, exercícios e problemas com respostas determinadas. Por outro lado, ele pode ser um recurso que favorece a autonomia, uma vez que o aluno tem livre acesso a todo seu conteúdo, independentemente do que possa propor, ou impor, o professor nas aulas de matemática.

Encontramos referências ao fato do uso do livro didático ser um elemento importante no ensino de matemática e que pode contribuir como fonte de pesquisa em atividades de modelagem. Mas seria apenas esta a função do livro didático neste momento? Não encontramos na literatura, em pesquisas recentes, como pode ser conduzido um ensino de matemática que se sirva harmoniosamente desses dois recursos, e nos questionamos como seria tal ensino, e anterior a isso, se ele seria viável em nosso atual Ensino Médio.



Iniciamos então um estudo exploratório de livros didáticos buscando elementos de modelagem matemática. Verificamos a existência de alguma atividade ou exercício que remetesse a essa prática. Como nosso olhar estava focado nessa estratégia, por termos iniciado um estudo sobre ela antes de elegermos o livro didático como o outro elemento de interesse para pesquisar, ao olharmos certos exercícios víamos neles grande potencial para instigar o desenvolvimento de uma atividade de modelagem, ou seja, usar o exercício proposto como motivador ou gerador de questões que desembocassem numa atividade de modelagem. Um exemplo de tal exercício é o seguinte, extraído de Barroso (2010, p. 246)

Resolva a questão em seu caderno. (UFSCar-SP) A altura média do tronco de certa espécie de árvore, que se destina à produção de madeira, evolui desde que é plantada, segundo o seguinte *modelo matemático*  $h(t) = 1,5 + \log_3(t+1)$ , com  $h(t)$  em metro e  $t$  em ano. Se uma dessas árvores foi cortada quando seu tronco atingiu 3,5m de altura, o tempo (em ano) transcorrido do momento da plantação até o corte foi de: a) 9 b) 8 c) 5 d) 4 e) 2.

Tendo seguido com essa prática, de explorar exercícios propostos em livros didáticos, alguns avaliados pelo PNLCD, buscando neles vestígios de modelagem matemática, perguntamo-nos se teria sido intencional por parte do(s) autor(es) essa possibilidade. Teriam eles estruturado os exercícios pensando que seriam motivadores para o desenvolvimento de atividades de modelagem?

Pelo fato dessa estratégia estar presente em diretrizes relativamente atuais como os PCN, PCN+ e Diretrizes Curriculares Estaduais (DCE/PR) fomos tentados a pensar que sim, que a proposição de certos exercícios era intencional de modo a incentivar o uso de modelagem matemática como estratégia de ensino.

Porém, refletindo acerca da proximidade da modelagem matemática com outras tendências e estratégias, como a resolução de problemas, as investigações, etc., consideramos que os exercícios poderiam instigar tanto a prática da modelagem como de qualquer uma dessas outras estratégias.

Para eliminarmos essa dúvida, utilizamos como referência uma característica essencial da modelagem que a diferenciaria de outras estratégias semelhantes: a referência a situações reais – exigência que a resolução de problemas não necessariamente tem, uma vez que podemos trabalhar com problemas matemáticos sem referência com a realidade, ou ao cotidiano. O mesmo ocorrendo com as investigações matemáticas. Portanto, baseando-se nessa característica particular e com o intuito de verificar se era intenção do autor instigar o desenvolvimento de atividades de modelagem, decidimos então analisar os manuais do professor dos livros indicados no Guia do Livro Didático do PNLD 2012-2014, para ver se dentre as orientações ali presentes havia menção explícita à modelagem matemática como estratégia de ensino.

Sabe-se que para muitos professores o manual presente no livro didático é a forma mais acessível e prática para que se atualizem quanto às mudanças propostas pelo MEC, pela SEB, e pelas Secretarias de Educação, bem como quanto à apresentação de novas metodologias de ensino e estratégias que favoreçam e propiciem melhores práticas de ensino e reflexão, para si e para seus educandos.

Assim sendo, seguindo um estudo sobre a modelagem matemática como estratégia de ensino de matemática e do livro didático de matemática como recurso atual e presente/disponível no Ensino Médio, realizamos uma pesquisa documental/bibliográfica (GIL, 2008) com o objetivo de verificar se a modelagem está presente nas orientações metodológicas feitas por autores dos livros didáticos de matemática do Ensino Médio indicados no referido guia.

Para viabilizar esta pesquisa caracterizamos a modelagem e dispomos as menções à modelagem matemática encontradas nos referidos manuais em duas categorias: menção *explícita*, quando figura o termo modelagem, modelo, e *implícita* quando figuram termos e/ou expressões como ‘situação do dia a dia’, ‘situação do (mundo) cotidiano’, ‘situações reais’, ‘problemas da realidade’, ‘situação/visão/entendimento do mundo físico’, dentre outras similares, que remetem à essência da modelagem.

Consideramos que o professor pesquisador é premissa necessária para que sejam efetivadas as propostas atuais que preveem sucesso e superação de práticas que se revelaram pouco eficazes no ensino, como aquelas pautadas em aulas expositivas e reprodução de procedimentos expostos pelo

professor e muitas vezes não compreendidos pelos alunos. Para a prática da modelagem o aluno não pode ser passivo; da mesma forma o professor deve participar efetivamente da escolha dos recursos didáticos e encaminhamentos metodológicos a serem usados e se empenhar para que eles sejam empregados com maiores chances de sucesso.

Uma vez que existe o PNLD, o professor dispõe do livro didático; sendo que muitas vezes apenas desse recurso. Então, se a parte desse livro (manual) destinada ao professor, *pelo menos* mencionar a modelagem matemática, ele terá mais uma possibilidade de conhecê-la e estudá-la, para então decidir sobre seu emprego ou não como estratégia de ensino de matemática. Somente a menção é pouco; vemos necessário a apresentação e explanação dessa estratégia pois de tal forma o manual do professor terá cumprido seu papel de continuador da formação docente.

Acreditamos que realizando a exposição da estratégia de ensino “Modelagem Matemática”, no manual do professor e propondo atividades didáticas para serem desenvolvidas pelos educandos, sob a orientação do professor, pode-se obter compreensão e participação ativa dos mesmos.

Por isso, um o objetivo deste estudo foi realizar uma análise qualitativa dos manuais dos livros didáticos de matemática para o Ensino Médio, indicados pelo PNLD do triênio 2012-2013-2014, buscando menção explícita ou implícita da modelagem matemática a fim de compreender e situar a modelagem matemática como estratégia de ensino no cenário atual do Ensino Médio, no que diz respeito a esse recurso didático.

Lembramos, por conseguinte, que o acesso a um livro didático que permita a afluência às informações construídas pela humanidade ao longo de sua evolução é um dos Direitos da Educação, e que tal acesso ainda que originalmente destinado ao público estudantil, em diversos casos é a única chance que as famílias mais humildes têm de manusear um bem material tão precioso como é o caso do livro. Para ilustrar tal dificuldade de acesso ao conhecimento escrito, podemos apontar que a média de preços de cada um dos volumes das coleções indicadas nessa pesquisa oscila em torno de cento e vinte reais, para a compra nas livrarias por um cidadão comum, mas que devido à massiva compra governamental é adquirido por uma fração desse preço (em média menos de dez reais).

Expomos a seguir algo sobre nossa trajetória de estudo e formação como professor de matemática, expondo assim uma justificativa pessoal para a realização desta pesquisa.

Meu interesse em estudar acerca do ensino-aprendizagem de matemática se deu principalmente ao me deparar ainda como licenciando, ao realizar o estágio supervisionado, com certas dificuldades e falta de compreensão de estudantes do Ensino Médio acerca de conceitos básicos matemáticos, referentes a conteúdos matemáticos usualmente ensinados no Ensino Fundamental, como multiplicação, proporcionalidade, relações de ordem (“maior que”, “menor do que”) e pouca ou nenhuma habilidade em realizar estimativas e cálculos mentais simples, que são ferramentas úteis e necessárias para o desenvolvimento de conteúdos do programa do Ensino Médio, bem como da vida cotidiana.

O tema “funções”, foco do projeto de pesquisa apresentado na ocasião de minha inscrição no curso de mestrado, sobressaiu-se como dificuldade aos alunos, por mesclar um conjunto de conhecimentos previamente desenvolvidos no Ensino Fundamental e que muitas vezes ainda não foi assimilado pelo estudante do Ensino Médio e além.

Uma experiência vivida e marcante de quando estive atuando no estágio supervisionado, com turmas dos 1º e 2º anos do Ensino Médio, tratava da análise de gráficos de funções polinomiais do primeiro grau, cujas formas completas são conhecidas também como funções afim. O tema proposto foi sobre a violência urbana na região metropolitana de uma grande cidade, nesse exemplo específico, tratava da cidade do Rio de Janeiro.

O exercício consistia inicialmente em interpretar os dados de um gráfico de linhas, analisando a evolução dos registros de boletins de ocorrência ao longo de seis anos. Na segunda parte do exercício solicitei aos alunos que encontrassem uma função linear que caracterizasse um dos segmentos de reta ou, caso preferissem, que representassem a evolução da criminalidade no período completo da pesquisa; por fim, solicitei que com base nas observações e em posse da função, os estudantes projetassem a situação futura, caso a tendência do período imediatamente anterior se mantivesse.

Os alunos então se dividiram, conforme sua própria afinidade, em três grupos de três alunos e três grupos de quatro alunos, perfazendo um total naquele dia, de uma composição de vinte e um alunos na classe.

Percebi claramente que houve interesse por parte dos alunos<sup>2</sup> em visualizar o gráfico, as informações, os intervalos de crescimento e os de queda nos índices de criminalidade (escolhi o tema por termos em nossa própria região metropolitana uma situação caótica de segurança<sup>3</sup> pública, bastante similar à da capital fluminense), mas o trabalho com o conteúdo função não se desenvolveu como o esperado.

Observar os gráficos não representava, para os alunos, uma tomada de consciência dos dados estatísticos por eles informados, bem como não lhes permitia formar um juízo a respeito da situação verificada, e dessa maneira, analisar e projetar conjecturas eram algo praticamente inviáveis.

Tomei então a iniciativa de interpretar, em um dos casos propostos os dados, no processo de busca da função solicitada, comentando os valores, analisando pontos de alta e de baixa intensidade mostrados, formulando conjecturas sobre possíveis causas no aumento e decréscimo dos índices e, mais à frente, esbocei uma relação de dependência que pudesse representar o comportamento dos dados do gráfico em um dos períodos determinados.

A falta de familiaridade por parte dos alunos com a linguagem e notação matemáticas evidenciou-se pela reação deles, no momento em que restringi o domínio que descrevia um dos intervalos do gráfico. Novamente, à parte, relembrei a simbologia de alguns entes matemáticos como os sinais utilizados para “maior do que”, “maior ou igual a”, “menor do que”, “menor ou igual a”, “igual”, “aproximadamente”; também relembramos como aplicar valores às variáveis de uma função para obter sua imagem, como representar graficamente o par ordenado encontrado, e conceitos basilares da construção de um plano cartesiano, como escolha de escalas apropriadas, representação

---

<sup>2</sup> Ao contrário do que se poderia pensar, a escolha do tema – tão presente no dia a dia da periferia das grandes cidades – não causou desconforto aos alunos, contrariando a expectativa de desencorajamento pessoal pela continuidade da exposição ao problema mesmo quando ante a proteção dos muros da escola.

<sup>3</sup> São José dos Pinhais figurava como segunda cidade mais violenta do Estado do Paraná, precedida pela capital, segundo o Relatório Estatístico Criminal do 1º e 2º Trimestres de 2013 da Coordenadoria de Análise e Planejamento Estratégico da Secretaria de Segurança do Paraná.

delas nos eixos, o conjunto dos números inteiros e sua distribuição na reta real, proporcionalidade, dimensionamento e etc.

Os alunos então passaram a responder à atividade proposta, e permaneci oferecendo apoio contínuo, indo às carteiras orientar grupo a grupo, a realização da tarefa. Os avanços foram mínimos, ainda que a turma tivesse um bom comportamento disciplinar. Em cada grupo um estudante foi nomeado relator ( por indicação do próprio grupo), mas o nível das discussões intragrupo foi superficial, revelando a pouca familiaridade dos alunos com uma forma mais autônoma de trabalho e participação mais ativa. A interação e colaboração entre os estudantes também foi pequena (menor que a que esperava, por certo) mesmo quando eles foram incitados a produzir coletivamente.

Soou o sinal, recolhi as atividades e confirmei que pouco fora anotado também. Indaguei à professora titular se a atividade teria sido muito “dura”, se fazia muito tempo que eles haviam trabalhado com o conteúdo de funções afim e se eram sempre assim pacíficos e passivos. Obtive como resposta que a atividade era compatível com o conteúdo trabalhado com a turma do 1º ano na avaliação anterior (avaliação essa ocorrida cerca de um mês antes), e que sim: as turmas eram realmente passivas e pouco motivadas.

A professora ainda relatou que para conseguir “dar nota” aos estudantes, não podia avisar quando haveria avaliação, pois os mesmos faltavam na data, unicamente para fugir da prova; que a maioria deles era multi-repetente, por abandono e excesso de faltas; e ainda, que para haver algum registro de participação, realizava com frequência atividades para entregar na mesma aula, de onde conseguia atribuir alguma valoração.

Indaguei a pedagoga da escola, noutra momento, sobre o problema do absenteísmo e do excesso de matrículas na turma (o livro de chamada constava de 84 nomes!), ao que ela afirmou ser praxe o ato de matricular o máximo de estudantes possível.

Claro está que não espero ter na práxis<sup>4</sup> da Modelagem Matemática uma forma de combater essa miríade de problemas, mas espero que ela seja capaz de produzir no estudante um sentimento de pertinência e de utilidade,

---

<sup>4</sup> Entendida aqui como uma atividade humana, material e social concreta de transformação da realidade objetiva da natureza, da sociedade e do próprio homem.

teórica e prática, para o avanço de seus estudos em matemática e nos demais campos de sua vida.

## 2 A MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Nesse capítulo exporemos um “Panorama Histórico” no qual trataremos dos avanços históricos, científicos e sociais que possibilitaram o desenvolvimento tanto da massificação do ensino e extensão tecnológica, quanto aos avanços científicos e cognitivos das funções de ensino e aprendizagem no período pós-Revolução Industrial.

O propósito desta exposição é trazer elementos que contribuam para o entendimento da formação e formalização do ensino médio como extensão de um projeto econômico em curso, desde esse período até a atualidade.

Temos claro que tratar em profundidade a história da educação na civilização ocidental nos últimos três séculos é uma tarefa incompatível com os objetivos dessa dissertação, portanto, optamos por realizar o recorte que apresentamos, na tentativa de favorecer a compreensão dos antecedentes históricos que subsidiam as concepções educacionais configuradas na prática escolar. Para Libâneo (1985) “a escola cumpre funções que lhe são criadas pela sociedade que, por sua vez, apresenta-se constituída por classes sociais com interesses antagônicos”, e a partir de condicionamentos sociopolíticos e ideológicos, é que o professor concebe e prepara sua aula, de forma que esse ideário conforma e sustenta a instituição escolar, podendo ter vieses muito distintos; tais concepções apontadas por Fiorentini mostram que

“[...] o professor que concebe a Matemática como uma ciência exata, logicamente organizada e a-histórica ou pronta e acabada, certamente terá uma prática pedagógica diferente daquele que a concebe como uma ciência viva, dinâmica e historicamente sendo construída pelos homens, atendendo a determinados interesses e necessidades sociais. Da mesma forma, o professor que acredita que o aluno aprende Matemática através da memorização de fatos, regras ou princípios transmitidos pelo professor ou pela repetição exaustiva de exercícios, também terá uma prática diferenciada daquele que entende que o aluno aprende construindo os conceitos a partir de ações reflexivas sobre materiais e atividades, ou a partir de situações-problema e problematizações do saber matemático.” (FIORENTINI, 1995, p.4-5).



Entende-se que cada concepção de ensino reflete a cosmovisão que o professor adquiriu em sua formação cultural, educacional e humana, bem como da sociedade em que está inserido, mas com vistas a avançar a organização social para que seja mais paritária, inclusiva e oportunizadora, acreditamos que a educação deva ser um processo de refinamento das reflexões sobre nossas ações, das inter-relações com nossos semelhantes, do entendimento das situações do mundo e da nossa história pessoal.

Dessa forma, tomamos o limiar da Era Contemporânea como ponto de partida para a busca dos antecedentes históricos que mobilizem nosso entendimento das atuais necessidades de valorização e aplicação de estratégias de ensino diferenciadas e apropriadas (Fiorentini, 1995; Silveira, 2007), que contam com o respaldo dos PCN, como a Modelagem Matemática, por exemplo.

Procuraremos trazer a princípio uma visão mais geral da compreensão que se tinha a respeito das ideias que desenvolveram as ciências e a matemática, em relação com o universo do trabalho, modificado substancialmente pela industrialização, partindo de um contexto eurocêntrico – visto que ainda vigorava no Brasil o período colonial – e continuaremos de forma a afunilar essa compreensão para a formação do ensino médio brasileiro atual.

## **2.1 ALGUMAS REFLEXÕES HISTÓRICAS**

No período anterior à Revolução Industrial o ensino das ciências da natureza, das línguas e das artes, era destinado apenas à aristocracia ou para a burguesia que se consolidava desde o Renascimento (PERIN, 2005), exercido por tutores a um grupo reduzido de estudantes (quase sempre os filhos de uma só família), e o conjunto de conhecimentos reconhecidos pela sociedade como necessários de serem aprendidos era por sorte, bastante reduzido. Nas universidades, os grandes valores do saber buscados pelos alunos, tratavam das práticas de comércio, do estudo de língua latina e

literatura e da recuperação dos clássicos<sup>5</sup> da antiguidade grega (*Ibid.*, *ibidem*, p.16-17).

Houve ainda durante esse período, um grande destaque para as ciências exatas, como a Matemática, por serem consideradas áreas nobres do conhecimento, o que poderia ser atribuído à sua natureza abstrata, e esse nível de abstração ser alcançado somente por mentes privilegiadas, reforçando assim o status da elite político-econômica.

A crença segundo a que a matemática é alheia às paixões e por esse motivo uma boa prática através da qual se poderia resolver qualquer tipo de conflito da esfera humana, já era defendida pelo criador do cálculo diferencial<sup>6</sup> o matemático Leibniz (BOLETIM Informativo de Matemática – Núcleo de Coimbra)<sup>7</sup>, a quem é atribuída a afirmação que uma vez que se pudessem ser traduzidas para uma linguagem matemática quaisquer rursas ou pendências, então, por meio de cálculos claros e objetivos, se obteria a solução mais correta e justa. Essa visão perdura até hoje no que se convencionou chamar de “Ideologia da Certeza” (BORBA & SKOVSMOSE, 2006), uma forma de justificar medidas decisórias através de argumentos matemáticos.

Barbosa (2001) critica tal fato afirmando que

A Matemática passou a ser fortemente identificada como “instrumento”: o mundo poderia ser descrito em relações matemáticas. Essa posição propiciou grande importância à área, fazendo-a perseguir sua formalização, ou seja, a definição de seus objetos em termos rigorosos, no século XIX e XX. (BARBOSA, 2001a, p.12).

Desenvolver a linguagem matemática, formalizar e definir o escopo dos objetos matemáticos de forma rígida e fundamentada foi, portanto, segundo esse autor, o grande objetivo dos pesquisadores da matemática teórica nos últimos dois séculos.

---

<sup>5</sup> Digno de nota é o fato histórico de Fermat ter declarado se inspirar na leitura de obras de Diofanto para a proposição de suas conjecturas.

<sup>6</sup> Embora seja reconhecido que a ideia por traz do cálculo diferencial já fosse conhecida pela comunidade matemática a mais de um século (meados do séc. XVI), foram as contribuições de Isaac Newton e em especial de Leibniz que deram o delineamento e formatação mais aceitos para esse novo campo de estudo da matemática. [N.A.].

<sup>7</sup> <http://www.apm.pt/nucleos/coimbra/bimat/bimat7/bimat72.htm>, consultado em 08 de fevereiro de 2014.

No entanto, nota-se que o principal objetivo nesse tipo de defesa do uso da matemática pela “Ideologia da Certeza” politicamente, é a de justificar que quem detém o conhecimento matemático é, por analogia, detentor de correção e justiça. Essa visão de mundo, até certo ponto positivista<sup>8</sup> tem ainda hoje seus admiradores.

Entendemos como “Positivista” a linha teórica da sociologia que atribui fatores humanos nas explicações dos diversos assuntos, em contraponto com o primado da razão, da teologia e da metafísica. O ideal do positivismo preconizado por seu criador, Auguste Comte, pode ser resumido em sete palavras: real, útil, certo, preciso, relativo, orgânico e simpático. Comte elaborou um sistema de valores adaptado a realidade que o mundo vivia à época da Revolução Industrial, buscando com isso a valorização do ser humano. Segundo Edward Leach<sup>9</sup>, os positivistas deixaram de lado a procura do entendimento filosófico de fenômenos como a criação do homem, para se dedicar à reflexão à respeito do mundo tangível e seus inter-relacionamentos práticos e presentes na vida do ser humano, caso representado pela existência das leis, das práticas envolvidas nas relações sociais e de aspectos que envolvem a moral e a ética, trata-se de ultrapassar o debate da metafísica para os fatos cientificamente observáveis (LEACH, 1966, p.39).

A Idade Clássica, expressão cunhada por Foucault (1961) para designar o período compreendido pelos séculos de XVI a XVIII, ficou marcada pela busca iluminista de por ordem e revelar a natureza de tudo, tendo encontrado na matemática uma ferramenta confiável para compor regras ao funcionamento do mundo e da natureza, de forma que tudo fosse controlado e contido. Esse sistema das positivities buscou fazer da matemática a principal arma do pensamento mecanicista e do rigor matemático seu máximo valor estético.

---

<sup>8</sup> Fonte: <http://www.brasilecola.com/sociologia/positivismo.htm>.

<sup>9</sup> Leach afirma que o positivismo apareceu como reação ao idealismo e, ao primado da razão, opunha o primado da experiência sensível e dos dados positivos. Propõe uma ciência sem teologia ou metafísica, baseada só no mundo físico/material. Uma forma mais recente de positivismo foi proposta pelo Círculo de Viena. O antropólogo estrutural Edmund Leach descreveu o positivismo em 1966, na aula de Henry Myers, como visão de que a investigação científica séria não teria de buscar as causas últimas que surjam de fonte externa, e sim estudar as relações entre fatos acessíveis diretamente pela observação. (ANDRADE, 2008).

A principal ruptura do ideal de raciocínio da Idade Clássica com o pensamento clássico reside, segundo a visão de Foucault, na diferenciação da forma de se compreender os processos de entendimento,

A ordem, sobre cujo fundamento pensamos, não tem o mesmo modo de ser que a dos clássicos. Por muito forte que seja a impressão que temos de um movimento quase ininterrupto da *ratio* europeia desde o Renascimento até nossos dias, por mais que pensemos que a classificação de Lineu, mais ou menos adaptada, pode de modo geral continuar a ter uma espécie de validade, que a teoria do valor de Condillac se encontra em parte no marginalismo do século XIX, que Keynes realmente sentiu a afinidade de suas próprias análises com as de Cantillon, que o propósito da Gramática geral (tal como o encontramos nos autores de Port-Royal ou em Bauzée) não está tão afastado de nossa atual linguística — toda esta quase-continuidade ao nível das ideias e dos temas não passa, certamente, de um efeito de superfície; no nível arqueológico, vê-se que o sistema das positivities mudou de maneira maciça na curva dos séculos XVIII e XIX. Não que a razão tenha feito progressos; mas o modo de ser das coisas e da ordem que, distribuindo-as, oferece-as ao saber, é que foi profundamente alterado.(FOUCAULT, 1999, p. XVIII).

Não sem motivo, é que se nota nesse período a emergência de um novo ímpeto pela sistematização do conhecimento. Em todas as ciências o pensamento estará, a partir de então, ligado ao que representa e ao que significa, tornando finalmente claros os motivos e propósitos que conduziram a sua construção, não mais desvelando um saber pré-existente e auto-existente que se escondia nas profundezas da ignorância das coisas do mundo, mas doravante ligado à sua análise criteriosa e embasado pelo domínio da razão,

a partir do século XVII, perguntar-se-á como um signo pode estar ligado àquilo que ele significa. Questão à qual a idade clássica responderá pela análise da representação; e à qual o pensamento moderno responderá pela análise do sentido e da significação. (FOUCAULT, 1999, p. 57)

Essa significativa mudança filosófica da compreensão dos papéis representados pela disposição do conhecimento nas ciências, traz consigo uma

necessária reinterpretação do conjunto dos saberes acumulados pela humanidade e sua significação. Trata-se portanto de uma

imensa reorganização da cultura de que a idade clássica foi a primeira etapa, a mais importante talvez, posto ser ela a responsável pela nova disposição na qual estamos ainda presos — posto ser ela que nos separa de uma cultura onde a significação dos signos não existia, por ser absorvida na soberania do Semelhante (FOUCAULT, 1999, p.58),

substituindo dessa forma no pensamento clássico a ideia de comparação, diferenciação e semelhança como formas de interpretar o conhecimento. Essa emergência oriunda das transformações iniciadas no período histórico anterior que conduziram ao Renascimento, altera a forma com que a própria cultura se elabora e evolui, buscando uma inspiração clássica, mas desnudando-a,

a *epistémê* da cultura ocidental manteve então com uma ciência universal da ordem. Essa relação com a *Ordem* é tão essencial para a idade clássica quanto foi para o Renascimento a relação com a *Interpretação*. E assim como a interpretação do século XVI, superpondo uma semiologia a uma hermenêutica, era essencialmente um conhecimento da similitude, assim a colocação em ordem por meio dos signos constitui todos os saberes empíricos como saberes da identidade e da diferença. (FOUCAULT, 1999, p.78).

Mais à frente na mesma obra<sup>10</sup>, Foucault complementa essa visão advogando que:

No século XVII e por longo tempo — talvez até hoje — é o regime inteiro dos signos, as condições sob as quais exercem eles sua estranha função; é aquilo que, dentre tantas outras coisas que sabemos ou que vemos, os erige de súbito como signos; é seu próprio ser. No limiar da idade clássica, o signo deixa de ser uma figura do mundo. (FOUCAULT, 1999, p.79).

---

<sup>10</sup> FOUCAULT, M. As palavras e as coisas. Editora Contexto, 1999, 89. ed.

Essa mudança da forma de compreensão das significações e dos próprios signos representa uma profunda reestruturação semiótica dos valores atribuídos às palavras, que denotam também uma brusca quebra de paradigma que marca de forma inequívoca o surgimento e a proeminência da Idade Contemporânea, historicamente marcada pela Revolução Francesa<sup>11</sup>, mas que em muito se apoia na Revolução Industrial, pois esta ao mudar o perfil da sociedade, favoreceu o crescimento de grandes centros urbanos, e estes últimos agora voltados para as necessidades de uma população com um novo perfil.

Eventos como a intensa migração campesina para os grandes centros urbanos deram destaque a essa transformação de uma população de característica agropastoril para uma identificada com a urbe, com a máquina e com a técnica (THOMPSON, 1998, p. 267-304). A técnica, a máquina, aliás, tornaram-se padrão para as relações de trabalho figurando o relógio portátil como objeto de desejo e diferenciação, símbolo de status e deferência, e controlador da rotina das jornadas diárias de trabalho, ao que Thompson agrega “e por cinquenta anos de servidão disciplinada ao trabalho, o empregador esclarecido dava ao seu empregado um relógio de ouro gravado”. (*Ibid.*, *Ibidem*, p.276).

Com isso, novos hábitos de trabalho se estabeleceram e se infundiu uma nova disciplina de tempo, caracterizados pela divisão de trabalho, supervisão do trabalho, punições ao trabalhador (multas), meios de indicar o horário da jornada de trabalho (sinos e relógios), incentivos em dinheiro, além de pressões psico-sociológicas através de pregações e ensino, supressão das feiras e festas, e dos esportes.

Esse ímpeto pela mecanização, pela mudança das formas de produção, de sua diversificação, de sua complexidade, pelo industrialismo, ou melhor dizendo, pelo capitalismo industrial, tornou necessário também preparar a mão-de-obra para que realizasse as novas tarefas, tivesse conhecimento técnico

---

<sup>11</sup> Evento político-social que findou a tradição monárquica francesa com a decapitação de Luis XVI e de toda a família real; é também comumente aceito como o fato histórico que encerra o período da Idade Moderna.

para operar e consertar os equipamentos que utilizava e com isso maximizar seu uso, garantindo maior produtividade e massificação da produção.

A criação de escolas técnicas e profissionalizantes foi incentivada nesse período, como tentativa de dar resposta à necessidade crescente de trabalhadores qualificados. Um dos pioneiros a imaginar tal sistema foi Thomas Wedgwood (quem primeiro introduziu o relógio de ponto em suas fábricas) que ambicionava criar um rigoroso sistema educacional, racional e teórico, o que fica patente em sua fala

“Meu objetivo é elevado — tenho procurado realizar um golpe de mestre que deve antecipar em um ou dois séculos o progresso veloz do desenvolvimento humano. [...]. Ora, é minha opinião que, na educação das maiores dessas personalidades, não mais que uma em dez horas tem sido posta a serviço da formação daquelas qualidades de que depende essa influência.” (THOMPSON, 1998, p.295).

O olhar puritano da elite inglesa em relação ao trabalho e ao tempo livre (ócio improdutivo) das camadas mais baixas da população fica ainda mais evidente na compreensão de que havia outra instituição não industrial que podia ser usada para inculcar o "uso-econômico-do-tempo": a escola. Os capitalistas puritanos reclamavam que as ruas inglesas viviam cheias de "crianças vadias esfarrapadas, que estão não só desperdiçando o seu tempo, mas também aprendendo hábitos de jogo", etc., ao que a existência das escolas de caridade se contrapunham por ensinarem o trabalho, a frugalidade, a ordem e a regularidade: "os estudantes ali são obrigados a levantar cedo e a observar as horas com grande pontualidade" (*Ibid., ibidem*, p.296), portanto a escola deveria ser considerada obrigatória a toda criança.

O século XIX assistiu a uma rápida expansão da economia europeia, e em especial da inglesa, que para tanto deveu fazer a força de trabalho ser treinada, homogeneizada e condicionada à velocidade e às longas e penosas jornadas de trabalho. À escola, portanto, cabia o papel de exortação à pontualidade e regularidade, disciplinando o aluno com regras de características militares.

Disciplinar a força de trabalho gerou um imenso crescimento da economia, e essa, levou à hegemonia da economia britânica, proporcionada

por uma escala de produção em massa, que tampouco foi desacompanhada das demais nações europeias.

Em Portugal, o objetivo era outro. Visando proteger sua rica colônia ultramarina, decidiu-se criar uma formação militar que capacitasse seus oficiais sobre construção de fortes, cálculos de munições e manuseio de artilharia, a fim de proteger a costa litorânea do Brasil. Iniciado em 1699, mas levado a cabo somente em 1738, com a obrigatoriedade de aprovação dos oficiais na *Aula de Artilharia e Fortificações* (VALENTE, 2008b, p.14-15), esse modelo de ensino perdurou no nosso país por mais de um século, até meados da Independência.

A partir de então, independentes, não havia mais sentido em ir a Portugal para estudar, decidindo-se criar aqui uma universidade. E assim, após longos embates políticos no Congresso Nacional, surge em 1827 os Cursos Jurídicos, cuja forma de admissão se dava pela aplicação de provas de língua francesa, gramática latina, retórica, filosofia racional e moral e geometria.

Valente destaca que a elite brasileira viu aprovadas e que uma vez

definidas as condições de ingresso aos cursos jurídicos, por toda parte, aulas avulsas de francês, latim, retórica, filosofia e geometria passam a constituir o embrião de cursos preparatórios. A tais cursos caberia a preparação dos candidatos ao ensino superior; a preparação dos futuros bacharéis, médicos, engenheiros. [...] A criação do Colégio Pedro II revela o esforço de introduzir no país a referência de formação do homem culto, saído de um curso de formação geral, bacharel. A partir de então, várias são as tentativas de exigência do bacharelado como condição de acesso aos cursos superiores. Isto é, diversos projetos acenavam com a obrigatoriedade do diplomado secundário seriado para ingresso nas faculdades. (VALENTE, 2008b, p.15).

Nesse sistema, que perdurou por toda a era monárquica brasileira e as primeiras décadas da república, as provas podiam ser realizadas separadamente e os assuntos que nelas seriam abordados variavam de uma universidade a outra, que definiam quais os “pontos” que seriam explorados. Dessa forma atendiam a formação de “doutores” e encurtavam o caminho da



escolarização, pois bastava-se conhecer esse conteúdo, decorá-lo e passar na prova. O ponto definiu o currículo (*Ibid., ibidem*, p.16).

Como a estrutura econômica brasileira era voltada à agricultura exportadora, não houve avanços na escolarização básica da população.

Somente nos idos dos anos 30 do século XX que o ensino seriado se firmou sobre os cursos preparatórios, com novas escolas e liceus públicos, com a reforma da educação, e com a unificação da geometria, aritmética e álgebra na matemática, pela Reforma Francisco Campos (1º Governo Vargas). Nessa fase, a escola passa a atender também à classe média, além da elite, um reflexo da industrialização que já despontava na economia e necessitava de mão-de-obra qualificada para funções administrativas medianas. O Ensino Médio de então era chamado de Ensino Ginásial e possuía um caráter pragmático voltado para a resolução de problemas.

Com o pós-guerra e a chegada de um novo período de paz, ocorreram novos e intensos embates pela formação de um novo equilíbrio; o sistema de produção e divisão do trabalho se consolida como plural, multifacetado, tecnologicamente dependente, supérfluo e efêmero (para muitos uma das visões de modernidade da cultura)<sup>12</sup>, e suprir esse mercado de profissionais capacitados torna-se objetivo educacional de todos os governos nacionais: tanto pela busca do pleno emprego e melhoria das condições sociais, quanto pela manutenção do status dos diferentes extratos da sociedade.

Aliado a isso, a bipolaridade representada pelos modelos econômicos capitalista e socialista, buscou dar contornos à educação que promovesse a aplicação genérica dos conceitos a quaisquer campos de aplicação, sendo que no caso particular da matemática, o Movimento da Matemática Moderna (MMM) alcança seu auge, chegando ao Brasil em 1960, com a missão de re-ensinar a matemática aos professores e prepará-los para essa nova forma de ensinar. É dessa época também o Manual do Professor.

Pontua-se que os objetivos da MMM eram de retomada do formalismo, aprimoramento do uso da linguagem matemática e rigor matemático como estado da arte, uma vez que deveriam

---

<sup>12</sup>Zygmunt Bauman explicita essa visão em sua obra “Ensaio sobre o conceito de cultura”, Editora Zahar, [s.d.].

Unificar os três campos fundamentais da matemática. Não uma integração mecânica, mas a introdução de elementos unificadores como Teoria dos Conjuntos, Estruturas Algébricas e Relações e Funções. Dar mais ênfase aos aspectos estruturais e lógicos da matemática em lugar do caráter pragmático, mecanizado, não-justificativo e regrado, presente, naquele momento, na matemática escolar. O ensino de 1º e 2º graus deveria refletir o espírito da matemática contemporânea que, graças ao processo de algebrização, tomou-se mais poderosa, precisa e fundamentada logicamente (FIORENTINI, 1995).

A premissa de um ensino globalizante, não-específico, voltado ao desenvolvimento da ciência em seu estado mais puro, culminou com a descontextualização dos problemas – afinal seria impossível determinar o que o estudante precisaria saber com exatidão para desempenhar suas tarefas profissionais dali a quinze anos. A formação mais importante passa a ser “a apreensão da estrutura subjacente a qual, acreditava-se, capacitaria o aluno a aplicar essas formas estruturais de pensamento inteligente aos mais variados domínios, dentro e fora da Matemática” (FIORENTINI, 1995, p.19). Havia assim uma distinção entre o ensino propedêutico e o técnico.

O funcionalismo filosófico e o behaviorismo psicológico criaram as bases de um novo sistema de ensino, o tecnicismo, uma forte influência estadunidense na educação, desde logo apoiado pelo regime militar pós-64 em que a cosmovisão era de integrar o indivíduo à sociedade objetivando a estabilidade da mesma e a manutenção do sistema; o homem devia ser útil e capaz, restringindo-se a educação ao desenvolvimento de habilidades técnicas, programadas passo a passo.

Tanto o tecnicismo quanto a Matemática Moderna auxiliaram no processo de alienação (DUARTE, 1999, p. 82) da aplicabilidade da matemática ao cotidiano, restringindo-a ao seu uso instrumentalista e conseqüente desinteresse por todos aqueles que não estavam voltados ao seu estudo teórico. Ainda restam atualmente resquícios dessa corrente de pensamento que consideram como sucesso a aprendizagem por repetição e memorização (concursos vestibulares, por exemplo).

Ainda na década de 90, por nossa própria experiência, os cursos técnicos de nível médio (o antigo Segundo Grau) ainda se valiam dessa estratégia de ensino para a formação de mão de obra qualificada, em escolas técnicas como as componentes do Sistema S (Senai, Senac,...) e nas escolas técnicas públicas como as do Centro Paula Souza (SP) e CEFETs (Centro Federal de Educação Tecnológica). A formação no 2º grau nessas escolas tinha como principal objetivo suprir o mercado de trabalho com indivíduos disciplinados e preparados para uma rotina laboral, em funções que mesclassem o controle das atividades dos demais trabalhadores e a própria produtividade.

Voltando um pouco no tempo, aos finais da década de 60 surge no Brasil uma nova forma de conceber o ensino, baseada na experimentação do processo de entendimento da matemática e sua manipulação, pela construção do aprendizado. Tal ensino, o construtivismo, valoriza o *aprender a aprender*, e desta forma o erro é tolerado e serve como comparativo e degrau para o acerto. Para Bachelard o erro não é um “não-saber”, mas um saber retificado e superado, como apontado por Vitório (2006, p.22).

À mesma época, ficou claro para alguns pesquisadores que o sucesso na matemática escolar e o sucesso na matemática do cotidiano estavam muito distantes, pela forma com que na escola se construíam os conhecimentos. E em especial com a massificação do ensino e inclusão das camadas populares no sistema escolar. A cultura escolar não correspondia com a cultura das classes menos favorecidas, alijando-a e classificando-a como inferior. No entanto, sabia-se que e alunos provenientes de classes economicamente menos favorecidas não eram carentes de conhecimentos e, principalmente, de estruturas cognitivas. Daí surgiu a tendência socioetnocultural, que ainda luta para constituir seu espaço através da efetiva aplicação dos planos pedagógicos em cada unidade escolar.

Essa tendência, aliada à tendência histórico-crítica e à sociointerativista semântica são as vertentes mais modernas do ensino da matemática que buscam dar significado pela sua construção, na atividade do educando, e no entendimento de que os conhecimentos são legitimados e valorizados pelos grupos sociais historicamente situados. Essas novas abordagens começam a manifestar seus resultados pelas recentes reformulações de cursos superiores

(como as licenciaturas) que por meio da formação de professores, poderão tornar o ensino médio uma etapa de apropriação de conhecimentos com sentido e significado.

O Estado, já desde a Idade Clássica, passou a ter a função de garantir que o povo tenha qualificação para o trabalho, operando conforme os interesses da sociedade capitalista no fornecimento de mão de obra especializada e domesticada, conforme consta em Thompson (1998). Para tanto foi necessário definir quais seriam os conteúdos a serem desenvolvidos e ensinados aos estudantes, garantindo que houvesse o máximo aproveitamento de todos os que recebessem uma educação formal e dessa forma, contribuíssem para a geração de riquezas. Foram esses conteúdos que deram base aos currículos escolares das escolas de Ensino Básico e de Ensino Tecnológico.

A concepção normalmente aceita sobre qual é o desejo implícito no currículo do ensino escolar tradicional é a concepção de se transferir todo o conteúdo de conhecimentos que os estudantes possam apreender com o objetivo de municiá-los<sup>13</sup> de ferramentas que lhes permitam escolher sua futura profissão: uma que seja a mais adequada às suas habilidades. Essa mesma concepção deseja oferecer a formação educativa na qual possam se desenvolver, profissionalizar e alcançar o sucesso pessoal, financeiro e social. A “escolha”, diga-se de passagem, é condicionada à oferta de vagas tanto formativas quanto de trabalho, à remuneração oferecida ao trabalho e a sua absorção pelo mercado, além é claro, dos valores de reconhecimento público e status social conferido pela profissão.

Sob essa perspectiva de máxima abrangência do currículo escolar, o importante é a quantidade de conteúdos apresentados e desenvolvidos nas aulas, para todas as disciplinas, e em nosso caso de estudo particular, da Matemática.

Dessa forma a compreensão do currículo corresponde ao que Paulo Freire imortalizou numa concepção de formação classificando-a como “Educação Bancária”: uma ideia de educação onde os conteúdos são apreendidos e assimilados com 100% de aproveitamento e do qual se pode

---

<sup>13</sup> Prover munção.

“fazer retiradas” a qualquer momento sem que haja qualquer tipo de perda de conteúdo e entendimento (FREIRE, 1983, p.66). Tal aproveitamento do ensino é utópico e desvinculado da realidade; busca dar um contorno robotizado ao aluno, um perfil estático ao ensino e limitar a ação do professor no objetivo de permitir o surgimento de reflexões e desencadeamento de questionamentos junto aos seus educandos.

O grande dilema da formação educacional reside na forma de abordar a pluralidade de conhecimentos, campos científico-tecnológicos, ciências humanas e ciências sociais, distintos e altamente complexos, contemplando os marcos legais para oferta do ensino médio, consubstanciados na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei nº. 9394/1996), que conforme preconizado em suas “Orientações Curriculares para o Ensino Médio, Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias”, em sua apresentação afirma que:

Dois aspectos merecem destaque: O primeiro diz respeito às finalidades atribuídas ao ensino médio: o aprimoramento do educando como ser humano, sua formação ética, o desenvolvimento de sua autonomia intelectual e de seu pensamento crítico, a sua preparação para o mundo do trabalho e o desenvolvimento de competências para continuar seu aprendizado (Art. 35). O segundo propõe a organização curricular com os seguintes componentes: base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada que atenda a especificidades regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e do próprio aluno (Art. 26); planejamento e desenvolvimento orgânico do currículo, superando a organização por disciplinas estanques; integração e articulação dos conhecimentos em processo permanente de interdisciplinaridade e contextualização; proposta pedagógica elaborada e executada pelos estabelecimentos de ensino, respeitadas as normas comuns e as de seu sistema de ensino; participação dos docentes na elaboração da proposta pedagógica do estabelecimento de ensino. (BRASIL. SEB/MEC, 2006, p.12).

Vê-se acertadamente que as orientações curriculares amparadas pela legislação percebem o educando como sujeito capaz e partícipe da sociedade, na qual seu papel de cidadão deve ser valorizado. A democracia exige que a cidadania seja parte do alicerce que a sustenta, e a construção dela passa,

necessariamente, pelo pleno gozo dos direitos humanos e educacionais, bem como da conseqüente tomada de consciência dos deveres subjacentes a esses, segundo nossa compreensão. Outro acerto é reconhecer as diferenças culturais regionais em um país-continente como é o nosso, a sazonalidade da disponibilidade de dedicação de tempo aos estudos – especialmente em meio rural – e ainda contemplar a migração interna, ao reconhecer como necessária uma base comum de conhecimentos a serem desenvolvidos em todo o território nacional.

A importância de um currículo que supra uma miríade de conhecimentos tão abrangente mostra quão importante é fazer do Ensino Médio realmente a terceira etapa da Educação Básica.

Uma abordagem do ensino nesse contexto de pluralidade de saberes que na maioria das vezes, necessitam anos de dedicação e empenho para se ter um domínio parcial sobre o conjunto de saberes de apenas uma área do conhecimento se torna, portanto, de suma importância. Essa pluralidade de conhecimentos acumulados pelo nosso processo civilizatório apresenta por um lado a possibilidade de se identificar um ramo de trabalho, uma área de conhecimento com que se pode identificar, e por outro essa mesma multiplicidade gera grande apreensão em se decidir qual trará maiores frutos e dividendos.

Temos então um desafio para que Ensino Médio seja desenvolvido com um nível de generalidade tal, que permita mostrar uma variedade de campos de ciências (sociais, exatas, humanas, biológicas e matemática) oportunizando aos indivíduos um conhecimento abrangente e genérico, no qual possam se identificar com algum deles e, dentro do possível, se aprimorar nos próximos estágios de aprofundamento do ensino.

Evidentemente esse processo não será de escolha simples e provavelmente não será definitiva; daí a justificativa e a importância de um currículo abrangente e completo que dê conta de oferecer todas as ferramentas cognitivas e tecnológicas necessárias ao cidadão para migrar e adaptar-se de uma área a outra, algo, em nossa opinião, simplesmente improvável e infactível. Estabelecido esse impasse entre o necessário e o factível, fica evidenciado o dilema da nova educação que deverá buscar ferramentas que

realizem a complexidade de aprofundar a capacidade de aprendizagem e transdisciplinaridade do conhecimento, desejados ao cidadão contemporâneo.

Os valores educacionais passam a estar mais voltados para as capacidades cognitivas, analíticas, codificadoras/decodificadoras, comunicativas e formuladoras de conjecturas. O cidadão não mais precisa ser um *expert*<sup>14</sup> profissional na resolução de contas, visto que agora calculadoras e computadores realizam essa tarefa penosa com facilidade; mas deve ter *expertise*<sup>15</sup> para prever se o resultado dos cálculos efetuados pela máquina são condizentes com o fenômeno que está sendo por ele avaliado.

Esse cenário é amplamente favorável ao emprego da Modelagem Matemática, pois seu caráter investigativo, segundo Bassanezzi, afirma a possibilidade de construção de modelos matemáticos à partir de teorias conhecidas, sugerindo que há flexibilidade e criatividade:

do nosso ponto de vista, a posição mais razoável para o matemático praticante das aplicações, pesquisador ou professor, é a de estar atento para adotar as facetas mais produtoras das estratégias disponíveis, ajustando-as, de modo conveniente, em cada etapa do trabalho. (BASSANEZI, 2011, p. 174).

Bassanezi (2011) afirma ainda que o conceito de utilidade, essa faceta mais produtora, se dá quando o mesmo é capaz de satisfazer de algum modo a uma necessidade humana, dependendo exclusivamente do objetivo esperado pelo seu usuário.

Refletindo-se sobre o desenvolvimento científico da Era Moderna vemos que esse resultou em sucessos alcançados em diversas áreas do conhecimento e do princípio de extensão de conceitos de uma ciência a outra: da astronomia de Copérnico à de Kepler, e desse à de Newton, buscando interrogar a natureza quanto aos mistérios que ela apresenta/oculta, em contraponto à visão unilateral da Era Medieval. As observações, a partir dessa época, foram acrescidas de formulações de conjunturas e matematizações, que comprovassem os objetos observados. Uma importante contribuição, a de

---

<sup>14</sup> Perito.

<sup>15</sup> *Expertisement*: perícia.

Galileu, marca a era moderna por uma profunda revolução científica, onde o maior valor está em verificar “o como”, e não mais o “o quê”.

No que diz respeito a aspectos histórico-científicos, o mesmo período que viu despertar a Revolução Industrial e todas as suas consequências político-sociais, testemunhou também um fenomenal avanço nas áreas das ciências, e em especial, para nosso objeto de estudo, da matemática.

Podemos destacar como exemplo tipificado desse avanço científico, os estudos que Youschkevitch realizou, hoje reconhecidos como um marco, contemplando o desenvolvimento das funções, em que classifica a evolução do conceito em três momentos principais: a Antiguidade, Idade Média e Idade Moderna. Ele afirmou que muitas das ideias relacionadas a esse tema já existiam desde a Antiguidade Clássica, no período helênico, porém permaneceram imanes durante o período romano e depois na Era Medieval; somente com o Renascimento essas ideias voltaram a despertar o interesse de filósofos e cientistas, mas ainda com muitos resquícios de interpretações teológicas e mesmo alquímicas.

Vê-se indícios dessas interpretações na concepção de Copérnico para o sistema planetário: as órbitas de translação dos planetas “precisavam” ser circulares, *perfeitas*, para corresponder à perfeição da obra divina; Kepler corrigiu essa distorção ao apresentar a teoria de que as órbitas seriam, na realidade, elípticas, com o Sol posicionado em um dos focos. Ao mesmo tempo, Galileu estudando os movimentos uniformes, provou existir uma força que fazia os corpos se precipitarem de encontro ao chão, o princípio da queda livre. E para cada uma dessas fases de desenvolvimento era apresentado uma “lei matemática”, ou mesmo uma tabela que descrevesse tal movimento funcional.

Mais tarde, visando corrigir algumas distorções que ainda persistiam ao se calcular a posição dos planetas, Newton buscou unificar as teorias de Kepler e Galileu com a Teoria da Gravitação Universal, dando origem à Física Clássica, onde corpos de maiores massas atraem corpos de menores massas. Tal avanço foi espantoso devido à acuracidade dos novos cálculos de determinação dos movimentos, perdurando por mais de duzentos anos, até que a Teoria Geral da Relatividade mostrasse que a gravitação se tratava um caso particular da Física Moderna, também chamada de Física Quântica.



Na matemática, as contribuições de Newton e Leibniz valorizaram grandemente as noções de variáveis dependentes e independentes, bem como o pensamento funcional, cabendo a Leibniz a escolha da palavra função para designar essa relação. Jacob Bernouilli ajudou a propagar o uso do termo função aplicado às expressões analíticas. Ao irmão mais novo de Bernouilli, Johann, coube apresentar a primeira definição de função, ao que diversos outros matemáticos buscaram melhorar.

Foi Euler quem melhor aprimorou a definição ao definir também as constantes e as variáveis, presentes em qualquer função. Esse trabalho foi útil até o momento em que se precisou realizar os estudos de funções arbitrárias, feito creditado a D'Alembert, que se valeu de equações diferenciais. O conceito de continuidade então passou a nortear a busca por uma melhor definição de função, cabendo logo após a definição de continuidade ser dada por Bolzano e Cauchy, a publicação independente de ambos, a melhores definições, valendo-se de um critério local para a mesma. Dignos de menção na perseguição da formalização do conceito de função foram os escritos de Dirichlet, Darboux, Weierstrass, Condorcet, Lacroix, Fourier, Lobatchevsky e vários outros que se notabilizaram em buscar contraexemplos. (YOUSCHKEVITCH, 1977, p. 35-87).

O estudo da matemática, em particular o estudo das funções, é uma importante etapa no desenvolvimento do raciocínio que favorece a aquisição de saberes aplicáveis a diversas situações cotidianas para os estudantes, situações também aplicáveis à própria matemática e, em nosso interesse específico, nas situações de modelagem matemática, reais e fictícias.

Além disso, a matemática permite o estudo aprofundado de diversas áreas do conhecimento que já sofreram matematização, caso objetivo das engenharias da química e da física, pelas quais, portanto, validam sua necessidade de compreensão e estudo.

## 2.2. NORTEADORES ATUAIS

### 2.2.1. PARÂMETROS CURRICULARES: PCN e PCN+

O Ensino Médio brasileiro passou por importantes mudanças ao longo das últimas décadas: da educação compulsória dos anos 70 à revolução da informação nos 90, refletindo as mudanças na área econômica e na ordem social de nosso país. Quando comparado a outros países, como os do Cone Sul naquela época, percebeu-se que a escolaridade dos brasileiros de 14 a 17 anos estava em muito defasada – apenas aproximadamente 25% deles encontravam-se escolarizados na idade certa – valor relativamente baixo se comparado com os índices de 55% da Argentina, Uruguai e Chile. Dados atuais apontam que 50% dos estudantes brasileiros se escolarizam na idade certa (BRASIL, 2013b).

Requer-se agora que o cidadão possa administrar conhecimentos básicos que lhe permitam capacitação para a preparação científica e utilização de tecnologias, propondo-se dessa maneira, que o Ensino Médio seja indutor de uma formação mais geral, onde se desenvolvam as capacidades de pesquisar, buscar informações, analisá-las, selecioná-las e compreender a formulação e criação.

Essas são as determinações que a LDB (Lei 9.394/96) estabelece como reformuladoras do ensino médio e que se coadunam com a expansão da rede pública de ensino. Busca-se agora, dar significado ao conhecimento escolar, mediante a contextualização; evitar a compartimentalização, mediante a interdisciplinaridade; e incentivar o raciocínio e a capacidade de aprender. Os PCN devem servir para difundir os princípios da reforma curricular e orientar o professor, na busca de novas abordagens e metodologias. Nesse processo, o manual do professor presente nos livros didáticos se apresenta como interlocutor desses valores, consubstanciados pelos seus autores e seus leitores, particularmente os professores da rede pública de ensino.

A lei de 1996 estabelece também que a educação escolar deverá vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social, a formação ética, a

autonomia intelectual e o pensamento crítico; um imenso avanço em relação à lei anterior de 1971, que privilegiava a formação técnica, o respeito às normas e à obediência.

É pela identificação, análise, compreensão, discussão, estabelecimento de relações e diferentes formas de representação que o educando passa a exercer sua cidadania, sendo ativo no processo histórico de construção da nação. Reconhece-se portanto a historicidade do processo de produção do conhecimento.

Os PCN trazem também a compreensão que o conhecimento se desenvolve organizando-se em áreas de atuação onde

três áreas – Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias e Ciências Humanas e suas Tecnologias – tem como base a reunião daqueles conhecimentos que compartilham objetos de estudo e, portanto, mais facilmente se comunicam, criando condições para que a prática escolar se desenvolva numa perspectiva de interdisciplinaridade. (BRASIL, 2000, p.18-19).

de forma que ao invés de específico e orientado apenas a uma direção, o ensino seja capaz de propiciar um entendimento mais geral nessa etapa e proporcione possibilidades para a continuidade dos estudos, no ensino superior, ou a profissionalização por meio de um curso técnico complementar.

Essas orientações, diretivas e proposições indicadas pelo Ministério da Educação, foram organizadas por meio dos PCN que são

[...] o resultado de meses de trabalho e de discussão realizados por especialistas e educadores de todo o país. Foram feitos para auxiliar as equipes escolares na execução de seus trabalhos. Servirão de estímulo e apoio à reflexão sobre a prática diária, ao planejamento de aulas e sobretudo ao desenvolvimento do currículo da escola, contribuindo ainda para a atualização profissional. (BRASIL. MEC/SEB, 2001).

Os PCNs foram publicados em 2001, e possuem como objetivo

garantir a todas as crianças e jovens brasileiros, mesmo em locais com condições socioeconômicas desfavoráveis, o direito de usufruir do conjunto de conhecimentos reconhecidos como necessários para o exercício da cidadania. Não possuem caráter de obrigatoriedade e, portanto, pressupõe-se que serão adaptados às peculiaridades locais. A própria comunidade escolar de todo o país já está ciente de que os PCN não são uma coleção de regras que pretendem ditar o que os professores devem ou não fazer. São, isso sim, uma referência para a transformação de objetivos, conteúdos e didática do ensino. (BRASIL. MEC/SEB, 2001).

É também importante salientar que enquanto referência, os PCN não possuem um caráter de obrigatoriedade, mas de orientação à práticas e concepções de ensino que valorizam o educando enquanto cidadão.

Para o INEP<sup>16</sup> eles “foram elaborados para difundir os princípios da reforma curricular e orientar os professores na busca de novas abordagens e metodologias”. Desta forma os parâmetros desejam alcançar um perfil para o currículo, estabelecido com base em competências básicas para a inserção dos jovens na sociedade, dando orientações aos professores quanto ao conhecimento escolar contextualizado e interdisciplinar.

As “Orientações Curriculares para o Ensino Médio” (PCN+) por sua vez, afirmam que “[...] toda situação de ensino e aprendizagem deve agregar o desenvolvimento de habilidades que caracterizem o pensar matematicamente” (BRASIL, 2006, p.70), insistindo ainda que é mais importante trabalhar dando prioridade à qualidade no processo que à quantidade de conteúdos, e de dar oportunidade ao “fazer matemático” por meio de processos investigativos.

O PCN+ elenca em três blocos a serem desenvolvidos de forma síncrona e não estanque, buscando-se sempre interações entre os mesmos, sendo eles “Álgebra, números e funções”, “Geometria” e “Análise de dados”. Nas “Orientações Curriculares para o Ensino Médio”, esses blocos são divididos em quatro grandes áreas: “Números e operações”, “Funções”, “Geometria” e “Análise de dados e Probabilidades”. Apesar das divergências

---

<sup>16</sup> <http://provabrazil.inep.gov.br/parametros-curriculares-nacionais>

quanto à classificação ambos documentos primam por ensejar um ensino articulado entre os conteúdos.

Para o bloco das *Funções*, por exemplo, o PCN+ sugere a exploração qualitativa entre duas grandezas, como altura e idade – por exemplo, raio e diâmetro de um círculo, tempo e distância percorrida; orienta a que se proponha esboçar o gráfico das situações acima, registrando situações de crescimento e decréscimo; que se expressem em palavras as expressões algébricas; e avançar rumo à exploração dos diversos modelos de funções – linear, quadrático, exponencial e periódico (este em relação às trigonométricas).

Sugere também a exploração das propriedades gráficas através da relação entre as variáveis, da transposição dos dados de uma tabela, a aplicação de trigonometria para fatos do cotidiano como a necessidade de se medir a largura de um rio (ainda que seja improvável que um aluno de zona urbana realize tal atividade), as situações envolvendo o uso de exponenciais, como na Matemática Financeira e nas progressões, enfim de todo o conjunto de possibilidades de aplicações dos tipos de funções que devem ser trabalhadas no Ensino Médio, de forma contextualizada e dinâmica.

Mais objetivamente o PCN+ orienta que para o estudo das interações, relações e funções, deve-se ser capaz de:

identificar regularidades em situações semelhantes para estabelecer regras, algoritmos e propriedades; reconhecer a existência de invariantes ou identidades que impõem as condições a serem utilizadas para analisar e resolver situações-problema; Identificar transformações entre grandezas ou figuras para relacionar variáveis e dados, fazer quantificações, previsões e identificar desvios; identificar as relações e identidades entre diferentes formas de representação de um dado objeto; reconhecer a conservação contida em cada igualdade, congruência ou equivalência para calcular, resolver ou provar novos fatos.” (BRASIL, SEB/PCN+, 2006, p.116)

Portanto, o aprendizado de funções deve estar conectado com suas aplicações, tanto no interior da própria matemática, quanto no cotidiano do estudante e em sua relação com o ambiente social. O ensino deve primar pela

inserção do indivíduo quanto às suas capacidades de elevar-se intelectualmente e conjunto a isso, proporcionar à comunidade seu desenvolvimento.

### 2.2.2 LIVRO DIDÁTICO: O PNLD

Com o intuito de identificar essas possibilidades, de utilizar atividades de modelagem matemática como uma estratégia de ensino, voltamos nosso olhar para a realidade do ensino médio atual e identificamos um fator que pode ter (deveria ter) grande influência nessa etapa da escolaridade: o livro didático.

O livro didático é um recurso de grande importância para o docente na organização do programa da disciplina de matemática nas escolas em que é adotado como norteador da prática pedagógica, e como recurso de atualização e complementação de conhecimentos para o professor, que nele tem um grande aliado para sua própria formação. Nesse sentido, o manual do professor permite ao docente ter acesso a informações sobre como conduzir a exposição, apresentação, discussão e construção dos conhecimentos matemáticos com os discentes e acessar a novas estratégias, metodologias, práticas e técnicas que possam permitir uma aplicação do livro didático conforme foi concebido pelos seus autores.

Caracteriza-se dessa forma o caráter formativo que o manual do professor pode ter sobre a qualificação da mão-de-obra docente. Também é evidente que para que essa possibilidade se concretize é necessário o empenho e desejo de aprender do professor em ler o manual a ele destinado e realizar as reflexões cabíveis oriundas dessa leitura e compreensão.

O livro didático pode servir como esteio e estrutura para o desenvolvimento das aulas de matemática, sendo um elemento influente na prática docente no Ensino Médio. Um indicador que aponta para esse fator é a existência do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) que

tem como principal objetivo subsidiar o trabalho pedagógico dos professores por meio da distribuição de coleções de livros didáticos

aos alunos da Educação Básica. Após a avaliação das obras, o Ministério da Educação (MEC) publica o Guia de Livros Didáticos, com resenhas das coleções consideradas aprovadas. O guia é encaminhado às escolas, que escolhem, entre os títulos disponíveis, aqueles que melhor atendem ao seu Projeto Político Pedagógico. (BRASIL, 2013b)<sup>17</sup>.

Esse programa educacional financiado pela União, que atuou em 2004 experimentalmente com as regiões Norte e Nordeste, e a partir de 2005 em todo o território nacional – mediante convênio dos Estados e União, distribuindo livros didáticos para todas as séries da Educação Básica<sup>18</sup>, sendo esta compreendida pelos Ensinos Fundamental ( I e II ) e Médio, assim distribuídos:

Para o Ensino Fundamental I:

- Os 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental recebem obras de alfabetização linguística, alfabetização matemática e ainda obras complementares de ciências da natureza, matemática, ciências humanas, linguagens e códigos. Esse conjunto de livros se diferenciam dos demais por serem consumíveis;
- Do 4º ao 5º ano as obras são matemática, língua portuguesa, geografia e história gerais, geografia e história regionais;

Para o Ensino Fundamental II:

- Do 6º ao 9º ano coleções de ciências, matemática, língua portuguesa, história, geografia e língua estrangeira moderna.

E para o Ensino Médio, as séries finais da Educação Básica, o Plano Nacional do Livro Didático do Ensino Médio (PNLD) distribui obras sobre matemática, língua portuguesa, geografia, história, física, química, biologia, sociologia, filosofia e língua estrangeira moderna (normalmente língua

---

<sup>17</sup> Consulta ao site [http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_content&view=article&id=12391:Pnld&catid=318:pnld&Itemid=668](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12391:Pnld&catid=318:pnld&Itemid=668), em 20/03/2013.

<sup>18</sup> “A educação no Brasil é marcada por grandes números. São 197,5 mil escolas públicas e privadas, que oferecem educação infantil, básica e ensino médio. O total de alunos matriculados na educação básica alcança a marca de 52,6 milhões de alunos na educação básica, atendidos por 2 milhões de professores. O Brasil coordena ainda o maior programa de merenda escolar e de distribuição gratuita de livros didáticos do mundo. Cifras tão expressivas são resultado de um esforço histórico para alcançar a universalização do ensino de qualidade, hoje financiado por 5,6% do Produto Interno Bruto nacional.”  
 Texto consultado em 01/08/2013 ([http://www.brasil.gov.br/navegue\\_por/noticias/textos-de-referencia/educacao-no-brasil-1](http://www.brasil.gov.br/navegue_por/noticias/textos-de-referencia/educacao-no-brasil-1)).

inglesa<sup>19</sup>, mas também com opção pela língua espanhola, conforme interesse da comunidade escolar e disponibilidade da Secretaria Estadual de Educação).

Para todas as séries contempladas com as edições não-consumíveis, o PNLD estabelece a substituição dos volumes ainda que estejam em boas condições de uso, visando com isso manter atualizados os conteúdos e contextualizações.

A universalização do Programa atingiu em 2012 um total de 99,34% das redes de ensino público do país<sup>20</sup>, é o maior programa de distribuição gratuita de material didático do mundo (MANTOVANNI, 2009, p.20); com entrega de mais de 162 milhões de livros, através de mais de 19 milhões de encomendas - o equivalente a aproximadamente 100 mil toneladas de papel - e atendimento de mais de 39,8 milhões de alunos, beneficiando mais de 135 mil escolas públicas de todo o país<sup>21</sup>.

A importância econômica dessa compra governamental é tratada por Bittencourt (2004a, 2004b), bem como do uso do livro didático como instrumento de controle de conteúdos ensinados aos estudantes, e não será tratada nesse estudo.

O alcance do PNLD torna possível considerar que o livro didático está presente e disponível<sup>22</sup>, nas redes de ensino público brasileiras, de forma que a comunidade escolar é assim solidariamente responsável pela distribuição e uso desse importante material, cabendo aos professores e direção das escolas empregá-lo na prática diária. Em diversas comunidades ele é também um dos únicos recursos didáticos disponíveis para o desenvolvimento do ensino.

No guia do Guia do PNLD 2012 há colocações/avaliações sobre formas de ensinar determinados assuntos. No caso de inequações e estudo do sinal de funções temos que

para cada classe de funções – afins, quadráticas, modulares, exponenciais e logarítmicas – dedicam-se itens separados (alguns

---

<sup>19</sup> <http://www.portaleducacao.com.br/idiomas/artigos/21929/conhecimentos-de-lingua-estrangeira-moderna>

<sup>20</sup> Dados consultados em 20/03/2013 no site: <http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/livro-didatico-apresentacao>.

<sup>21</sup> Dados consultados em 01/08/2013 no site: <http://www.fnde.gov.br/arquivos/category/126-encontros?download=2085:palestra-ediene-vasconcelos&start=40>

<sup>22</sup> Salientamos que estar disponível na rede de ensino não é garantia de que de fato o objeto esteja em mãos dos estudantes.



extensos) para trabalhar os tópicos: crescimento/decrescimento; estudo do sinal; equações; e inequações. Desperdiça-se, dessa maneira, a oportunidade de enfeixar estes tópicos como subtópicos de conceitos unificadores. Em particular, não vemos justificativa para separar em dois itens distintos “inequações” e “estudo do sinal de uma função”. (BRASIL, MEC/SEB, 2011, p.22).

O estudo estruturado das inequações pode ser comparado ao das taxas de variação média, que é um dos conceitos unificadores fundamentais, haja visto poder ser aplicado a um grande número de classes de funções que servirão como modelos matemáticos para diversas situações de aplicação de modelagem para fenômenos que envolvem variações de grandezas. O Guia PNL D 2012 avalia que o importante tema das derivadas, ainda que não obrigatório no Ensino Médio, pode ser amplamente valorizado ao se utilizar essa metodologia, pois a derivada é um exemplo de taxa de variação instantânea, e representada pela inclinação de uma reta tangente a uma curva num determinado ponto a ela pertencente.

Da criação do Instituto Nacional do Livro (INL) em 1929, até o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLD) em 2010, o caminho pelo qual a adoção do livro didático na educação brasileira percorreu foi atribulado, e marcado fortemente por um conteúdo ideológico e intervencionista do Estado na educação do povo brasileiro.

Essa pressão política exercida pelos ocupantes das esferas superiores do poder, como na Reforma Capanema, visou diminuir a discrepância entre o ensino brasileiro e aquele praticado nos países desenvolvidos. Euclides Roxo defendeu claramente a postura de se recuperar o tempo perdido por decreto: instaurando as modificações curriculares de forma única e sem discussão ampla com a sociedade. Noutros momentos, o cunho político-ideológico se deu em acordo com interesses estrangeiros, como no caso do acordo bilateral Brasil-Estados Unidos da América, de 1966, capitaneado por aquele país.

A partir de 1971, com o fim do acordo de cooperação, o INL passou a desenvolver o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIDEF). Sem todavia alcançar sucesso, esse processo histórico culminou com a extinção do INL em 1976 e a criação da Fundação Nacional do Material Escolar (FENAME); e esta última, por meio do decreto nº 77.107, de

04/02/1976 passou a usar recursos do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) para a compra dos livros; ocorreu então sua substituição em 1983 pela Fundação de Assistência ao Estudante (FAE), até que o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) veio a extinguir o PLIDEF, com a edição do decreto nº 91.542, de 19/08/1985.

Rodrigues (2009, p.20) afirma que antes da centralização da responsabilidade pelo fornecimento do custeio dos livros didáticos pelo governo federal, os recursos empregados por União, Estados e Municípios não eram suficientes para atender a todos os alunos do ensino fundamental da rede pública, e a solução encontrada foi excluir do programa a grande maioria das escolas municipais. Ela ainda conclui que

só com a extinção da FAE, em 1997, e com a transferência integral da política de execução do PNLD para o FNDE é que se iniciou uma produção e distribuição contínua e massiva de livros didáticos. (RODRIGUES, 2009, p. 21).

Implantado em 2004, pela Resolução nº 38 do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) previu a universalização de livros didáticos para os alunos do ensino médio público de todo o país. Há ainda o Programa Nacional do Livro Didático para a Alfabetização de Jovens e Adultos (PNLA) criado em 2007. Finalmente, em 2010, o PNLD aglutinou-se com o PNLEM, uma vez que o Ensino Médio tornou-se parte da Educação Básica, permanecendo com a sigla PNLD.

O PNLD previu a garantia do direito de escolha do livro pelos professores, um diferencial em relação aos programas anteriores; a reutilização do mesmo por outros alunos em anos posteriores, tendo como consequência a eliminação do livro descartável; o aperfeiçoamento das especificações técnicas para sua produção, visando maior durabilidade e possibilitando a implantação de bancos de livros didáticos; a extensão da oferta aos alunos de todas as séries do ensino fundamental das escolas públicas e comunitárias; e a

aquisição dos livros com recursos do governo federal, com o fim da participação financeira dos estados, garantindo assim a distribuição gratuita.

Para o ano de 2012, foram distribuídos 103 milhões de livros didáticos, para todos os municípios e estados filiados, perfazendo 99,34% do total de municípios brasileiros e 100% dos estados.

A dinâmica envolvida nesse processo de aquisição de livros didáticos previu a divisão da escolarização em três níveis para a Educação Básica:

- I – a Educação Infantil, que compreende: a Creche, englobando as diferentes etapas do desenvolvimento da criança até 3 (três) anos e 11 (onze) meses; e a Pré-escola, com duração de 2 (dois) anos;
- II – o Ensino Fundamental, obrigatório e gratuito, com duração de 9 (nove) anos, é organizado e tratado em duas fases: a dos 5 anos iniciais e a dos 4 anos finais;
- III – o Ensino Médio, com duração mínima de 3 (três) anos. (BRASIL, 2013b, p.36).

A fase de Educação Fundamental Inicial, recebe obras consumíveis e não consumíveis; já a Educação Fundamental Final e Ensino Médio recebem obras não consumíveis. A cada ano uma das três divisões recebe uma renovação do acervo, pelo qual se entende que os livros didáticos não consumíveis possuem como expectativa uma vida útil de ao menos três anos e que pode haver reposição de livros.

### 2.2.3 DIRETRIZES LOCAIS: DCE - Paraná

As Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) possuem o objetivo

de promover o aperfeiçoamento da educação nacional, tendo em vista o atendimento às novas demandas educacionais geradas pelas transformações sociais e econômicas e ela acelerada produção de conhecimentos. Tendo como propósito a disseminação desses importantes conhecimentos, o Conselho Nacional de Educação, por meio deste documento, coloca à disposição das instituições educativas e dos sistemas de ensino de todo o Brasil um conjunto de

Diretrizes Curriculares que articulam os princípios, os critérios e os procedimentos que devem ser observados na organização e com vistas à consecução dos objetivos da Educação Básica. (BRASIL, 2013b, p.5).

Com isso espera-se assegurar a educação como direito social da população com vistas à cidadania e acesso aos conhecimentos científicos construídos pela humanidade, a educação como qualidade social, reconhecendo a construção histórica que a educação apresenta localizados num espaço e tempo próprios, e o papel do jovem como protagonista do processo educacional.

Como os PCN não tem um caráter de diretriz curricular, cabe a cada Estado a responsabilidade de elaborar as suas próprias diretrizes curriculares para a educação, respeitando assim a diversidade da composição étnica brasileira e suas particularidades, mas promovendo a integração.

No estado do Paraná foram criadas as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná (DCE – Paraná)(PARANÁ, 2008, p.62) que atualmente regem o currículo da educação básica. Criada após 5 anos de embates e publicada em 2008, as DCE têm o objetivo de trazer a reflexão sistematizada sobre as práticas educativas no espaço escolar paranaense procurando estabelecer e

recuperar a função da escola pública paranaense que é ensinar, dar acesso ao conhecimento, para que todos, especialmente os alunos das classes menos favorecidas, possam ter um projeto de futuro que vislumbre o trabalho, a cidadania e uma vida digna. (PARANÁ, 2008, p.7).

Essas diretrizes afirmam a necessidade de se articular os conteúdos estruturantes da educação para a Matemática no Ensino Médio com os conteúdos específicos, em relações de interdependências que favoreçam o processo pedagógico, enriquecendo-o de forma a possibilitar o abandono de abordagens fragmentadas, e buscando com isso evitar que os conteúdos de ensino existam em patamares distintos e sem vínculos uns com os outros.

Também apresenta no mesmo documento (Ibid., ibidem, p.63) o que classifica como “tendências metodológicas que fundamentam a prática docente”, ou seja, as estratégias didáticas para o ensino usadas como encaminhamentos metodológicos para a construção do saber matemático; nela vê-se a resolução de problemas, modelagem matemática, mídias tecnológicas, etnomatemática, investigações matemáticas e a história da matemática.

Cada uma dessas estratégias metodológicas de ensino possui interconexões umas com as outras e podem ser trabalhadas complementarmente, de forma a permitir distintas abordagens e oportunizar variadas formas de ensino e aprendizagem.

Destacaremos brevemente os principais conceitos pelos quais essas metodologias se definem:

- 1) Resolução de problemas: essa metodologia busca mesclar a forma usual da aula expositiva e resolução de exercícios, com a resolução de problemas não oriundos do contexto da sala de aula. É uma estratégia de ensino fortemente influenciada pela administração de empresas, de onde o modelo PDCA<sup>23</sup> <sup>24</sup> tem origem e recebe uma variação educacional como a proposta por Polya (2006): compreender o problema, destacar informações e dados importantes do problema para a sua resolução, elaborar um plano de resolução, executar o plano, conferir resultados e estabelecer nova estratégia, se necessário, até chegar a uma solução aceitável.

Um dos pontos que temos como de grande importância e que, no entanto, não foi elencado nas diretrizes do Paraná é o relativo à “análise de erros” dos alunos nas resoluções de problemas; essa preocupação adjacente à “resolução de problemas” é vital para que haja possibilidades de superação dos desafios epistemológicos do ensino.

- 2) Modelagem matemática: as diretrizes do Paraná apontam que a modelagem pressupõe a preocupação com as problematizações de situações do cotidiano, valorizando os conhecimentos prévios

---

<sup>23</sup> PDCA é o acrônimo das etapas “Plan-Do-Check-Act” ou seja “Planejar-Fazer-Checkar-Transportar”.

<sup>24</sup> Esse sistema de controle de qualidade, muito utilizado desde os anos 50 foi criado por Deming com base no chamado “Ciclo de Shewhart”, publicado em 1936 na obra *Statistical Method from the Viewpoint of Quality*. New York: [s.n.], 1939, pelo estatístico estadunidense Walter Andrew Shewhart, conforme o próprio autor indica em sua obra, na página 46. (DEMING, W. Edwards. *Out of the Crisis*. [S.l.]: MIT Center for Advanced Engineering Study, 1986. ISBN 0-911379-01-0).

concernentes aos alunos e as situações de vida dos mesmos. A modelagem é apontada como possibilidade de interpretação sociocrítica da realidade através da matematização e resolução de problemas oriundos do cotidiano.

- 3) Mídias tecnológicas: as TICs (Tecnologias da Informação e Comunicação) correspondem ao avanço tecnológico nos ambientes educacionais, permitindo agilidade de consulta a enciclopédias e dicionários, exploração de recursos gráficos por meio de softwares matemáticos (como o Geogebra, o Cabri, etc.) e a manipulação de dados em planilhas e gráficos, permitindo maiores explorações e investigações dinâmicas. O apelo da modernidade do recurso tecnológico representado pelos computadores também suscitaria maior interesse por parte dos estudantes.

No nosso entendimento, a maior contribuição das TICs é a de possibilitar a dinamização de atividades com Modelagem Matemática, permitindo a formulação de conjecturas e prognósticos de situações futuras.

- 4) Etnomatemática: a proposta do trabalho através dessa metodologia visa estreitar as relações entre a vida do educando e o conhecimento matemático, buscando em seu contexto de vida as representações da matemática e, em especial, que existem diversas matemáticas envolvidas no desenvolvimento dessa ciência. As raízes culturais são assim valorizadas ao se reconhecer suas formas de raciocinar e inferir, seus símbolos, códigos culturais e mitos, conforme aponta D'Ambrosio. (D'AMBROSIO, 2001, p.32).
- 5) História da matemática: Utiliza-se de elementos históricos para compor uma visão ampla dos contextos que originaram as conquistas matemáticas ao longo da evolução da humanidade e vinculá-las aos pensamentos filosóficos permite aos alunos entender as razões pela aceitação de fatos, raciocínios e procedimentos. As circunstâncias político-sociais se relacionam inexoravelmente às descobertas matemáticas mostrando a interdependência das mesmas e permitem vislumbrar a matemática como uma construção do conhecimento da humanidade em seu longo processo de evolução civilizatório.

- 6) Investigações matemáticas: esse procedimento visa trabalhar o conceito por meio de provas e refutações, discutindo-se o problema pelo professor e estudantes segundo um modelo de conjectura – teste – comprovação. Podem ser realizadas através de resolução de exercícios e também pela resolução de problemas abertos. Difere-se da resolução de problemas pelo fato do professor já ter pré-determinado quais os possíveis resultados alcançáveis pelo procedimento. E claro está, que dados iniciais distintos conduzem a distintas formas de compreensão e resolução das investigações, conduzindo portanto a diferentes resultados.

As Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná (PARANÁ, 2008) garantem haver inúmeras possibilidades de ensino por meio dessas diferentes metodologias e indica, sempre que possível trabalhar com a articulação entre elas.

### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA E ENSINO

A Modelagem Matemática é atualmente uma forma de produção de conhecimento pelos estudantes a partir de situações-problema nos quais eles são estimulados a pensar crítica e criteriosamente sobre as melhores práticas para a resolução de questões oriundas de suas próprias inquietações ou de provocações por parte do professor. Abordamos neste capítulo seu emprego e estímulo para o processo de aquisição de capacidade de argumentação, experimentação e produção de saberes matemáticos por meio da aplicação da modelagem matemática como estratégia de ensino, em especial para o alunado do ensino médio, utilizando-se do recurso didático mais difundido nas escolas públicas brasileiras, o livro didático.

#### 3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO

Historicamente a Modelagem Matemática se desenvolveu no Brasil nos finais dos anos 1960 e início dos anos 1970, influenciado pelo movimento dito “utilitarista”, que pregava que o ensino de matemática deveria se dar de forma que fosse útil, ou seja, “com situações do cotidiano e não através de aplicações padronizadas, mas que favorecessem a habilidade para matematizar e modelar problemas e situações da realidade”. (BIEMBENGUT, 2009, p.8).

Segundo Silveira (2007), a Modelagem Matemática como estratégia de ensino

“[...] começou a ser pesquisada por alunos de cursos de pós-graduação *Stricto Sensu*, a partir de meados da década de 1970. O surgimento da Modelagem na Educação Matemática como um campo de pesquisa é devido às atividades de alguns professores e pesquisadores, dos quais citaremos três que são considerados muito importantes. São eles: Ubiratan D’Ambrosio, Aristides Camargos Barreto e Rodney Carlos Bassanezi.” (SILVEIRA, 2007, p.33).



Essa é uma das poucas vezes que o desenvolvimento de um campo científico ocorre no Brasil em sintonia com as pesquisas mundiais, figurando brasileiros entre os mais respeitados membros da comunidade internacional de pesquisadores em educação matemática, o que motiva novos pesquisadores, e assim vemos que estão aumentando

o número de pesquisas e relatos de experiências em sala de aula apresentados em eventos de Educação Matemática e na Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (que se realiza bianualmente desde 1999) tem aumentado de forma significativa; assim como os professores interessados por cursos (extensão e pós-graduação) e publicações e de Cursos de formação de professores de matemática (licenciaturas) vêm incluindo à grade curricular a modelagem no ensino como disciplina ou como parte do programa da disciplina Metodologia do Ensino da Matemática. (BIEMBENGUT, 2009, p.9).

Podemos então perceber que o interesse pela modelagem matemática é recente e vêm gradativamente aumentando a quantidade de pesquisadores que dela fazem uso para incrementar e sugerir melhorias às práticas didáticas. Nota-se, sobretudo, que o quadriênio 2002-2005 registrou 27 dissertações de mestrado, semelhante quantidade de dissertações de todo o período anterior estudado por Silveira, as três últimas décadas do século XX (2007, p.23). O mesmo estudo sugere que devido à inconstância da produção anual de teses é possível que vários pesquisadores tenham dirigido seu olhar para outras questões da educação.

É ainda uma observação de Silveira (*Ibid.*, p.47) que os autores das teses e dissertações utilizaram nada menos que vinte e sete expressões diferentes para designar a modelagem na educação matemática. Existem muitas concepções a respeito da modelagem matemática nos diversos autores que abordam o assunto, ficando também evidente que essas conceituações possuem pontos de tangência ou mesmo se constituem de subgrupos ou partições de uma das concepções; acredito, portanto que por esse enfoque não é apropriado falarmos em “definições”, pois a modelagem matemática se

constitui de um campo aberto e orientado. Barbosa dialoga com Bean e Araújo a esse respeito dizendo:

Quando Bean fala de conceito de modelagem e Araújo fala em definição, penso que eu também estava procurando algo assim, uma definição, uma receita pronta, na qual os passos estivessem descritos cabendo a cada professor a execução, o que não se confirma com as leituras e com as investigações feitas até aqui. (BARBOSA<sup>25</sup>, 2012, p.14).

Quando afirmo que a Modelagem Matemática é um “campo aberto” é no sentido de que pode contemplar diversas abordagens, desde metodologia de ensino, método de aprendizagem, passando por estratégia de ensino-aprendizagem, ambiente de aprendizagem até ferramenta pedagógica; todas essas abordagens didáticas complementares e não antagônicas. Daí o porquê de ser “orientado” e, portanto focado no aprendizado participativo.

Barbosa (2001b) nos apresenta a Modelagem Matemática como um ambiente no qual os alunos são convidados a investigar matematicamente situações do cotidiano, propõe três modos/casos de conduzir uma atividade de Modelagem Matemática em disciplinas regulares, classificando-as em casos aplicados da Modelagem Matemática. Assim, afirma que ao se analisar os estudos de Modelagem, nacionalmente e internacionalmente, estes podem-se classificar segundo três classes distintas:

*Caso 1.* O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução. (...) Não é preciso que os alunos procurem dados fora da sala de aula; todo o trabalho (de investigação) se dá a partir da situação e do problema oferecido pelo professor.

*Caso 2.* O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução. (...) (Nesse caso, os alunos investigadores têm) que buscar dados fora da sala de aula e fazer algumas simplificações que ajudassem a resolver o problema.

*Caso 3.* A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de

---

<sup>25</sup> Esclareço que Barbosa (2012) é a referência bibliográfica da pesquisadora Angela Afonsina De Souza Barbosa, mestra em Educação Matemática pela UFPR desde 2012, aqui distinguida do pesquisador Jonei Cerqueira Barbosa, ambos com mesmo sobrenome cadastrado na CAPES, para evitar ambiguidades.

informações e simplificação das situações-problema. É a via do trabalho de projetos. (BARBOSA, 2001b, p.4).

J. C. Barbosa indicou em sua tese que verificou tais relatos nos trabalhos de Bassanezi (1990), Borba, Meneghetti e Hermini (1997), Biembengut (1990, 1999) e Franchi (1993).

Ele prossegue sua asserção elencando três dimensões do desenvolvimento da Modelagem Matemática no Brasil segundo a visão filosófica que representam, no âmbito da forma de trabalhar com a Modelagem Matemática: a pragmática, a científica e a sociocrítica.

A corrente pragmática defenderia

[...] um ensino de matemática preocupado em estimular os alunos a aplicar a matemática na solução de problemas de outras áreas e do dia-a-dia. O próprio currículo daria prioridade ao critério de aplicabilidade dos conteúdos. O propósito é a formação matemática dos sujeitos para a vida quotidiana, a atividade profissional dos indivíduos e o exercício da cidadania competente. Aqui, não se encontra discussão entre os autores acerca do que seja uma “cidadania competente”, falando apenas genericamente. Portanto, parece-me que a ênfase é posta no desenvolvimento de habilidades/técnicas de Modelagem. (BARBOSA, 2001a, p.29).

Isso segundo nosso entendimento significaria que a matemática deve ser ensinada de forma a ter relação com a realidade experiencial do aluno, permitindo-o entender as relações matemáticas presentes em diversas situações das quais vivencia e que muitas vezes é incapaz de arguir quanto a dificuldades de entendimento sobre um serviço prestado ou produto consumido. Um exemplo disso é a dificuldade de saber se um quarto de quilo<sup>26</sup> é maior que meio quilo (visualmente ele vê o 4 no denominador da fração e o dois também, e por comparação pode crer que “como 4 é maior que 2, então  $\frac{1}{4}$  é maior que  $\frac{1}{2}$ ). Essa capacidade de entender e argumentar por meio de transformações matemáticas a relação de equivalência de massa (no caso de quilo para grama), é segundo nossa interpretação o “exercício da cidadania competente”.

---

<sup>26</sup> Optamos por tratar o quilograma na forma usual de sua aplicação do cotidiano, ou seja, simplesmente “quilo”, e que poderíamos até optar por usar um variante comum “kilo”.

Já a corrente científica, segundo esse autor,

[...] valoriza as aplicações da matemática como um meio de ilustrar uma das facetas da ciência matemática. Aqui, as aplicações se subordinam à estrutura do programa curricular. O objetivo é que os conteúdos matemáticos sejam valorizados através das aplicações e os tópicos sem aplicações sejam mantidos. (BARBOSA, 2001a, p.29).

Nesse caso, cientificamente trabalhando-se com a modelagem matemática teríamos a problematização de situações internas à própria concepção e desenvolvimento da ciência matemática. Um exemplo dessa aplicação seriam os estudos de módulos, em teoria dos números, usando o teorema chinês do resto.

Resumindo, a corrente pragmática volta-se mais a aspectos técnicos da modelagem matemática enquanto a científica, aos conteúdos pré-estabelecidos.

Já a corrente sociocrítica, nas palavras de Barbosa, é “uma oportunidade para explorar os papéis que a matemática desempenha na sociedade contemporânea” (*Ibid., ibidem*, p.29-30), ao identificar que as correntes anteriores não dão conta de todos os modelos possíveis e em prática, pois

[...] existem trabalhos de Modelagem que não se encaixam nessas correntes. Por exemplo, os trabalhos de cunho antropológico na tradição brasileira, como observa Fiorentini (1996) ao analisar os estudos de Modelagem no Brasil, e aqueles que seguem a perspectiva da educação matemática crítica (KEITEL, 1993; JULIE, 1993, 1998; SKOVSMOSE, 1996). Tendo considerado isso, parece-me amplamente legítimo considerar uma terceira corrente de Modelagem, que nomeio de *sociocrítica*, cujas atividades buscam abranger o conhecimento de matemática, de modelagem e o reflexivo.” (*Ibid., ibidem*, p.29).

Para Kaiser & Sriraman (2006), as pesquisas em Modelagem Matemática têm se desenvolvido em seis perspectivas relacionadas àquelas

analisadas por Kaiser-Mesmer (1986), porém mais elaboradas e diferenciadas, conforme a tabela, a saber:

<b>Nomenclatura da perspectiva</b>	<b>Objetivos centrais</b>	<b>Relações com as perspectivas anteriores</b>	<b>Fundamentação</b>
<b>Realística</b> ou Modelagem Aplicada	Objetivos pragmatico-utilitaristas, por exemplo: solução de problemas reais, compreensão do mundo real, promoção de competências de modelagem.	Perspectiva pragmática de Pollak	Pragmatismo Anglo-Saxônico e Matemática Aplicada.
<b>Contextual</b>	Objetivos subjetivos e psicológicos, por exemplo: solucionar problemas através da linguagem e representação.	Abordagens ligadas ao processamento de informações orientadas à sistemas.	Escola americana de solução de problemas através de debates, prática escolar cotidiana e experimentos laboratoriais psicológicos.
<b>Educacional</b> (em duas abordagens distintas): a) <b>didática</b> b) <b>conceitual</b>	Objetivos subjetivos e pedagógicos a) Estruturação e promoção dos processos de aprendizagem; b) Introdução e desenvolvimento de conceitos.	Perspectiva integrativa (Blum & Niss) e demais desenvolvimentos da abordagem científico-humanista.	Teorias da Aprendizagem e teorias didáticas.
<b>Socio-crítica</b>	Objetivos pedagógicos como o entendimento crítico do mundo ao redor.	Perspectiva emancipatória	Abordagem Socio-crítica em sociologia política
<b>Epistemológica</b> Ou teórica	Objetivos orientados à teorização, por exemplo: a promoção do desenvolvimento de teorias.	Perspectivas científico-humanistas originadas nos trabalhos iniciais de Freudenthal.	Epistemologia Latina

E ainda uma perspectiva que pode ser caracterizada como uma meta-perspectiva:

<b>Nomenclatura da perspectiva</b>	<b>Objetivos centrais</b>	<b>Fundamentação</b>
<b>Modelagem Cognitivista</b>	Objetivos de pesquisa: a) Análise dos processos cognitivos que ocorrem durante o processo de modelagem e compreensão dos mesmos;  Objetivos psicológicos:	Psicologia cognitivista

	b) Promoção dos processos de pensamentos matemáticos pelo uso de modelos como imagens mentais e até mesmo figuras físicas, enfatizando a modelagem como um processo mental de abstração e/ou generalização.	
--	---	--

Os autores destacam ainda a crescente contribuição nas discussões sobre modelagem oriundas dos países de língua latina (dentre os quais o Brasil se inclui), ressaltando que há nesses estudos, uma maior concentração de interesses de pesquisa ligados à teoria antropológica da didática, sob os auspícios da praxeologia matemática de Chevallard, da abordagem centrada no contrato didático de Brousseau, e ainda uma abordagem mais realística, ali chamada de “abordagem externa da matemática”. (KAISER & SRIRAMAN, 2006, p. 305).

Ou seja, as diversas correntes indicam que a modelagem matemática permite que os estudantes possam refletir e criticar o mundo social através da ferramenta matemática, e esse processo se dá pela mediação do professor.

Essa nova característica incorporada ao trabalho do professor é sob nosso ponto de vista uma das mais fortes tendências da educação nesse século. Uma vez que as tecnologias estão cada vez mais presentes e sua interface de complexidade diminuída à exaustão para torná-la cada vez mais intuitiva e de fácil manipulação, o professor não precisa mais exercer o papel de disseminador da informação – como preponderou durante toda a nossa história até o século XX; está superada a fase da restrição ao acesso aos conteúdos, tanto por meio da disseminação das mídias eletrônicas quanto pela universalização da distribuição governamental de livros didáticos, conforme já citamos anteriormente.

Ao público de professores e a outros interessados faltam uma maior circulação e contato com relatos de experiências de Modelagem Matemática em sala de aula, é em linhas gerais, o que afirma Jonei C. Barbosa (2001) ao concluir

que (é) preciso potencializar este fluxo de pesquisas em Modelagem, não se limitando ao relato de experiências, com vista a produzir compreensões teóricas, como a perspectiva esboçada neste artigo, que visem à própria experiência. (BARBOSA, 2001b, p.11).

Essa tarefa importante, no caso específico do Brasil, passa pela produção de materiais didáticos de apoio, notadamente de livros-texto como os que fazem parte do conjunto sugerido pelo PNLD, e na ampliação de seu enfoque e abordagem que contemplem a resolução de situações-problema que favoreçam a aceitação da matemática pelos estudantes como um instrumento de facilitação e pertinência para suas vidas.

No mundo todo, diversos pesquisadores e estudiosos se debruçam atualmente sobre as melhores práticas de modelagem matemática que resultem nesses objetivos de inserção do estudante no papel de protagonista da construção do próprio conhecimento. Podemos ver com facilidade e clareza esse fato ao verificarmos a quantidade de inscrições e trabalhos apresentados no evento tetranual e multinacional organizado pelo *The International Congress on Mathematical Education (ICME)*, cuja última reunião foi realizada em 2012 na cidade de Seul, Coréia do Sul. No grupo de discussões do evento dedicado à modelagem matemática em comunhão com as aplicações (DG 14: Modelagem Matemática em conceituações aplicadas ao mundo real<sup>27</sup>), destacou-se como objetivo e razão de discussões a constatação de que

Nos últimos anos, o adquirir proficiência em matemática recebeu notável atenção (RAND, 2003; National Research Council [NRC], 2001). E que estratégias úteis, apropriadas, práticas e efetivas que possam ser desenvolvidas e utilizadas para melhorar a proficiência em matemática dos estudantes continuam sendo um enigma para educadores matemáticos. Essa necessidade urgente se tornou uma tarefa desafiadora para os educadores matemáticos que buscam estratégias baseadas em investigações como suporte para que os professores em sala de aula possam melhorar sua prática de ensino, conduzindo à proficiência estudantil. A Modelagem Matemática é um modelo de ensino baseado em pesquisa (LESH & ZAWOJEWSKI, 2007; NISS, BLUM & HUNTLEY, 1991) que constrói o entendimento conceitual e habilidades para resolução de problemas. A modelagem matemática também reflete os principais componentes de proficiência definido por estudos de investigação (HILL & BALL, 2004; NRC, 2001; RAND, 2003) como a compreensão conceitual, as habilidades

---

<sup>27</sup> DG 14: Mathematical Modeling in Connecting Concepts to Real World Application

computacionais, a resolução de problemas, o raciocínio matemático e disposição matemática. (ICME, 2012)<sup>28 29 30</sup>

Ao explorar as publicações acerca da Modelagem Matemática na Educação Matemática constatamos também que diversos autores sugerem o encaminhamento das atividades de Modelagem Matemática seguindo uma lógica de autonomia do estudante, conforme proposto por Almeida e Dias (2004).

Nele, as autoras definem em três momentos a forma de abordagem da Modelagem Matemática pelos estudantes: no primeiro momento a situação-problema é previamente estabelecida pelo professor, e só então é apresentada aos alunos; o segundo momento é aquele onde o professor sugere uma situação-problema já reconhecida, e os alunos, divididos em grupos, resolvem-na; o terceiro e mais importante momento ocorre quando os alunos conduzem todo o processo da modelagem matemática sendo apenas assessorados pelo professor; é nesse instante que se institui a autonomia e independência do estudante em produzir pesquisas, reflexões e conhecimentos, internalizando a modelagem matemática.

Ao desenvolver tais competências no estudante e permitir ao professor uma interface de trabalho que resulte em maior significação, a modelagem matemática se apresenta com uma valiosa estratégia pedagógica de ensino-aprendizagem, colaborando com o processo educacional ao envolver o estudante na condução do próprio aprendizado e construção consciente de seu conhecimento.

D'Amore (2007, p.286) distingue as figuras de exercício e de problema, explicando que a atividade de “utilizar regras e procedimentos já aprendidos, ainda que não consolidados” constituem a primeira classe, sendo meramente

---

<sup>28</sup> <http://www.icme12.org/sub/dg/Dgload.asp?tsgNo=14>

<sup>29</sup> In recent years, achieving mathematics proficiency has received notable attention (RAND, 2003; National Research Council [NRC], 2001). What useful, appropriate, practical, and effective strategies can be developed and used to enhance student proficiency in mathematics is still a puzzle to mathematics educators. This urgent need becomes a challenging task for mathematics educators seeking research-based strategies to support classroom teachers to enhance their teaching leading to student proficiency. The Mathematical Modeling is a research-based teaching model (LESH & ZAWOJEWSKI, 2007; NISS, BLUM & HUNTLEY, 1991) that builds conceptual understanding and problem solving skills. The mathematical modeling also reflects the core components of proficiency defined by research studies (HILL & BALL, 2004; NRC, 2001; RAND, 2003) --conceptual understanding, computational skills, problem solving, mathematical reasoning, and mathematical disposition.

<sup>30</sup> Tradução nossa.



um reforço didático. Biembengut (1996) classifica tal atividade como pré-modelagem. Pertencem ao segundo tipo – problema – aqueles desafios propostos para os quais ainda não se conhecem todas as regras e procedimentos, ou seja, a bagagem cognitiva do estudante não está plenamente formada e dele será necessário a aplicação de criatividade e vontade em resolvê-lo.

A situação-problema, segundo D'Amore (2007, p.287), “é uma situação de aprendizagem concebida de maneira tal que os alunos não podem resolver a questão por simples repetição de procedimentos e conhecimentos, mas pela formulação de hipóteses”. O autor salienta ainda a grande dificuldade em se usar dessa pedagogia aplicada, pois demanda conhecimento dos alunos e suas competências, suas possibilidades criativas e como motivá-los a persistir no desafio.

Se de um lado é necessário que a atividade seja bem estruturada, e prevista em detalhe, para o desenvolvimento do conteúdo matemático, de outro é bom que o aluno se sinta livre para usar seus recursos cognitivos e conhecimentos prévios. Ao ser instigado em sua curiosidade, o estudante passa a ser responsável pelo desenvolvimento dos conteúdos, valorizando a troca de ideias, concepções, informações, e promovendo discussões que produzirão a cada tempo, caminhos diferenciados para a satisfação da resolução da situação-problema.

Ele deve empenhar-se em tal atividade para que alcance a efetiva construção de seu conhecimento, pois nesse processo, segundo opina D'Amore (2007, p.80) o problema passa a ser *do* aluno, aceitando, portanto as consequências e responsabilidade sobre as hipóteses que busca validar. Esse processo é tratado por Brousseau como “devolução da situação”, ou seja,

é o ato por meio do qual o professor faz o aluno aceitar a responsabilidade por uma situação de aprendizagem (a-didática) ou de um problema e aceita ele próprio as consequências dessa transferência. (BROUSSEAU, 1986, *apud* D'AMORE, 2007, p.80).

Uma situação a-didática deve ser entendida como uma ideia que assume conscientemente não deixar clara a situação didática de aprendizagem, as orientações do professor vão no sentido de fazer pensar ao invés de esclarecer previamente o onde e o como chegar. A situação a-didática força o estudante ter um comportamento de cientista, buscando desenvolver aproximações sucessivas para solucionar os problemas propostos.

Nesse processo, o papel do professor é de mediador e arguidor das respostas alcançadas, promovendo a reflexão dos estudantes e sugerindo caminhos ainda não vislumbrados pelos mesmos. Pois, como já estudado por Perrin-Glorian, existem obstáculos claros ao sucesso dessa empresa, como a falta de estabilidade dos conhecimentos prévios, a falta de confiabilidade nas técnicas operatórias e a falta de capacidade de leitura global do que está sendo solicitado investigar. (PERRIN-GLORIAN, 1997, p.54-57, *apud* D'AMORE, 2007, p.82).

As situações-problema por terem a característica de se apresentarem como problemas abertos, suscitam a discussão e o diálogo, podendo se encaminhar para diferentes tipos de conclusão, pois essa pode ser variável, de acordo com o que é vantajoso segundo o ponto de vista dos envolvidos; portanto, nesse contexto, a matemática é vista como ferramenta de mediação e interlocução entre as partes. Os PCNs por sua vez afirmam que:

*Se por um lado a ideia de situação-problema pode parecer paradoxal, pois como o aluno pode resolver um problema se ele não aprendeu o conteúdo necessário à sua resolução?; Por outro lado, a história da construção do conhecimento matemático mostra-nos que esse mesmo conhecimento foi construído a partir de problemas a serem resolvidos. (BRASIL, 2012, p.84).*

Entendemos, assim como Macedo (2002, p.114), que as situações-problema se caracterizam por serem recortes de um domínio de conhecimento mais complexo, cuja interpretação, compreensão, realização, implicam na mobilização de recursos, tomadas de decisões e ativação de esquemas que favoreçam sua solução. Wedig et al. (2011, p.60), por sua vez, afirmam que inúmeros fenômenos só podem ser explicados admitindo-se sua complexidade,

devido aos múltiplos determinantes envolvidos, complementando este raciocínio ao afirmar que:

Nesse sentido, situações caracteristicamente complexas devem ser analisadas com base em uma visão ampla e com a interação de suas partes. Assim, para a elaboração de uma situação-problema, é necessário partir de um cenário com características tais que a situação (1) seja percebida como um problema; (2) seja suficientemente instigadora para despertar interesse para sua abordagem; (3) seja passível de múltiplas abordagens; e (4) seja percebida como algo importante e desafiador. (WEDIG et al., 2011, p.61).

Portanto, essas situações problemáticas se relacionam diretamente com nossa experiência de vida, como parte de nosso inter-relacionamento com as outras pessoas e grupos sociais nos quais estamos inseridos, seja em casa ou no trabalho, escola, igreja, e etc., em nossa realização de trabalhos e tarefas, em nosso enfrentamento dos conflitos.

Brandão (1995, p.73) situa a educação como uma prática social direcionada à formação de tipos de sujeitos de acordo com as necessidades de uma sociedade em um tempo histórico, inserindo-o na cultura determinada por essa. Essa visão do construtivismo social, segundo apontado por Kilpatrick, na “Didática da matemática” de D’Amore,

[...] “exalta o papel central do conflito cognitivo na construção do saber objetivo”, contrapondo o entendimento do “construtivismo ingênuo”, onde o conhecimento não é recebido passivamente, e o “construtivismo radical”, onde o sujeito constrói o conhecimento de forma ativa e o adapta, organizando seu próprio domínio de experiências. (D’AMORE, 2007, p.75).

Podemos estender o mesmo entendimento de Kilpatrick com relação à educação para o caso específico da matemática e, mais objetivamente, para a Modelagem Matemática.

Essas práticas sociais demandam do cidadão, imerso em sua comunidade, que apresente características e competências que o tornem

membro útil, desejado e valorizado pela mesma, de forma que sua participação se dê em plenitude. E ao desenvolver essas competências, o professor confere ao estudante a capacidade de ter participação ativa na sociedade contribuindo tanto para a própria evolução pessoal quanto para a comunidade à qual pertence.

Desenvolver competências para solucionar situações problemáticas é uma das preocupações trabalhadas por Perrenoud (2000) ao vislumbrar as dez competências desejadas para serem desenvolvidas pelos professores no transcorrer das aulas com os estudantes.

Considero válido salientar algumas dessas ideias de Perrenoud, que embora não sejam o foco principal dessa pesquisa, nos possibilitam situar a discussão. Destaco, portanto, três dessas ideias que me parecem muito significativas: organizar e dirigir situações de aprendizagem, administrar a progressão das aprendizagens e envolver os alunos em suas aprendizagens e em seu trabalho.

Trazendo mais luz a essas ideias, Perrenoud (2000) explicita que:

- Organizar e dirigir situações de aprendizagem são atividades que impelem o professor a se preparar para conhecer, para determinada disciplina, os conteúdos a serem ensinados e sua tradução em objetivos de aprendizagem. Permite também trabalhar a partir das representações dos alunos e trabalhar a partir dos erros e dos obstáculos à aprendizagem. Construir e planejar dispositivos e sequências didáticas e envolver os alunos em atividades de pesquisa, em projetos de conhecimento.

- Administrar a progressão das aprendizagens: permite por sua vez conceber e administrar situações-problema ajustadas ao nível e às possibilidades dos alunos. Permite ainda adquirir uma visão longitudinal dos objetivos do ensino, estabelecendo laços com as teorias subjacentes às atividades de aprendizagem. E dessa maneira, observar e avaliar os alunos em situações de aprendizagem, de acordo com uma abordagem formativa, podendo então realizar balanços periódicos de competências e tomar decisões de progressão.

- Envolver os alunos em suas aprendizagens e em seu trabalho: serve para suscitar o desejo de aprender, explicitar a relação com o saber, o sentido do trabalho escolar e desenvolver no estudante a capacidade de autoavaliação.

Promover a instituição de um conselho de alunos e negociar com eles diversos tipos de regras e de contratos, pois essa atitude os valoriza. E também oferecer atividades opcionais de formação, à *la carte*<sup>31</sup>, que promovam e favoreçam a definição de um projeto pessoal do aluno.

Com essas considerações em mente fica claro que o papel do professor é o de construir pontes entre o conhecimento estabelecido ao longo da história do desenvolvimento das diversas disciplinas e o futuro dos alunos, permitindo-lhes encontrar aplicações e novos desenvolvimentos, e com isso façam evoluir a própria ciência, bem como dar a eles a oportunidade de desenvolvimento social e humano, para que sejam catalisadores de avanços na sociedade.

A modelagem matemática se destaca nessa compreensão do ensino-aprendizagem, por permitir que esses valores tomem corpo. É uma estratégia natural de produção de pesquisa e exploração. Ela tem ganhado ao longo dos anos, diversos interlocutores que advogam sua característica de inserção social do indivíduo na comunidade, pela participação consciente e reflexiva da cadeia de ações agregadoras de valor sendo, terreno fecundo para o desenvolvimento das competências acima caracterizadas.

O processo de entendimento e compreensão das situações-problema passa pela escolha dos critérios e dados mais apropriados para analisar e desenvolver um raciocínio, que poderá fazer uso da matemática para sugerir melhores alternativas e direcionar as escolhas. Essa construção é reconhecida pela comunidade acadêmica como um modelo matemático. Nas palavras de Barbosa, temos que

um modelo matemático não é formulado como um fim em si mesmo, mas para resolver um problema. Sendo assim, a partir do modelo matemático, elabora-se um problema que será, se possível, resolvido pelas teorias matemáticas conhecidas. A solução é trazida de volta para a situação real para ser interpretada. Se possível, pode-se “validar” com os dados empíricos. Procura-se verificar o significado e a acuidade da solução obtida na situação-problema. Se for julgada satisfatória aos propósitos do modelador, os resultados são comunicados; se não, retorna-se ao trabalho realizado, verificam-se

---

<sup>31</sup> A expressão à *la carte* é um empréstimo linguístico do francês moderno cujo significado é "de acordo com o menu", sendo utilizado normalmente para se referir a um modelo de vendas, onde os clientes podem selecionar componentes individuais para a compra em vez de serem obrigados a comprar pacotes pré-definidos.

os cálculos, as relações estabelecidas ou as simplificações realizadas no início do processo. (BARBOSA, 2001a, p.14).

Cifuentes e Negrelli (2007) explicitam que no processo de problematização rumo à obtenção do modelo matemático, ocorre o recorte de uma representação deste, a partir da realidade original que se traduz por meio de hipóteses e aproximações simplificadoras. A chamada “realidade intermediária”, fruto desse recorte, é quem será objeto do estudo e matematização. Essas simplificações, denotadas como pressupostos, aproximam o objeto de uma situação-limite, que simplifica a obtenção do modelo e a realização dos cálculos.

Ilustrativamente podemos pensar no estudo de balística, com uma turma iniciante de física no Ensino Médio: para determinar a trajetória de um projétil podemos para fins escolares simplificar a modelagem admitindo nesse estudo inicial que a gravidade não influencia o movimento, que o ar não faz atrito dificultando o mesmo movimento, que o próprio projétil é um ponto material, etc. – todas essas situações-limite – mas que permitem que o foco da pesquisa se restrinja ao estudo da influência do ângulo de tiro e da velocidade inicial, por exemplo.

### 3.2 MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Com o exposto até o momento vemos então que a modelagem matemática como estratégia de ensino pode auxiliar no alcance daquelas três metas eleitas pelo PCN+ para serem atingidas com o auxílio da matemática: representação e comunicação; investigação e compreensão; e contextualização das ciências.

Vimos que o público-alvo a quem se destina o Ensino Médio é o jovem, e por “jovem” tomam-se homens e mulheres com idades entre 14 e 29 anos; Vimos também que a LDB considera como função do Estado prover a juventude com a educação básica, da qual o ensino médio é sua terceira e final

etapa, e que a idade apropriada para que ocorra essa educação é dos 14 aos 17 anos. E também tratamos de comparar a atuação do Brasil frente ao tema da educação juvenil em relação a outros países da comunidade internacional, muitos deles menos prósperos que o nosso.

Percebemos que a educação pode ser efetivada pela interação entre o professor e o educando, cabendo a ambos participar do processo.

O ensino-aprendizagem é um fenômeno decorrente do processo de comunicação entre mestre e estudante; e aqui quero distinguir o mestre do professor no sentido que as experiências de aprendizagem que nós seres humanos vamos tendo no decurso de nossas vidas, podem ocorrer não apenas em um ambiente escolar, este sim um recorte do conjunto das experiências possíveis por contemplar apenas um período de nossa existência e, portanto, não dependem exclusivamente de serem ensinados por um profissional-professor, um alguém incumbido profissionalmente de ministrar conhecimentos oriundos do processo civilizatório que se deseja perpetuar e dar continuidade, sob uma perspectiva científica, política e sociológica.

O mestre se diferencia no sentido de poder ser simplesmente um ente que detém um tipo de conhecimento e que é capaz de comunicá-lo, em situações de aprendizagem que vão muito além da fronteira delimitada pelos muros escolares. Os primeiros mestres são os pais; e também os irmãos, os parentes, os vizinhos, os colegas, enfim, todos aqueles que fazem parte dos grupos sociais que tornarão o indivíduo partícipe da sociedade.

O estudante, por sua vez, queremos distanciá-lo da figura de “aluno”, algo que a concepção grega nos apresenta como “sem luz”, alguém que, imerso na ignorância dos conhecimentos e fatos, não é capaz de ter concepções, ideias, impressões e opiniões próprias. Essa visão clássica do aluno como “de uma folha de papel em branco, onde se pode escrever o que bem se quiser” é, segundo nossa perspectiva, equivocada e simplista.

Preferimos nos referir àquele que aprende como estudante-aprendiz ou, por simplificação, apenas estudante. O “ser estudante” já transfere ao indivíduo responsabilidades pela própria formação, pela busca do entendimento dos diversos conhecimentos e ensinamentos que as muitas experiências de aprendizagem lhe colocarão à mercê, desde a primeira infância até a velhice.

Nesse ponto então, fica claro que a relação professor-estudante é privilegiada, pois existe a intencionalidade da comunicação e da experimentação conjunta, de uma gama de ensinamentos baseados na convivência e mútua aceitação, criando uma empatia que permite a transferência de tecnologia e conhecimento, simbioticamente e adaptavelmente, buscando se ajustar conforme os padrões de comportamento social, submetidos previamente às expectativas do que se deseja aprender e ensinar. Essa submissão social hoje é representada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Essa relação privilegiada que queremos reproduzir no ambiente escolar, a relação de professores e estudantes, nada mais é que essa relação mestre-aprendiz, onde cada um entende que o outro ali está para buscar conjuntamente uma melhor forma de comunicar, discutir, formular, conversar, filosofar, matematizar e compreender a realidade a que estamos inseridos, sob uma perspectiva de entendimento mais próxima, tanto de uma parte quanto de outra; que mesmo as disparidades de visões de mundo distintas não precisam ser conflituosas e belicistas, mas que dessa interação é que podemos fazer do mundo um lugar melhor para se viver e fazer evoluir a sociedade.

Não cabe, portanto, o paradigma do aluno: o ente sem opinião, sem ideias, sem concepções, sem perspectivas, um alguém amorfo e disforme a ser instruído e moldado pela escola e pela sociedade que a ela dá sustentação; o estudante é um indivíduo imerso nessa sociedade, partícipe e influente nos valores e construtor da realidade que o cerca, e dessa maneira, portador de conhecimentos, de valores sociais, políticos, morais, religiosos que estão em franco processo de desenvolvimento e formação, precisando objetivamente de esteio, sustentação e solidez, à que o professor será incumbido de transmitir através de seus conhecimentos e sabedoria acumulada.

Essa tratativa de entender o conhecimento acumulado pelo estudante no decorrer de sua experiência de vida pré-escolar (no sentido dessa ser anterior à frequência à escola) permite compreender os indivíduos de maneira mais acertada e próxima do entendimento de que, o processo de aprendizado é uma construção permanente e paulatina, que permite usar a propriedade unidirecional da continuidade do tempo para perceber que o conhecimento



adquirido empiricamente não permite volta, uma vez apreendido ele se torna parte constituinte daquele ente que o desencadeou.

Desencadear processos de ensino-aprendizagem é o que de melhor faz a Modelagem Matemática, pois se vale de conhecimentos prévios para construir saberes novos. Essa inteligência da Modelagem Matemática que permite aproveitar, o que já se domina para interpretar novas situações-problema e propor avanços, como sugerido por Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.127), justifica maneiras mais vantajosas de se realizar estudos de caso e com isso, ampliar o leque de ferramentais matemáticos com significado para o estudante, o que revela ser a Modelagem Matemática uma estratégia valiosa para o processo educacional de ensino-aprendizagem.

A orientação do PCN vai ao encontro do que propomos, ao apresentar informações que corroboram com nossa visão, onde textualmente lemos que

Em anos recentes, os estudos em educação matemática também têm posto em evidência, como um caminho para se trabalhar a Matemática na escola, a ideia de *Modelagem Matemática*, que pode ser entendida como a habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. (BRASIL, 2006, p.85).

Assim, podemos notar que a Modelagem Matemática é apontada pelo PCN como uma habilidade de fazer dialogar os problemas da realidade com as soluções propostas pela matemática, traduzindo de uma linguagem coloquial para uma linguagem da ciência matemática. A situação-problema então é transformada em uma relação matemática, solucionada e novamente traduzida para a linguagem do cotidiano.

Reconhecer a matemática como uma linguagem e a Modelagem Matemática como uma estratégia de tradução, é um pensamento muito inovador que o PCN apresenta, mostrando que o campo conceitual matemático e suas didáticas estão em processo de evolução constante e permanente e que diante de novos desafios como a incorporação das populações com seus aspectos pluriculturais traz consigo dilemas e oportunidades de fazer a interação de vivências e comunhão de conhecimentos.

Podemos olhar os conteúdos matemáticos do Ensino Médio, procurando entendê-lo sob três aspectos que denominaremos conceitual, técnico e aplicativo.

O conceitual diz respeito à compreensão individual e ao significado que o aluno adquire sobre um assunto, uma vez que conceituar significa, entre várias possíveis alternativas de entendimento, a capacidade de representar e conceber uma ideia ou noção geral abstrata de uma realidade.

Para conceito, procuramos ver a definição dada por Japiassu que diz

conceito (lat. *conceptum*: pensamento, ideia) 1. Em seu sentido geral, o conceito é uma noção abstrata ou \*ideia geral, designando seja um objeto suposto único (ex.: o conceito de Deus), seja uma classe de objetos (ex.: o conceito de cão). Do ponto de vista lógico, o conceito é caracterizado por sua extensão e por sua compreensão. 2. Para Kant, o conceito nada mais é do que uma encruzilhada de juízos virtuais, um esquema operatório cujo sentido só possuiremos quando soubermos utilizar a palavra em questão. Ele distingue: a) os conceitos a priori ou puros (as categorias do entendimento): conceito de unidade, de pluralidade, de causalidade etc.; b) os conceitos a posteriori ou empíricos (noções gerais definindo classes de objetos): conceito de vertebrado, conceito de prazer etc. 3. Em seu estilo matemático, o conceito é uma noção de base que supõe uma definição rigorosa (ex.: o conceito de círculo: figura gerada por um segmento de reta em torno de um ponto fixo). Nas ciências experimentais, o conceito é uma noção que diz respeito a realidades ou fenômenos experimentais hem determinados (ex.: o conceito de peso, o conceito de ácido etc.) 4. Termo chave em filosofia, o conceito designa uma ideia abstrata e geral sob a qual podemos unir diversos elementos. Só em parte é sinônimo de ideia, palavra mais vaga, que designa tudo o que podemos pensar ou que contém uma apreciação pessoal: aquilo que podemos pensar de algo. Enquanto ideia abstrata construída pelo espírito, o conceito comporta, como elementos de sua construção: a) a compreensão ou o conjunto dos caracteres que constituem a definição do conceito (o homem: animal, mamífero, bípede etc.); b) a extensão ou o conjunto dos elementos particulares dos seres aos quais se estende esse conceito. A compreensão e a extensão se encontram numa relação inversa: quanto maior for a compreensão, menor será a extensão: quanto menor for a compreensão, maior será a extensão. (JAPIASSU, 2006, p.43)

e optamos por usar como significado o sentido mais filosófico e amplo de ser uma ideia geral e abstrata sob a qual podemos unir diversos elementos que lhe caracteriza.

O aspecto técnico dos conteúdos matemáticos envolve o uso adequado da linguagem, da notação, dos algoritmos.

Já o aspecto aplicativo dos conteúdos matemáticos traz o desafio de mobilizar os conhecimentos adquiridos para compreender determinadas situações ou resolver problemas oriundos de outras áreas e também oriundos da própria matemática. Este aspecto está ligado às competências previstas nos PCN.

Um ensino que enfatize um desses aspectos em detrimento dos outros estaria privando o estudante do acesso ao conhecimento matemático.

Tratar de conceitos matemáticos pressupõe trazer à tona a discussão sobre qual é o sentido e qual o significado que se buscam relacionar quando queremos aprender um certo conceito. A ideia de sentido está muito ligado à subjetividade dos indivíduos, devido à sua história e suas experiências, sua visão de mundo e a maneira como traduzem para si a realidade que lhe cercam, seu conjunto de valores emocionais, éticos, sociais, religiosos, educativos, que conferem uma variedade de conotações que as palavras podem representar. Uma mesma palavra pode possuir sentidos diferentes conforme a situação na qual é empregada.

A ideia de significado é mais ampla, nas palavras de Brito e Almeida (2005) trata-se de estabelecer as relações entre a subjetividade da percepção do sujeito com a sua representação em um campo mais amplo, ou seja conforme uma intersubjetividade. O conceito assim é formado por um sentido a ele atribuído e um significado construído pela sua interação.

As funções matemáticas, por exemplo, possuem conceitos que evoluem conforme a visão dominante na comunidade matemática ao longo do seu desenvolvimento enquanto conteúdo. Atualmente a mais presente é a concepção clássica baseada nas percepções de Euler, que visava uma ampla compreensão das funções, que fossem tão genéricas quanto o possível para se estenderem a diversos tipos de situações e fundada numa linguagem matemática que mantivesse coesão entre as ideias nela ensejadas (BOTELHO, 1992). Há nela implícita uma valorização do aspecto formal apresentado como

conjunto de pares ordenados, segundo também apontam Brito e Almeida (2005).

A ideia intuitiva de função se assenta nas relações de duas grandezas variáveis, onde ao se alterar uma dessas grandezas acarreta a variação da outra grandeza (ditas: variável independente e variável dependente). Um exemplo simples disso é pensar que a área de um muro depende das medidas de cada um dos lados de sua geometria – extensão e altura do mesmo. Assim, seu perímetro é uma função da soma de cada um dos lados que estabelecem o limite do terreno que se deseja murar. Essa relação pode ser associada a uma sentença matemática que expresse essa dependência; nesse caso teríamos que o perímetro ( $P$ ) corresponde a soma da medida de seus lados ( $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ ) e a expressão matemática que a representa seria:  $P = l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_n$ .

É comum encontrarmos em livros didáticos a explanação desse mesmo conceito apresentado por meio de conjuntos numéricos e por meio de expressões algébricas. Uma interpretação possível usando a teoria de conjuntos é associar elementos que pertencem a um conjunto com elementos que pertencem a outro conjunto. O primeiro conjunto é que determina se haverá ou não o estabelecimento de uma função entre os dois, e por isso a ele é atribuído o papel de dominar a relação, sendo conhecido como “Domínio da função” ou simplesmente “domínio”<sup>32</sup>; Se for possível estabelecer uma regra de associação que leve todos os elementos do domínio a encontrarem apenas um representante no outro conjunto (associação de cada elemento do domínio com um elemento do outro conjunto), e a esse representante denominaremos de “imagem”, podemos então dizer que existe uma função entre os elementos dos dois conjuntos.

Normalmente quando os conceitos acima são apresentados aos educandos, os mesmos são explorados com grande importância e relevo, acrescentando-se detalhes como contradomínio, notação formal extensa, respostas com o uso de conjunto solução, entre outros elementos, e que dificultam o aprendizado nesse momento pelo excesso de detalhamento, sendo que muitas vezes, não serão continuados a serem trabalhados nas próximas unidades de estudo, perdendo-se um precioso instante de *insight* e reflexão

---

<sup>32</sup> Outras designações possíveis para o domínio incluem: campo de definição, campo de existência da função, etc.

pelo aluno.

Essa opção de deixar de lado algumas das particularidades do que se estuda quando tratamos de funções diminui seu entendimento como um todo, restando apenas a fixação de algoritmos e a tentativa de estabelecer alguma relação entre o gráfico e uma tabela de valores aplicados ao algoritmo. É comum vermos estudantes que confundem a posição dos eixos quanto a serem representativos da variável dependente ou independente, um reflexo da falta de compreensão entre a relação de dependência envolvida.

Ao procurarmos desenvolver com os estudantes o raciocínio matemático buscamos na realidade oferecer meios para que eles possam formular questões e verificar se a elas existem respostas, criar hipóteses e testar sua validade, generalizar soluções, apresentar modelos e exemplos em favor ou contrários a uma determinada situação, desenvolver enfim uma lógica dedutiva que justifique seus pensamentos e juízos próprios.

Os PCN do MEC recomendam que se busque evitar aplicação direta de fórmulas, regras desprovidas de explicações, exercícios repetitivos e memorização direta, buscando-se sempre um valor formativo agregado pela consolidação de conceitos e desenvolvimento de competências matemáticas.

Dessa forma, a apresentação que se faz dos conteúdos prioriza a apreensão dos conceitos e dos conhecimentos por meio do “fazer matemático”, por processos que valorizem a investigação e dedução das regularidades que as diversas situações didáticas, das relações diretas e objetivas entre professor, estudantes e conteúdo, em matemática podem propiciar. Viabilizar esse entendimento é possível e conforme apregoa os PCN+ vemos que

...os estudos em educação matemática também têm posto em evidência, como um caminho para se trabalhar a matemática na escola, a ideia de Modelagem Matemática, que pode ser entendida como a habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando em linguagem do mundo real. (BRASIL, 2006, p. 84).

Assim vemos como perfeitamente plausível a possibilidade de se desenvolver um trabalho onde o conteúdo das funções matemáticas pode ser aprimorado pelo uso da modelagem. Veremos no capítulo 5 desse nosso estudo que as funções ocupam um papel de relevância e destaque dentre os conteúdos que fazem parte do ensino de matemática no Ensino Médio, ocupando no primeiro ano a maior parte do currículo.

Buscando sempre ter em mente que o ensino deve privilegiar a contextualização e a transposição didática, o ensino de funções torna-se mais efetivo quando as situações-problema são direcionadas a desenvolver os diversos aspectos envolvidos ao conduzir seu solucionamento, formulação de modelos, verificação das hipóteses, enfim, realizar o processo de modelagem, finalizando com a verificação dos resultados aferidos.

### 3.3 LIVRO DIDÁTICO E MODELAGEM MATEMÁTICA

Através da consulta e leitura dos livros didáticos ofertados pelo PNLD para o triênio (2012-2013-2014), pudemos verificar que não existem atividades claras de Modelagem Matemática presentes nos mesmos. Em nenhuma das obras analisadas percebemos, tampouco, que outras modalidades metodológicas diferenciadas da prática expositiva tradicional ficou evidenciada.

No entanto, é possível identificar diversos exercícios, entre os resolvidos e os propostos, que possuem a capacidade de serem transformados em situações-problema das quais podem se originar modelagens matemáticas.

Entendemos o livro didático como recurso tecnológico por se tratar de um avanço histórico na transmissão do conhecimento, ao separar os conteúdos mais necessários e básicos para a formação acadêmica do estudante. Apesar do repúdio ao tecnicismo oriundos da imposição ideológica dos governos autoritários do século XX em nosso país, o livro didático pode ser usado de maneira a contribuir para a horizontalidade do ensino.

Horizontalidade do ensino aqui tomamos com o sentido de termos garantido um ensino de conteúdos similares para toda uma região geográfica, pois ainda ocorrem migrações internas e a falta de uma direção regional do

ensino, pode prejudicar sobremaneira os educandos no processo de aprendizado.

Pode-se até mesmo criticar os livros didáticos escolhidos e aprovados pelo PNLD, afirmando serem apenas algumas coleções e autores recomendados, e somente algumas editoras e gráficas usufruam das prerrogativas legais para a participação nas licitações do MEC por terem reconhecimento público nesse mercado editorial; todavia não há como não reconhecer que os critérios utilizados para a aprovação dos livros didáticos buscam ser transparentes e objetivos, e que proporcionam a possibilidade de conferir um elevado grau de confiabilidade ao avaliar a qualidade do conteúdo dos mesmos, também se reconhece que em algumas perguntas presentes na ficha de avaliação das coleções, ainda restam espaços para subjetividades e posicionamentos teórico-políticos dos avaliadores.

A equipe avaliadora, escolhida pelo MEC, é formada por pesquisadores com ampla experiência em pesquisas, buscando assim aproximar a pesquisa da ação pedagógica. O livro didático visto sob esse prisma pode se tornar um recurso extra para aprofundar as discussões educacionais em medida que se torna peça chave para o ensino.

Mais que ferramenta ou instrumento de ensino, o livro didático é um recurso didático que pode ser explorado com vistas a fomentar a reflexão e consolidação das experiências educativas e sociais.

Não se trata de utilizar um livro didático inovador, mas de inovar no uso do livro didático ofertado pelo PNLD, valorizando as estratégias pedagógicas descritas na LDB e PCNs, das quais nosso destaque é a Modelagem Matemática, mas também da qual fazem parte a História da Matemática, a Resolução de exercícios, a Etnomatemática, etc.

Mantovanni (2009) reafirma em sua dissertação a importância do livro didático, destacando sua proeminência junto aos docentes, como fonte de pesquisa, ao valorar que

é inegável que o material didático, especial o livro, seja um instrumento importante para o trabalho do professor. Por conta disso, o livro didático tem representado um papel significativo no processo de ensino-aprendizagem. Entre os professores, há tanto os que têm nele seu único material de trabalho, quanto os

que o utilizam apenas como apoio às suas aulas nas atividades escolares, mas, mesmo assim, não chegam a abrir mão dele.

incluindo-o como mediador entre o conhecimento e a sua aplicação escolar enquanto uma das formas de tecnologia de ensino,

Deste modo, podemos considerar o livro didático um material básico para a metodologia de ensino praticada nas salas de aula. Ao analisar textos que focalizam o tema livro didático, Oliveira; Guimarães e Bomény (op. cit., p.25) ressaltam um ponto que “é a valorização do livro como instrumento essencial, como **tecnologia educacional básica**” [grifo nosso],

ainda destaca ser ele um elemento organizador da execução do conteúdo curricular, facilitando o planejamento de aula e as sequências didáticas nele inseridas (conforme disponibilidade), concluindo por fim que em muitos casos não apenas os discentes mas também os docentes possuem apenas esse recurso como forma de acessibilidade à educação e cultura,

A importância do livro didático na prática pedagógica diária também está relacionada ao fato de ele fazer a sistematização dos conteúdos que devem ser trabalhados em classe e de ser instrumento de apoio para o professor e suporte teórico e prático para o aluno.

Prova disso é que, se considerados a extensão e os aspectos econômicos do nosso país, é possível verificar casos em que o livro didático é a única referência bibliográfica ou de leitura recente acessível aos alunos. (MANTOVANNI, 2009, p. 22).

o livro didático é portanto um vetor educacional que ultrapassa sua dimensão e esfera de influência originalmente pensado para o contexto escolar para se tornar também um elemento disseminador dos conhecimentos preconizados como necessários para a formação intelectual dos cidadãos.



## 4 UMA PESQUISA DOCUMENTAL

### 4.1 ASPECTOS METODOLÓGICOS

A análise documental constitui uma técnica importante na pesquisa qualitativa, seja complementando informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema (LÜDKE e ANDRÉ, 1986). Optamos por realizar este tipo de estudo uma vez que nossas fontes de dados são documentos oficiais públicos e materiais didáticos que analisamos com o intuito de interpretar informações contidas neles e atribuir-lhes significado no contexto da produção desta dissertação.

Para a realização das análises primeiramente consultamos o Guia de Livros Didáticos de Matemática para o Ensino Médio (BRASIL, 2011) no qual pudemos identificar as coleções indicadas. Nesse guia consta uma descrição de cada coleção no que diz respeito à divisão da obra por conteúdos.

Para a avaliação das obras no PNLD 2012 dividimos os tópicos da Matemática do ensino médio em seis campos: números e operações; funções; equações algébricas; geometria analítica; geometria; estatística e probabilidades. Vale lembrar que essa classificação, adotada para nossa análise, não é a única possível. (BRASIL, 2011, p.18)

Além dessa descrição acerca dos conteúdos há análises relativas à quantidade de páginas, quantidade e perfil dos exercícios e incentivo ao uso de materiais, recursos didáticos e contextualização e o manual do professor.

Por meio dessa fonte de pesquisa também foi possível conhecer os encaminhamentos metodológicos propostos em cada coleção uma vez que:

essa análise inclui diversos aspectos: a estratégia de apresentação e sistematização dos conteúdos; o tipo de participação dos alunos que a obra busca promover; as

competências que se procuram desenvolver; os recursos didáticos utilizados; os tipos de atividades propostas; (BRASIL 2011, p.39)

e de modo especial, se é indicada a modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem.

O Guia ainda indica que “observa-se a sistematização, algumas vezes apressada, dos conteúdos, acompanhada de exercícios resolvidos que servem como modelos a serem seguidos” (p.39), concluindo que essa característica dificulta as tentativas do professor conduzir aulas nas quais os alunos pensem, discutam possíveis soluções e reconheçam a necessidade de ampliação dos conhecimentos.

No quadro a seguir podemos ver a caracterização das metodologias verificadas pelo Guia do PNLD:

**Quadro 1** – Caracterização da metodologia das obras aprovadas no PNLD 2012

ESTRATÉGIAS	25042	25116	25117	25121	25122	25125	25133
Introduzir os conteúdos por explanação teórica, seguida de atividades resolvidas de cunho aplicativo e exercícios.			X				
Introduzir o conteúdo apresentando um ou poucos exemplos, usados para fazer generalizações que levam à apresentação sistematizada dos conteúdos.	X						
Iniciar por atividades propostas, e, logo em seguida, apresentar os conteúdos sistematizados, sem dar oportunidade ao aluno de tirar conclusões próprias.		X		X			
Iniciar pela apresentação de textos que contextualizam histórica ou socialmente o conhecimento e contribuem para motivar a sistematização do conteúdo, seguida de novos problemas resolvidos e propostos.					X	X	X

Nota-se que as três primeiras estratégias metodológicas correspondem às tradicionais aulas expositivas, com variações quanto à ordem com que se concebe a melhor abordagem de ensino. O foco nessas estratégias é a atuação expositiva do professor. Somente a última apresenta um viés de reconhecimento sociológico do aprendizado, muito distante do que se espera que seja uma metodologia focada no aluno.

Embora o PCN+(2006) indique a necessidade de se utilizar de novas metodologias de ensino, de novas estratégias e material de apoio, “de metodologias alternativas que atendam interesses individuais, coletivos e de ações de alcance comunitário ou social” (p.140), e que deixe claro que uma dessas metodologias é a modelagem matemática a ser empregada no Ensino Médio (p. 115 e 117), conforme já colocamos anteriormente, no Guia de Livros Didáticos tal indicação não é contemplada como uma categoria explícita. Isso pode ocorrer devido a diferença de enfoque no entendimento do que é uma metodologia e o que é a disposição de conteúdos no livro texto, a qual chamamos de sequência didática.

A respeito da contextualização o Guia indica como principal indício a presença de figuras e gráficos, pertinentes e atuais como desejáveis, fatos esses verificados positivamente em quase todas as coleções sobre os tópicos funções, espelhos parabólicos, juros compostos e decaimento radioativo, e que “algumas vezes são apresentadas modelagens matemáticas de situações artificiais.” (BRASIL, 2011, p. 43).

Sobre o manual do professor, o guia discorre afirmando que “é fundamental que contenha orientações e sugestões relacionadas com as atividades que compõem a obra, particularmente, com as questões didáticas associadas a elas” (BRASIL, 2011, p. 44), lembrando que este deve ter flexibilidade suficiente e indicações de como adequar o uso do livro ao Projeto Pedagógico da escola.

Entendemos que exercícios contextualizados não constituem uma atividade de modelagem matemática uma vez que esta, na perspectiva que a concebemos, pressupõe a exploração de uma situação real, diferentemente daqueles exercícios baseados em situações artificiais. Ainda dessa maneira, mesmo em sua artificialidade, tais exercícios têm o potencial para incitar o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática genuínas.

Após explorarmos o Guia, partimos para a exploração dos sumários dos livros de cada uma das coleções, buscando fazer um reconhecimento dos conteúdos expostos e das sequências de exposição. De modo especial, atentamos para o conteúdo “Funções” e àqueles que o antecedem, pois esse tópico é considerado um “conteúdo estruturante” pelo Guia do PNL D. Vimos que esse conteúdo é tipicamente explorado no volume 1 das coleções. Nos

demais volumes o mesmo reaparece para dar suporte e/ou permitir um aprofundamento de outros conteúdos como, por exemplo, funções trigonométricas, funções polinomiais e complementos de álgebra.

Inicialmente, nosso propósito era explorar a parte do livro que abordava o conteúdo Funções, visando detectar se a Modelagem Matemática é sugerida como uma estratégia de ensino e aprendizagem para esses conteúdos. No entanto, por razões já expostas na introdução, decidimos direcionar nosso estudo aos manuais para o professor.

Os livros didáticos indicados pelo PNLD – 2012 foram aqui designados de coleções e organizados conforme sua apresentação no Guia de livros didáticos do PNLD 2012 - Matemática pelas letras de A a G, sendo que corresponde:

Coleção A	Conexões com a Matemática
Coleção B	Matemática: contexto e aplicações
Coleção C	Matemática – Paiva
Coleção D	Matemática: ciência e aplicações
Coleção E	Matemática – ciência, linguagem e tecnologia
Coleção F	Matemática – Stocco & Dinis
Coleção G	Novo olhar

Ao realizar a leitura desses livros didáticos notamos de pronto que cada coleção tem uma designação própria para a parte do livro dedicada às orientações e sugestões pedagógicas para os professores, ora chamando de “Manual do Professor”, “Guia didático do Professor”, “Manual pedagógico para o professor”, “Suplemento com orientações para o professor”, etc. Intitulamos o resultado da análise de cada uma das sete coleções, utilizando a denominação adotada pelos autores e editora para seus manuais do professor. Notamos ainda que todas as coleções possuem também a similitude de dividirem em duas partes o referido manual, sendo a primeira parte dedicada às generalidades da coleção e repetida em todos os volumes, e a segunda parte dedicada às especificidades dos conteúdos de cada volume.

Optamos por explorar a parte geral dos manuais do professor, realizando a identificação e transcrição das frases em que constatamos a presença explícita de modelagem – pela verificação simples de palavras que indicam essa estratégia de ensino – ou que estivessem implicitamente descritas, na forma de alusões a diferentes momentos do processo de Modelagem Matemática, e às ideias que norteiam a realização dessa estratégia de ensino. Compreendemos que para a classificação implícita está presente certo grau de subjetividade oriunda da análise do pesquisador, um outro pesquisador poderia classificar outras frases como também relacionadas à Modelagem Matemática, bem como, discordar de algumas das escolhas de sentenças, frases e parágrafos que tomamos como representativas dessa estratégia de ensino.

Precede cada uma das tabelas, um título que se refere à coleção a quem as sentenças correspondem, e estas foram organizadas, de modo que na primeira coluna figuram as frases selecionadas, antecedidas pelo número da página onde tal citação pode ser encontrada no manual do professor; a segunda coluna corresponde a classificação quanto ao tipo de apresentação que a frase remete em relação à aplicação de Modelagem Matemática. Também, deixamos indicado em que seção do manual do professor a frase está contida indicando subtítulos, visando manter, ainda que parcialmente, a contextualidade das afirmativas.

Cada uma das sete coleções foi explorada e suas frases compiladas e tabuladas, conforme apresentamos a seguir, em tabelas independentes, que porém respeitam a mesma classificação já apresentada, e que se completam com uma análise desses dados, oferecida logo ao final de cada tabela.

## 4.2 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

### 4.2.1 COLEÇÃO A: Guia do professor

Frases selecionadas	Modelagem Matemática
---------------------	-------------------------

<i>Subtítulo:</i> Pressupostos teóricos e objetivos da coleção	
p.6 – “A dimensão social que explicita os múltiplos usos que a sociedade faz das explicações matemáticas e os principais valores de controle e progresso que se desenvolvem com sua aplicação é claramente identificada nos exemplos que sobressaem de imediato, por exemplo nos campos da estatística, da matemática financeira, das medidas ou da modelagem de fenômenos naturais e sociais.”	Explícita
p.6 – “Essa dimensão cultural do currículo científico é contemplada na solução de problemas e nas tarefas de investigação, que têm como objetivo reproduzir algumas atividades dos matemáticos, com destaque para a formulação de hipóteses e conjecturas e à reflexão sobre elas, assim como a comunicação escrita de experimentações e de possíveis conclusões.”	Implícita
p.6 – “usar o conhecimento matemático como uma das ferramentas de leitura, interpretação e análise da realidade.”	Implícita
p.6 – “estabelecer relações entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e outras áreas do conhecimento e da vida cotidiana.”	Implícita
<i>Subtítulo:</i> Organização e estrutura da obra	
p.7 – “Assim, no decorrer da coleção, são apresentadas situações contextualizadas e de caráter interdisciplinar que permitem conexões entre conhecimentos matemáticos e destes com dados do cotidiano e de outras áreas do conhecimento.”	Implícita
p.8 – “Para contextualizar o assunto a ser desenvolvido, fica a critério de o professor explorar a imagem de abertura procurando estimular a discussão inicial de algum dos tópicos envolvidos.”	Implícita
P.8 – “Em cada capítulo, as atividades propostas procuram desenvolver a representação e a comunicação, a investigação e a	Implícita

compreensão, e apoiam-se sempre que possível, na contextualização sociocultural.”	
<p>p.8 – “Quanto à investigação e compreensão, há atividades que incentivam os alunos a desenvolver as capacidades de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar dados significativos de um problema;</li> <li>• Procurar selecionar e interpretar informações relativas ao problema;</li> <li>• Formular hipóteses e prever resultados;</li> <li>• Selecionar estratégias de resolução de problemas;</li> <li>• Interpretar e criticar resultados de uma situação concreta;</li> <li>• Discutir ideias e produzir argumentos convincentes.”</li> </ul>	Implícita
<p>p.8 – “Quanto à contextualização sociocultural, estimulam os alunos a desenvolver as capacidades de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar o conhecimento matemático na interpretação do real e em possíveis intervenções na realidade;</li> <li>• Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento.”</li> </ul>	Implícita
<i>Subtítulo: A importância do livro didático</i>	
p.9 – “Abordar os conteúdos de modo que os alunos tenham a oportunidade de expor o que sabem sobre o assunto, de elaborar soluções próprias para os problemas e de refletir adequadamente sobre as decisões a tomar implica tratar esses conteúdos de diferentes maneiras, de ângulos variados.”	Implícita
p.9 – “Manter a maior proximidade possível entre os fatos e fenômenos da realidade.”	Implícita
p.9 – “A abordagem de conteúdos socialmente significativos contribui para a construção de instrumentos de compreensão da realidade e de participação em relações públicas e culturais diversificadas.”	Implícita
p.9 – “Cabe ao livro didático estruturar unidades que permitam e	Implícita

facilitem tal fluxo [movimento de “uso-conceituação-uso”], buscando equilíbrio entre suas etapas e oferecendo situações-problema e atividades providas de significado e abrangentes o suficiente para possibilitar generalizações e transferência.”	
<i>Avaliação</i>	
p.11 – “Cabe salientar que em todos os graus de ensino, os currículos disciplinares têm evoluído no sentido de incluir, entre objetivos da aprendizagem, as capacidades e atitudes que o aluno desenvolve ao longo do processo, como a criatividade e a independência na resolução de problemas, a comunicação adequada de ideias e a participação positiva nos trabalhos em grupo.”	Implícita
p.12 – “Se o trabalho é de natureza investigativa, é importante avaliar a capacidade do aluno em formular hipóteses, testar, criticar, fazer generalizações.”	Implícita

Da análise dos dados apresentados na tabela, verifica-se que das quinze frases destacadas e presentes no “Guia do Professor” apenas uma tratava diretamente da estratégia de Modelagem Matemática – o correspondente a 6,7% das frases selecionadas. Pode-se ver que existem citações textuais de elementos componentes da estratégia de ensino da Modelagem Matemática, tais como a expressão “modelagem de fenômenos naturais e sociais”, na primeira frase selecionada, configurando uma abordagem explícita do uso dessa estratégia.

Por outro lado, também existem expressões que remetem à prática da Modelagem Matemática pelo seu uso e sentido, quanto às habilidades requeridas no desenvolvimento da aplicação e características inerentes ao processo em que se realiza a modelagem. Expressões como problemas reais da sociedade, situações do cotidiano, situações do dia a dia, investigação, conjecturas, hipóteses, criatividade, etc., remetem diretamente ao universo da Modelagem Matemática.

Vislumbramos também para a análise dessa obra, que a exploração de uma imagem que, mais do que ilustrar, procura mostrar uma situação-problema realística, é configurante de uma modalidade de Modelagem Matemática.



Completando nossa análise, consideramos que há pouca intencionalidade na aplicação dessa estratégia de ensino na coleção, haja vista que em nenhum momento a Modelagem Matemática é tratada diretamente como estratégia de ensino, ou como modo de abordagem dos temas e desenvolvimento do conhecimento matemático do educando.

#### 4.2.2 COLEÇÃO B: Manual pedagógico do professor

Frases selecionadas	Modelagem Matemática
<i>Subtítulo: Conversa Com o Professor</i>	
p.3 – “Você será convidado a refletir comigo questões sobre: pressupostos teóricos que embasam uma maneira de ensinar matemática, Ensino Médio Inovador e o Novo Enem; algumas ideias para a utilização dessa coleção; recursos didáticos auxiliares; formulação e resolução de problemas; Etnomatemática e modelagem; temas transversais e avaliação em matemática.”	Explícita
<i>Subtítulo: Apresentação</i>	
p.3 – “A maioria desses temas é trabalhada a partir de situações-problema contextualizadas ou interdisciplinares.”	Implícita
p.4 – “Quanto à metodologia, procura-se atribuir ao aluno papel central no processo de ensino-aprendizagem, como agente da própria aprendizagem em constante interação com o texto e solicitado a responder perguntas, a confrontar soluções, a verificar regularidades, a refletir e tirar conclusões.	Implícita
p.4 – “Para isso, grande parte do conteúdo é introduzida por situações-problema e depois sistematizada.	Implícita

<i>Subtítulo: Características da Coleção</i>	
p.4 – “Como qualquer outro material didático, o livro deve ser visto como mais um ( e não o único ) importante auxiliar do professor que busca ensinar matemática de modo mais significativo para o aluno, com assuntos da vivência dele, desenvolvendo conceitos por meio da compreensão de situações-problema interessantes, contextualizadas ou interdisciplinares.”	Implícita
p.4 – “Em geral os conceitos são desencadeados a partir de uma situação-problema, como é recomendado hoje pelos educadores matemáticos que trabalham com resolução de problemas; a modelagem matemática é feita pela procura de modelos matemáticos a partir de problemas reais (por exemplo os números reais como modelo para as medidas; a função quadrática como modelo do movimento uniformemente variado; a função exponencial como modelo dos juros compostos, da desintegração radioativa, do aumento do número de bactérias em uma cultura, etc.)”	Explícita
p.4 – “A organização das atividades foi feita com o objetivo de proporcionar a construção de conceitos, procedimentos e algoritmos, de modo equilibrado e sem descuidar das aplicações.”	Implícita
p.5 – “É grande o número de exercícios e problemas dessa coleção em que se procurou aplicar conceitos matemáticos na resolução de situações de outros componentes curriculares como física, química, geografia, biologia e outras áreas do conhecimento.”	Implícita
p.5 – “Em geral, o enfoque metodológico foi feito por meio da formulação e resolução de problemas, quer desencadeando um novo conceito, quer aplicando os conceitos e procedimentos estudados em situações contextualizadas e/ou	Implícita

interdisciplinares ou mesmo em problemas da própria matemática.”	
p.8 – “A matemática e as praticas sociais: seção para formular, resolver e interpretar situações-problema que exigem a participação consciente dos cidadãos na sociedade.”	Implícita
<i>Subtítulo:</i> Pressupostos teóricos para o Ensino de Matemática segundo as DCN para o EM	
p.10 – “A compreensão dos fundamentos científicos-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.”	Implícita
p.11 – “Com a preocupação constante de tornar a aprendizagem significativa, capacitando o jovem para a inserção social e ensinando-o a compreender e interagir com os fenômenos sociais e científicos cotidianos o MEC desenvolveu programas e projetos em parceria com municípios, estados e distrito federal para a implantação de um Ensino Médio Inovador.”	Implícita
p.12 – “II. Compreender fenômenos (CF): construir e aplicar conceitos de várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.”	Implícita
p.12 – “III. Enfrentar situações-problema (SP): selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representadas de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.”	Implícita
p.12 – “V. Elaborar propostas (EP): recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para a elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando a diversidade sociocultural.”	Implícita
p.13 – “H5 – Avaliar propostas de intervenção na realidade	Implícita

utilizando conhecimentos numéricos.”	
p.13 - “Competência de área 2: Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.”	Implícita
p.13 – “Competência de área 3: Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.”	Implícita
p.13 – “H14 – Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.”	Implícita
p.13 – “Competência de área 5: Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.”	Explícita
p.14 – “H30 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.”	Implícita
p.16 – “Os professores de uma mesma classe podem promover um ensino interdisciplinar por meio de um projeto de investigação ou mesmo de uma atividade.”	Implícita
p.16 – “Esta coleção procura dar relevo a vários modelos matemáticos que favorecem a interdisciplinaridade, tais como: a função linear e as situações de proporcionalidade direta, ...”	Explícita
p.16 – “Assim a contextualização ajuda a desenvolver no aluno a capacidade de relacionar o aprendido com o observado e a teoria com suas consequências e aplicações práticas.”	Implícita
p.16 – “compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticos e planejar soluções para problemas novos, que exijam iniciativa e criatividade.”	Implícita
p.16 – “aplicar conhecimentos matemáticos para compreender, interpretar e resolver situações-problema do cotidiano ou do mundo tecnológico e científico.”	Implícita
p.16 – “analisar e interpretar criticamente dados provenientes de problemas matemáticos, de outras áreas do conhecimento	Implícita

e do cotidiano.”	
p.17 – “trabalhar a matemática por meio de situações-problema próprias da vivência do aluno e que o façam realmente pensar, analisar, julgar e decidir-se pela melhor solução.”	Implícita
p.17 – “Se quisermos cercar um terreno de forma retangular com uma tela de 40m de comprimento, de modo a cercar a maior área possível, quais devem ser as dimensões do terreno? Área: $A(x) = x(20 - x) = 20x - x^2 \Rightarrow A(x) = -x^2 + 20x$ (modelo matemático para essa situação).”	Explícita
p.18 – “trabalhar o conteúdo com significado, levando-o a sentir que é importante saber aquilo para sua vida em sociedade ou que o conteúdo trabalhado lhe será útil para entender o mundo em que vive.”	Implícita
p.18 – “Por exemplo, ao trabalhar as diversas funções e seus gráficos relacionando-os com as vivências e com os fenômenos das ciências naturais, ao resolver problemas de juros compostos usando logaritmos,...”	Implícita
p.18 – “Para que o aluno veja a matemática como um assunto útil e prático e possa apreciar seu poder, precisa perceber que ela está presente em praticamente tudo e é aplicada para resolver problemas do mundo real e entender uma grande variedade de fenômenos.”	Implícita
<i>Subtítulo:</i> Recursos didáticos auxiliares	
p.23 – “O professor pode usar esses recursos auxiliares para mostrar ao aluno que a matemática está presente em seu cotidiano, que ela é útil no dia a dia das pessoas e que também é uma forma de linguagem.”	Implícita
p.23 – “Os alunos podem formular problemas com dados obtidos em folhetos, jornais e revistas, resolvendo-os em seguida.”	Implícita

<i>Subtítulo:</i> Formulação e resolução de problemas	
p.29 – “levar o aluno a conhecer as primeiras aplicações da matemática.”	Implícita
<i>Subtítulo:</i> Etnomatemática e modelagem	
p.32 – “O que é modelagem?”	Explícita
p.32 – “Diante de uma realidade complexa, global, podemos reduzir o grau de complexidade isolando algumas variáveis. Temos assim, uma representação da realidade sobre a qual refletimos e procuramos construir estratégias de ação. De posse dos resultados obtidos nessa representação voltamos ao global. Esse processo de passagem do global para o local e do local para o global, a partir de representações, é normalmente chamado <i>modelagem</i> .”	Explícita
p.33 – “Com isso, o sistema, com toda a complexidade que ele oferece, fica aproximado por um sistema artificial, no qual se destacam somente alguns parâmetros (algumas qualidades) e se ignoram suas interações com o todo. Dessa maneira considera-se um modelo e passa-se a refletir sobre o modelo. Este é o processo de modelagem, na sua essência, uma forma de abstração.	Explícita
p.33 – “A modelagem, visando aplicações, que é mais comum, faz sempre apelo à realidade na qual está inserido o sistema que deu origem ao modelo com o qual trabalhamos, sempre procurando verificar a adequação dos parâmetros selecionados e as implicações dessa seleção no inter-relacionamento desse sistema com a realidade como um todo, ...”	Explícita
p.33 – “A modelagem é eficiente a partir do momento em que nos conscientizamos de que estamos sempre trabalhando	Explícita

com aproximações da situação real, que, na verdade, estamos elaborando sobre representações.”	
p.33 – “Assim, a modelagem pode ser uma metodologia de ensino muito útil e se enquadra no Programa Etnomatemática, que inclui a crítica, também de natureza histórica, sobre representações, que deve estar subjacente ao processo de modelagem.”	Explícita
<i>Subtítulo: Temas transversais</i>	
p.33 – “Coleta, organização e interpretação de dados estatísticos, formulação de hipóteses, modelagem, prática da argumentação, etc. são procedimentos que auxiliam na tomada de decisões sobre a preservação do meio ambiente.”	Explícita
<i>Subtítulo: Avaliação</i>	
p.36 – “Avaliar o processo e o grau de criatividade das soluções dadas pelo aluno; Propor situações problema que envolvam aplicações de conjunto de ideias matemáticas; Propor situações abertas que tenham mais de uma solução; Propor que o aluno invente, formule problemas e resolva-os.”	Implícita
p.37 – “É preciso avaliar a capacidade matemática do aluno, ou seja, a sua capacidade de usar a informação para raciocinar, pensar criativamente e para formular problemas, resolvê-los e refletir criticamente sobre eles.”	Implícita
p.38 – “A avaliação do conhecimento de conceitos e da compreensão deles pelos alunos deve indicar se são capazes de verbalizá-los e defini-los; identificá-los e produzir exemplos e contraexemplos; utilizar modelos, diagramas, símbolos para representar conceitos; passar de uma forma de representação para outra; reconhecer vários significados e interpretações de um conceito; comparar conceitos e integrá-los.”	Explícita

Esta coleção é a que apresenta maior quantidade de referências à Modelagem Matemática, sendo treze explícitas de um total de quarenta e quatro citações. Com base nessa relação percebe-se que há aproximadamente 30% das frases selecionadas citando diretamente a modelagem matemática e a aplicação de modelos matemáticos como estratégia de ensino e exploração das potencialidades de aprendizado do educando.

Tomando como referência as considerações do ICTMA (International Study Group for the Teaching of Mathematical Modelling and Applications) um grupo de estudos dedicado à Modelagem Matemática, afiliado do ICME, que valora em alto grau os estudos e encaminhamentos de ensino realizados nos ensinos fundamental, médio e superior, com foco nas aplicações<sup>33</sup>, também procedemos de forma semelhante ao considerar tal foco como uma forma implícita de prática de Modelagem Matemática. Analogamente, salientamos que a expressão “sistematizar” e suas variantes são indicações implícitas de modelagem, pois indicam que esta se desenvolve segundo um método objetivo de ordenação, seguindo uma série metódica de passos que conduz a efetivação de um modelo.

A coleção também se destaca por ser a única com um item dedicado exclusivamente à Modelagem Matemática e a Etnomatemática, expondo a opção de apresentar essas duas estratégias como boas alternativas de encaminhamento didático. Por outro lado, discordamos do autor quando o mesmo afirma que

Cabe ao professor desenvolver a autonomia do aluno, instigando-o a refletir, investigar e descobrir, criando na sala de aula uma atmosfera de busca e camaradagem em que o diálogo e a troca de ideias sejam uma constante. (DANTE, 2010, p.19),

em nosso entendimento autonomia é uma habilidade adquirida através da confiança em si próprio e na capacidade de formular juízos de valor que permitem realizar escolhas com alto grau de assertividade; é algo pessoal e particular, portanto não cabe ao professor desenvolver isso no educando. No

---

<sup>33</sup> Grifo nosso.



entanto, por esta autonomia pode ser incentivada pelas estratégias de ensino que o professor adota.

#### 4.2.3 COLEÇÃO C: Suplemento com orientações para o professor

Frases selecionadas	Modelagem matemática
<i>Subtítulo:</i> A matemática no ensino médio	
p.6 – “Além disso, a matemática do Ensino Médio deve auxiliar o aluno a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo e também a adquirir algumas ferramentas úteis à execução das atividades do dia a dia.”	Implícita
p.6 – “Conhecer situações em que os conhecimentos matemáticos são aplicados e possa estender essa aplicação em situações diversas.”	Implícita
<i>Subtítulo:</i> A interdisciplinaridade e a matemática	
p.6 – “Contudo, há matemática impregnada em quase todas as atividades da vida atual (na informática, na música, no comércio, na meteorologia, na medicina, nas comunicações, etc.), permitindo às pessoas codificar, ordenar, criar e analisar índices ou taxas, avaliar e interpretar dosagens, etc.”	Implícita
p.6 – “Também devemos considerar que a matemática entendida como ciência desenvolve os processos de construção e validação de conceitos, elaboração e refutação de argumentações, e as habilidades de generalizar, relacionar e concluir contribuindo para o estabelecimento de relações e para a interpretação de fenômenos e informações.”	Implícita

p.7 – “As competências formadas por essa disciplina, portanto, não se limitam a descrever uma situação, mas abrangem a elaboração de modelos, propondo soluções.”	Explícita
<i>Subtítulo:</i> Apresentação da obra	
p.7 – “Alguns capítulos apresentam a seção <i>Matemática sem fronteiras</i> que traz um texto sobre uma aplicação prática do assunto desenvolvido no capítulo.”	Implícita
p.7 – “Essa seção tem dois objetivos: primeiro, contextualizar a teoria matemática por meio de situações reais; segundo, despertar a curiosidade do aluno para aplicações mais elaboradas.”	Implícita
<i>Subtítulo:</i> O trabalho com o livro	
p.7 – “Ainda, oferecemos ao professor textos que propõem uma reflexão metodológica, com exemplos, implicações, e recursos práticos para o dia a dia, que objetivam dar suporte ao desenvolvimento do trabalho com cada turma, ainda que, certamente não tenham a pretensão de esgotar os assuntos.”	Implícita
p.8 – “Além de empregar esses recursos, podem-se criar outras oportunidade de avaliação, por exemplo: <ul style="list-style-type: none"> <li>• solicitar que o aluno explique, na lousa ou oralmente, exercícios, resoluções de problemas ou ainda textos lidos em sala de aula;</li> <li>• propor que o aluno faça estimativas de cálculo para a solução de uma situação-problema;</li> <li>• propor que o aluno elabore, individualmente ou em grupo, uma atividade ou situação-problema para o colega resolver, individualmente ou em grupo.”</li> </ul>	Implícita

Nesta coleção vê-se que há poucas menções explícitas e implícitas à modelagem, com uma citação à primeira e oito à segunda, de onde podemos induzir que houve sutil preocupação em apresentar possibilidades de emprego da estratégia de ensino de Modelagem Matemática. Consideramos que a coleção difere das demais avaliadas em função da quantidade de menções à modelagem, que é bem menor.

Cabe salientar ainda, que consideramos a expressão “interpretação de fenômenos e informações” como relacionada implicitamente à modelagem, por ser inerente ao estudo e entendimento dos fenômenos (naturais, sociais, etc.) a elaboração de um modelo simplificado, que tome algumas variáveis como representativas das principais características, do fenômeno como um todo, gerando uma aproximação favorável à compreensão do tema – um recorte da realidade que permite estudá-la segundo um caráter pré-selecionado.

Também se considerou que a atividade de estimar valores e realizar cálculos mentais, implicitamente, como sendo uma forma simplificada de modelar mentalmente uma situação em curso, algo muito comum e presente nas ações e aplicações cotidianas da matemática.

#### 4.2.4 COLEÇÃO D: Manual do professor

Frases selecionadas	Modelagem matemática
<i>Subtítulo:</i> Conheça essa coleção	
p.5 – “No entanto, para que o livro didático seja um auxiliar confiável, é necessário que os conceitos sejam apresentados com precisão, as propriedades sejam justificadas e aplicadas a exercícios e situações-problema, os conteúdos estejam integrados e os conhecimentos matemáticos possam ser aplicados em situações cotidianas ou usados em outras áreas do saber.”	Implícita

<i>Subtítulo:</i> Principais eixos	
<p>p.5 – “Os conteúdos e os conceitos construídos em cada volume têm sua escolha baseada nos seguintes critérios:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• favorecer a autonomia intelectual dos alunos, solidificando e aprofundando conhecimentos já adquiridos;</li> <li>• possibilitar a integração entre diversos tópicos do programa de Matemática;</li> <li>• possibilitar a aplicação do conhecimento matemático a outras áreas do conhecimento;</li> <li>• favorecer a aquisição de habilidades e competências;</li> <li>• atender as sugestões dadas pela Secretaria do Ensino Básico do Ministério da Educação no documento Ciências da natureza, matemática e tecnologias no ensino médio;</li> <li>• atender as sugestões preconizadas pela matriz curricular do Enem;</li> <li>• levar em conta a prática pedagógica dos professores-autores dessa coleção;</li> <li>• respeitar as diferentes propostas pedagógicas presentes nas escolas brasileiras.”</li> </ul>	Implícita
<p>p.6 – “No volume 1 é introduzida a Matemática Comercial e Financeira, de grande importância para a formação do cidadão, além de ser um instrumento indispensável do cotidiano das pessoas.”</p>	Implícita
<i>Subtítulo:</i> Estrutura da coleção	
<p>p.6 – “Mas, se ele desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com os conhecimentos destes e auxiliando-os por meio de indagações</p>	Implícita

estimulantes, poderá inculcar-lhes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes certos meios para alcançar este objetivo.”	
p.7 – “No início de vários capítulos desta coleção são apresentados problemas ou situações contextualizadas com o cotidiano, como forma de motivar o leitor na construção dos conceitos apresentados no capítulo.”	Implícita
p.7 – “As séries de exercícios também contemplam uma grande variedade de problemas, nos quais se enfatiza a contextualização com situações reais e cotidianas.”	Implícita
p.8 – “Intercalados a esses exercícios, propomos problemas no contexto de situações cotidianas, aos quais o aluno possa aplicar e relacionar os conceitos construídos na resolução de problemas.”	Implícita
<i>Subtítulo: Objetivos gerais da coleção</i>	
p.8 – “Contribuir para a integração do aluno na sociedade em que vive, proporcionando-lhe conhecimentos significativos de teoria e prática da matemática, indispensáveis ao exercício da cidadania.”	Implícita
<i>Subtítulo: Diretrizes curriculares nacionais para o ensino médio</i>	
p.10 – “Aprender a aprender e aprender a pensar, a relacionar o conhecimento com dados da experiência cotidiana, a dar significado ao aprendido e a captar o significado do mundo, a fazer a ponte entre a teoria e a prática, a fundamentar a crítica, a argumentar com base em fatos, a lidar com o sentimento que a aprendizagem desperta.”	Implícita
p.10 – “De fato, será principalmente na possibilidade de relacionar as disciplinas em atividades ou projetos de estudo, pesquisa e ação que a interdisciplinaridade poderá ser uma prática pedagógica e didática adequada aos objetivos do ensino médio.”	Implícita

<p>p.10 – “Na escola fundamental ou média, o conhecimento é quase sempre reproduzido das situações originais nas quais acontece sua produção. Por essa razão quase sempre o conhecimento escolar se vale de uma transposição didática na qual a linguagem joga papel decisivo.”</p>	<p>Implícita</p>
<p><i>Subtítulo:</i> Matriz de referência para o ENEM 2009</p>	
<p>p.11 – “II. Compreender fenômenos (CF): construir e aplicar conceitos de várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.”</p>	<p>Implícita</p>
<p>p.12 – “III. Enfrentar situações-problema (SP): selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representadas de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.”</p>	<p>Implícita</p>
<p>P12 – “V. Elaborar propostas (EP): recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para a elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando a diversidade sociocultural.”</p>	<p>Implícita</p>
<p>p.12 – “H5 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.”</p>	<p>Implícita</p>
<p>p.12 – “H8 – Resolver situação-problema que envolva conhecimento geométrico de espaço e forma.”</p>	<p>Implícita</p>
<p>p.12 – “H9 – Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas cotidianos.”</p>	<p>Implícita</p>
<p>p.12 – “H13 – Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento convincente.”</p>	<p>Implícita</p>
<p>p.12 – “Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando</p>	<p>Explícita</p>

representações algébricas.”	
P13 – “H30 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.”	Implícita
<i>Subtítulo: Avaliação</i>	
p.19 – “Acreditamos que o recurso de usar reportagens veiculadas na mídia pode ser bastante motivador para o aluno.”	Implícita
p.19 – “Na avaliação da resolução de problemas é importante que o professor leve em consideração a evolução dos alunos no processo, ..., a criatividade na busca de soluções, valorizando (e socializando) as varias possibilidades de resolver um problema, analisando todos os passos da resolução (e não apenas a resposta final), incentivando e encorajando os alunos.”	Implícita

Com vinte e duas citações selecionadas no manual do professor, a coleção D apresenta somente uma como explicitamente orientada à modelagem matemática, totalizando uma participação de aproximadamente 5% das frases de conteúdo relacionado a essa estratégia. Consideramos tal valor como preocupante, por deixar de tratar a modelagem matemática como uma valiosa estratégia de construção do aprendizado de maneira mais clara e sistemática.

A sugestão didática do uso de recortes de jornais e revistas, como motivadores do conhecimento de exemplos de aplicação da matemática no cotidiano, é por nós vista como uma forma implícita de trabalhar com a modelagem matemática, aproximando a realidade do cotidiano dos educandos, também cidadãos em nossa sociedade, e a interpretação de dados e constituição de modelos que os expliquem.

A majoritária presença de indícios implícitos de modelagem mostra a estratégia servindo meramente como pano de fundo para algumas situações, não figurando objetivamente nas orientações pedagógicas aos docentes, e em

que momento este deveria propor uma atividade de investigação de uma situação-problema com a modelagem do mesmo.

#### 4.2.5 COLEÇÃO E: Assessoria pedagógica

Frases selecionadas	Modelagem Matemática
<i>Subtítulo:</i> Estrutura da obra	
p. 2.4 – “Nesse tópico, há situações-problema, textos referentes à história da matemática ou situações do cotidiano relacionadas ao conteúdo.”	Implícita
p. 2.4 – “Sempre que possível, esse tópico é apresentado de maneira atraente para o aluno por meio de diferentes linguagens, fotografias, tabelas, infográficos, com o intuito de incentivá-lo a ter interesse pelo que será estudado, tornando o estudo mais significativo.”	Implícita
p. 2.4 – “O objetivo é auxiliar o aluno na compreensão dos conteúdos, levando-o a perceber que a matemática foi desenvolvida a partir de uma necessidade, em geral, para resolver um problema.”	Implícita
p. 2.4 – “Nesta seção, o aluno é convidado a ler e interpretar informações apresentadas na forma de textos e infográficos, envolvendo diferentes temas e situações, e, com base nelas, responder a algumas questões, as quais visam motivá-lo a refletir sobre o que foi estudado no capítulo e a perceber a relação desse conteúdo com situações cotidianas e outras áreas do conhecimento.”	Implícita
p. 2.5 – “A fim de relacionar a matemática com situações da realidade, são apresentados, nessa seção, textos extraídos de	Implícita



livros, revistas, entre outros meios, ligados ao assunto abordado na unidade.”	
<i>Subtítulo: A matemática no ensino médio</i>	
p. 2.6 – “...; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento;...”	Explícita
p. 2.6 – “..; diagnosticar e enfrentar problemas reais; construir argumentações; e elaborar proposições solidárias.”	Implícita
p. 2.7 – “Investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização de conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências.”	Implícita
p. 2.7 – “Contextualização das ciências num âmbito sociocultural, na forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas por meio do pensar e do conhecimento científico.”	Implícita
p. 2.7 – “Com relação às competências, esse tema permite ao aluno que interprete modelos; perceba o sentido das transformações, busque regularidades, conheça o desenvolvimento histórico e tecnológico e desenvolva uma visão sistematizada de parte do conhecimento matemático.”	Explícita
<i>Subtítulo: Princípios da proposta pedagógica</i>	
p. 2.8 – “A proposta desta obra caracteriza-se pela construção do conhecimento com base em diferentes estratégias, tais como situações-problema contextualizadas, elementos da história da matemática e aplicações do conteúdo a situações da realidade do aluno.”	Implícita
P. 2.9 – “Para que o trabalho com resolução de problemas possa ser viabilizado, é necessário que o professor promova situações em sala de aula que possibilitem aos alunos	Implícita

vivenciarem experiências nas quais eles estejam presentes.”	
p. 2.10 – “Segundo a autora, outro fator importante para a execução de projetos interdisciplinares é a possibilidade de acesso à pesquisa. Com isso espera-se que o aluno, ao perceber as relações existentes entre as disciplinas, motive-se a buscar novos conhecimentos sobre um tema, problema ou questão, pois agora o projeto apresenta perspectivas múltiplas,...”	Implícita
p. 2.11 – “No tratamento desses temas, a mídia, as calculadoras e os computadores adquirem importância natural como recursos que permitem a abordagem de problemas com dados reais e requerem habilidades de seleção e análise de informações.”	Implícita
Subtítulo: <i>Papel do professor</i>	
p. 2.12 – “Assim, terá condições de selecionar situações-problema relacionadas com o cotidiano de sua turma.”	Implícita

Sob o título de “Assessoria pedagógica”, o manual do professor se apresenta com um total de quinze frases relacionadas com a modelagem matemática, das quais duas são explicitamente ligadas à essa estratégia; dessa maneira a coleção E apresenta um índice de 13% das citações como explícitas de modelagem.

Consideramos tal frequência na abordagem dessa estratégia como insuficiente para garantir ao professor uma maior confiança e autonomia no desenvolvimento de atividades que se apropriem das qualidades da modelagem para construir um conhecimento significativo e próximo da realidade cotidiana do educando.

A coleção se diferencia das demais por colocar o manual do professor logo nas páginas iniciais de cada volume, e ainda, por compartimentar a parte específica das orientações pedagógicas no início de cada capítulo – uma ideia que consideramos de grande valor, por permitir ao educador ter à mão, e a todo momento, sugestões e dicas para adaptar a aula preparada conforme o

rendimento da turma, e que no entanto pode dificultar o planejamento e visão de conjunto das possibilidades de interconectividade entre os conteúdos da mesma obra.

Um problema que verificamos foi que diversas páginas do livro didático se soltaram durante nosso manuseio, atestando baixa integridade dos volumes.

#### 4.2.6 COLEÇÃO F: Manual do professor

Frases selecionadas	Modelagem Matemática
<i>Subtítulo:</i> Os pressupostos teórico-metodológicos que fundamentam a proposta didático-pedagógica	
p.4 – “Assim, nessa etapa da escolaridade, a matemática vai além de seu caráter instrumental colocando-se como ciência com características próprias de investigação e linguagem, e com papel integrador com as demais ciências.”	Implícita
p.4 – “Tanto isso <sup>34</sup> é verdade, que sabemos da dificuldade do aluno quando propomos a análise de situações em que devem ser relacionados dados ou fatos diversos ou quando é necessária a tomada de decisão entre diferentes e possíveis caminhos de resolução.”	Implícita
p.5 – “Articular teoria e prática, vinculando o trabalho intelectual com atividades práticas experimentais.”	Implícita
<i>Subtítulo:</i> As competências em Matemática e nesta coleção	
p.7 – “Investigação e compreensão, marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização	Implícita

<sup>34</sup> Esse “isso” se refere à resolução da situação-problema apenas por algoritmos memorizados

dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências.”	
p.7 – “II. Compreender fenômenos (CF): construir e aplicar conceitos de várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.”	Implícita
p.7 – “III. Enfrentar situações-problema (SP): selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representadas de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.”	Implícita
p.7 – “V. Elaborar propostas (EP): recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para a elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando a diversidade sociocultural.”	Implícita
p.8 – “H5 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.”	Implícita
p.8 - “Competência de área 2: Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.”	Implícita
p.8 – “Competência de área 3: Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.”	Implícita
p.8 – “H14 – Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.”	Implícita
p.8 – “Competência de área 5: Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.”	Explícita
p.9 – “H30 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.”	Implícita

<i>Subtítulo:</i> Temas e conteúdos	
p.9 – “No segundo eixo, Geometria e medidas, encontramos como objetos de estudo as formas planas e espaciais e suas apresentações na forma de desenhos, planificações, modelos e objetos do mundo concreto.”	Explícita
p.10 – “De qualquer forma, escolhida uma ou outra organização dos conteúdos, o importante é que no planejamento de cada semana sejam contemplados ao menos dois dos eixos, especialmente aqueles que permitem ao aluno vivenciar formas distintas de pensar, diferentes modelos e procedimentos e aplicações diversas.”	Explícita
<i>Subtítulo:</i> Projetos	
p.11 – “Um projeto aparece relacionado a uma ação específica, com caráter eventualmente experimental, implicando uma estrutura particular e inédita de operações que permitem realizá-lo. A elaboração e a execução de um projeto encontram-se ligadas a uma investigação-ação que deve simultaneamente ser um ato de transformação e uma oportunidade de investigação e de formação, tornando-se portanto uma produção intelectual.”	Implícita
<i>Subtítulo:</i> Estrutura da obra, sugestões de utilização e competências envolvidas.	
p.15 – “Sempre que o assunto permite, o material apresenta problemas relacionados com outras áreas do conhecimento ou com assuntos do dia a dia.”	Implícita
p.16 – “Propor aos alunos que, em grupo, após realizar alguns dos jogos propostos na obra, criem seus próprios jogos envolvendo conceitos aprendidos.”	Implícita

p.16 – “Essa seção <sup>35</sup> tem como propósito fazer com que os alunos resolvam problemas não convencionais. Esses problemas podem ou não estar relacionados ao tema da unidade em que se encontram, mas não podem ser resolvidos com a aplicação direta de uma equação ou outro processo algorítmico, exigindo sempre do aluno certa dose de reflexão, criatividade e originalidade.”	Implícita
p.18 – “Essa seção <sup>36</sup> é inovadora em termos de livros didáticos e seu objetivo é desenvolver no aluno a competência leitora de textos de problemas, bem como explicitar estratégias de resolução que podem ser incorporadas pelo aluno e transferidas para outras situações – em matemática e fora dela – favorecendo a autonomia e a capacidade de aprender e de estudar.	Implícita
p.18 – No final de cada unidade, por meio de um breve artigo de divulgação científica ou de texto informativo, pretendemos estabelecer relações entre a Matemática, as diversas situações que se apresentam no dia a dia e as outras áreas do conhecimento.	Implícita
p.18 – “Como foi descrito no item V, os projetos vêm como propostas para investigação e a ação dos jovens suscitadas por um problema ou assunto a ser desenvolvido de forma mais abrangente, para além das páginas do livro didático.”	Implícita

Verificamos que no manual do professor da coleção F foi possível destacar vinte e duas frases que apresentam relações com a modelagem matemática, sendo que em três delas existe a textualidade da mesma. Com cerca de 14% das citações colhidas classificadas como explícitas, notamos que os autores não tiveram a preocupação direta de oferecer a modelagem matemática como estratégia de ensino orientado à construção do conhecimento pela participação ativa do educando.

<sup>35</sup> Trata-se da seção “Saia dessa”.

<sup>36</sup> Trata-se da seção “Ler para resolver”.

Em algumas situações os autores exacerbam no desejo de gerar uma tomada do conhecimento de forma autônoma, cobrando do professor o desenvolvimento da autonomia do estudante, uma contradição. Um exemplo disso pode ser visto na seção “Saia dessa” (p.16) destacada logo acima na tabela, e reforçada na página dezoito, seção “Ler para resolver” em destaque na mesma tabela, logo abaixo da outra sentença.

Não notamos também uma indicação mais direta de como proceder para a realização de atividades de modelagem matemática e orientações para o mestre na condução de tal tipo de procedimento de ensino, o que nos leva a concluir pela insuficiência na tratativa dessa estratégia de ensino no manual do professor.

#### 4.2.7 COLEÇÃO G: Orientações para o professor

Frases selecionadas	Modelagem Matemática
<i>Subtítulo: A estrutura da coleção – páginas de abertura</i>	
p.5 – “No início de cada unidade, há duas páginas que apresentam um assunto relacionado aos conteúdos que serão tratados. Nessas páginas há informações que se referem a outras áreas do conhecimento, apresentadas por meio de textos, fotografias, gráficos, infográficos, esquemas, entre outros elementos, seguidas de questionamentos que buscam levantar os conhecimentos prévios do aluno, assim como estabelecer intuitivamente relações entre o assunto abordado e alguns conteúdos matemáticos.”	Implícita
<i>A estrutura da coleção – atividades resolvidas</i>	

<p>p. 5 – “Essa seção também tem por finalidade auxiliar o aluno a exercitar habilidades e estratégias para resolução de atividades propostas em outras seções, favorecendo o desenvolvimento de sua autonomia.”</p>	<p>Implícita</p>
<p><i>Subtítulo:</i> Objetivos para o Ensino Médio</p>	
<p>p. 17 – “II) Compreender fenômenos (CF): construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.”</p>	<p>Implícita</p>
<p>p. 17 – “III) Enfrentar situações-problema (SP): selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representadas de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.”</p>	<p>Implícita</p>
<p>p. 17 – “V) Elaborar propostas (EP): recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos e considerando a diversidade sociocultural.”</p>	<p>Implícita</p>
<p>p. 17 – “Os outros documentos oficiais citados abordam competências e habilidades que devem ser desenvolvidas no âmbito da Matemática. Segundo as Diretrizes Curriculares, tais competências e habilidades foram constituídas de modo a permitir ao aluno:</p> <p>a) Compreender as ciências como construções humanas, entendendo como elas se desenvolvem por acumulação, continuidade ou ruptura de paradigmas, relacionando o desenvolvimento científico com a transformação da sociedade.</p> <p>b) Entender e aplicar métodos e procedimentos próprios das ciências naturais.</p>	<p>Implícita</p>



- |  |  |
|--|--|
| <p>c) Identificar variáveis relevantes e selecionar os procedimentos necessários para a produção, análise e interpretação de resultados de processos ou experimentos científicos e tecnológicos.</p> <p>d) Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculo de probabilidades,</p> <p>e) Identificar, analisar e aplicar conhecimentos sobre valores de variáveis, representados em gráficos, diagramas ou expressões algébricas, realizando previsão de tendências, extrapolações e interpolações e interpretações,</p> <p>f) Analisar qualitativamente dados quantitativos representados gráfica ou algebricamente relacionados a contextos socioeconômicos, científicos ou cotidianos.</p> <p>g) Apropriar-se dos conhecimentos da Física, da Química e da Biologia e aplicar esses conhecimentos para explicar o funcionamento do mundo natural, planejar, executar e avaliar ações de intervenção na realidade natural.</p> <p>h) Identificar, representar e utilizar o conhecimento geométrico para o aperfeiçoamento da leitura, da compreensão e da ação sobre a realidade.</p> <p>i) Entender a relação entre o desenvolvimento das ciências naturais e o desenvolvimento tecnológico e associar as diferentes tecnologias aos problemas que se propuseram e propõem solucionar.</p> <p>j) Entender o impacto das tecnologias associadas às ciências naturais na sua vida pessoal, nos processos de produção, no desenvolvimento do conhecimento e na vida social.</p> <p>l) Aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais na escola, no trabalho e em outros contextos relevantes para sua vida.</p> <p>m) Compreender conceitos, procedimentos e estratégias</p> |  |
|--|--|

matemáticas e aplicá-las a situações diversas no contexto das ciências, da tecnologia e das atividades cotidianas.	
p. 18 – “Dessa maneira, acredita-se que o ensino de Matemática pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades relacionadas à compreensão, comunicação, investigação e contextualização sociocultural.”	Implícita
p. 18 – “Ao concluir o Ensino Médio, espera-se que os alunos saibam utilizar o conhecimento matemático na resolução de problemas práticos relacionados ao cotidiano ou a outras áreas do conhecimento, além de compreender a Matemática enquanto ciência organizada e como um conhecimento social e historicamente construído, percebendo seu papel junto ao desenvolvimento científico e tecnológico.”	Implícita
p. 18 – “A representação e comunicação envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento. A investigação e compreensão são caracterizadas pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema e pela utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências. A contextualização das ciências no âmbito sociocultural, por sua vez, baseia-se na forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico.”	Implícita
p. 19 – “Compreender o conceito de função para associar a exemplos do cotidiano e modelar situações-problema, dentro e fora da Matemática.”	Explícita
Observar que existem modelos trigonométricos que estão presentes em outras áreas do conhecimento.	Explícita
p. 19 – “Utilizar os conceitos de matemática financeira em situações do cotidiano.”	Implícita

<i>Subtítulo:</i> Conteúdos do Ensino Médio	
<p>p. 23 – “O conteúdo trabalhado na disciplina de Matemática no Ensino Médio assume, assim, um caráter interdisciplinar e deve proporcionar aos alunos o desenvolvimento do pensamento matemático. Segundo as Orientações Curriculares, para isso é necessário:</p> <p>[...] colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático - nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contraexemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva. [...]”</p>	Explícita
<p>p. 21- “Nas Orientações Curriculares, os conteúdos matemáticos para o Ensino Médio estão organizados em quatro blocos: Números e operações, Funções, Geometria, Análise de dados e probabilidade. O trabalho com esses blocos deve ser feito de modo articulado, a fim de que o aluno perceba que existem relações entre eles.</p> <p>[...]</p> <p>No trabalho com Números e operações, deve-se proporcionar aos alunos uma diversidade de situações, de forma a capacitá-los a resolver problemas do cotidiano. [...]</p> <p>O estudo de Funções pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras. [...]</p> <p>O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano [...].”</p>	Implícita

<i>Subtítulo:</i> O trabalho interdisciplinar no Ensino Médio	
p. 23 – “Perante o envolvimento dos alunos, os professores sentem-se motivados a ampliar seus conhecimentos e a fortalecer as relações com os conteúdos de outras disciplinas. [...] A interdisciplinaridade poderia ser alcançada quando os conhecimentos de varias disciplinas são utilizados para resolver um problema ou compreender um determinado fenômeno sob diferentes pontos de vista. [...]”.	Implícita
<i>Subtítulo:</i> Recursos didáticos	
p. 28 – “A calculadora favorece a busca e percepção de regularidades matemáticas e o desenvolvimento de estratégias de resolução de situações-problema, pois ela estimula a descoberta de estratégias e a investigação de hipóteses, uma vez que os alunos ganham tempo na execução dos cálculos.”	Implícita

Após destacarmos dezesseis frases que remetem à Modelagem Matemática, verificamos que dessas, três apresentam explicitamente termos referentes a essa estratégia e aos resultados que dela provém. Aplicações matemáticas para o cotidiano são as formas mais comuns de modelagem, visando compreender, interpretar e favorecer a argumentação pela elaboração de hipóteses e conjecturas.

Destacamos positivamente a opinião do autor ao qualificar o Ensino Médio anterior à LDB de 1996, quanto à sua dualidade em relação aos objetivos a serem perseguidos pelos professores e corpos docentes escolares (ensino propedêutico e ensino técnico-laboral)<sup>37</sup>, algo que procuramos discutir

<sup>37</sup> “Esse modelo educacional é herança direta dos governos militares e de seu projeto econômico ao mesmo tempo conservador e desenvolvimentista, cujo objetivo era proporcionar educação profissionalizante para as classes baixas, de modo a capacitá-las ao trabalho por meio do domínio básico das novas tecnologias. Assim, supria-se a necessidade crescente de mão-de-obra qualificada e aliviava-se a também crescente demanda por novas vagas no ensino superior, cujo acesso continuaria sendo privilegio das elites e camadas médias da população.” (SOUZA, 2010, p.13).

no processo de formação do Ensino Médio, no capítulo sobre o “Panorama histórico”.

Outra afirmação importante é a que se refere às preferências/habilidades dos alunos em relação a algumas disciplinas em detrimento de outras,

É importante destacar que a diversificação de modalidades não significa apenas reconhecer que existem preferências dos alunos segundo as diferenças individuais que levam alguns a gostar de artes, outros de comunicação, de humanidades, ciências exatas ou tecnologias, mas compreender que muitas vezes as "preferências" expressam desconhecimento ou mesmo antecipada consciência de impossibilidade, em decorrência de experiências anteriores determinadas pelas condições materiais de existência. Assim e que um aluno pode preferir mecânica a arte, porque essa é a realidade do trabalho que conhece e exerce precocemente como estratégia de sobrevivência; outro pode preferir atividades físicas a ciências exatas porque suas experiências de classe não lhe propiciaram o desenvolvimento do raciocínio lógico.<sup>38</sup> (KUENZER apud SOUZA, 2010).

e em especial quanto situamos a disciplina Matemática no contexto das disciplinas escolares, pois durante muito tempo a forma que se buscou desenvolver seu corpo de conhecimentos foi abstrato, distante e excludente.

Por outro lado, discordamos no autor quando esse atribui ao aluno a responsabilidade pela elaboração do currículo:

A partir dos temas ou eixos colocados, e de responsabilidade do professor, junto a estrutura escolar e com seus alunos, definir o currículo de Matemática a ser colocado em prática (SOUZA, 2010, p.22).

o educando nessa fase não está capacitado para conhecer as implicações lógico-pedagógicas para definir que assuntos são de relevância para sua

---

<sup>38</sup> KUENZER, A. Z. O ensino médio agora é para a vida: entre o pretendido, o dito e o feito (/Acácia Zeneida Kuenzer). In: **Educação & Sociedade**, v. XXI, n.70. Curitiba, PR, Centro de Estudos Educação e Sociedade, p.15-39, abr. 2000. Mensal.

formação. Para nosso entendimento essa questão deve ser discutida e definida pelo corpo docente da escola ao elaborar o Projeto Pedagógico da instituição, criteriosamente.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No início desta pesquisa cogitei analisar todos os livros didáticos selecionados pelo PNLD dos últimos cinco anos, focando como se realizava o ensino de funções matemáticas através da estratégia de ensino modelagem matemática. Pretendia ainda sugerir propostas de encaminhamento didático para as obras que não contemplassem essa estratégia de forma a favorecer seu emprego em sala de aula. Também cogitei mapear os livros didáticos criando uma matriz que permitisse caracterização e classificação quanto ao uso de modelagem matemática, além de analisar a planilha dos avaliadores do PNLD apresentada no Guia do PNLD com vistas à classificação dos livros em função da modelagem matemática. Diante do texto exposto e relembro estas questões, vem à tona um primeiro aprendizado: escolher e delimitar um objeto de pesquisa; tarefa árdua cuja impressão de tê-la concluído não é uma certeza neste momento, pois mais do que responder alguns questionamentos levantados no decorrer do percurso, sigo com muitos mais ainda sem respostas satisfatórias.

Assim, mesmo tendo lido e analisado segundo a visão de modelagem matemática que adotamos nesse trabalho todos os exemplares das sete coleções de livros didáticos de matemática para o Ensino Médio cuja avaliação foi apresentada no Guia PNLD 2012, realizar uma análise crítica de cada uma dessas obras seria um trabalho inviável para esta etapa de nosso desenvolvimento como pesquisador da educação. Cheguei mesmo a iniciar tal tarefa tendo concluído para nove dos vinte e um volumes. Graças às intervenções dos membros da banca do exame de qualificação, incluindo minha orientadora, percebi que uma miríade de temas afins à pesquisa da aplicabilidade da modelagem matemática e do livro didático tornaria a execução dessa dissertação impraticável. Daí o porquê do recorte que realizamos, optando por ver os manuais para o professor dos livros didáticos do PNLD ora em voga.

Realizar essa pesquisa sobre a Modelagem Matemática nos livros didáticos foi uma experiência desafiadora sobre vários aspectos.

Em primeiro lugar poderia levantar a questão da dificuldade de acesso aos livros que compõem as coleções selecionadas pelo PNLD 2012 para o Ensino Médio, que não está disponível em nenhuma das bibliotecas públicas da capital paranaense e região metropolitana adjacente, bem como de diversas bibliotecas escolares da rede pública de ensino e universidades que oferecem a licenciatura em matemática.

Esbarrei ainda na recusa das editoras em fornecer um exemplar de suas coleções, ainda que em regime de empréstimo, para que fizesse a leitura, levantamento de dados e análise do material, e em especial o manual destinado aos professores. A pesquisa online também se mostrou infrutífera, visto que as editoras não possuem versões digitais das obras.

Tal dificuldade de acesso ao material só foi superada pela colaboração de diversos colegas professores que guardaram alguns volumes de coleções, aceitas e também das rejeitadas, à época da escolha dos livros ofertados pelo PNLD, nas escolas onde foram regentes.

Percebi, portanto, que uma necessária recomendação às secretarias de educação estaduais é que sejam contempladas, com exemplares das coleções, também as bibliotecas públicas estaduais e municipais; e que sejam esses exemplares os dirigidos ao professor, ao menos uma coleção de cada título, e que no âmbito das escolas, uma vez feita a escolha da próxima coleção a ser utilizada naquele triênio, todas as coleções analisadas pelas equipes pedagógicas sejam encaminhadas e guardadas na biblioteca da própria instituição, pelo mínimo período em que as coleções se destinarão – o triênio de sua validade.

Outro ponto que é digno de destaque foi que durante as análises das coleções pude perceber que algumas obras são praticamente re-edições ampliadas delas mesmas, ainda que afirmem serem primeiras edições. Vi também que nos manuais pedagógicos citam-se diversas vezes a importância de utilização de estratégias de ensino que favoreçam a aprendizagem, que no entanto não ficam claras na apresentação da obra. Há um caso em que um exemplo de modelagem matemática é apresentado e atividades e questões sobre ele são propostos, com respostas determinadas (caso da Coleção A, vol. 1, p.334-335), que trata sobre a armação de madeira que sustenta um telhado residencial. Houve uma estratégia de ensino que ficou evidente - a resolução



de problemas - com diversas incursões do método desenvolvido por Polya, no manual do professor.

Considero também, que há certo abuso no uso do termo contextualização, apresentando-se ideias e situações tão diferentes umas das outras que mais se gasta tempo com a assimilação da curiosidade que o relato traz, que o tempo que se enfoca no aprendizado de matemática. Contextualizar uma situação-problema é mais que criar histórias onde se possam inserir fórmulas matemáticas e aplicações de algoritmos. Essa maneira de contextualização, realizada tão à menudo, reforça unicamente o mito de que há matemática em tudo. A contextualização diversas vezes parece estar ali exposta apenas como justificativa para a apresentação de leis, fórmulas e modelos matemáticos acabados, o que diminui o valor do pensar matematicamente buscando encontrar relações, parametrizando-as com a realidade do cotidiano e tornando o processo de aprendizagem realmente significativo, todas essas proposições claramente destacadas no trabalho com modelagem matemática.

Da mesma maneira percebi o tratamento dispensado à Modelagem Matemática, o que de certa forma contraria a expectativa de um Ensino Médio Inovador (criado pela Portaria 971 de 09/10/2009), um valor determinado pela LDB que deveria ser observado com maior acuidade. À exceção da Coleção B, que traz no manual do professor um item especialmente dedicado à valorização das estratégias de ensino, ali chamadas de programa, da etnomatemática e da modelagem matemática, nas demais coleções pouco se trata sobre esse assunto no manual do professor. Espera-se que com o Programa do Ensino Médio Inovador (2013a) desenvolva-se uma significativa mudança de postura a esse respeito dos diversos agentes educacionais da sociedade.

Tampouco notei no desenvolvimento dos capítulos que essas estratégias figurem como importantes meios de conceber o aprendizado pela construção sociocultural dos educandos, suas expectativas, suas inquietações e seus objetivos na vida. Percebi claramente que há ênfase à obtenção de aprovação e busca de preparação para as grandes provas seletivas nacionais (Enem, Olimpíadas de Matemática,...) caracterizada pela grande quantidade de

exercícios de treino com algoritmos e exercícios contextualizados, mas desvinculados de melhores compreensões do mundo.

É perturbador perceber que mesmo após dezoito anos da publicação da LDB (que em seu art. 1 - §2 obriga a educação escolar estar vinculada ao mundo do trabalho e às práticas sociais), do mesmo período das Diretrizes Curriculares Nacionais (Resolução 3/98), tão poucos reflexos se veem impressos nos livros didáticos, e que essa falta, entre outros fatores, reflete no baixo desempenho dos alunos nas provas nacionais e na comparação de aprendizagem internacional, registrada pelo PISA.

Por outro lado pudemos ver que há o esforço em tornar o livro didático mais prazeroso, simpático, colorido, humanizado, atual, pela inclusão de diversas curiosidades à respeito da ciência, da economia, do mundo, da cultura, enfim, da vida dos seres humanos em sua relação com o ambiente e com outros seres humanos. Todas as coleções apresentam ilustrações, gráficos, tabelas, mostrando que a matemática é mais que uma técnica para resolver problemas, mas uma linguagem com a qual podemos contar para compreendê-los, discuti-los e juntos buscar soluções.

Outra observação subjacente à apresentação do livro didático é a sua apresentação na forma de um grande calhamaço (o que nos remete aos compêndios e alfarrábios do início da constituição do ensino formal, nos primórdios do século XVII, como apontados na página 29 dessa pesquisa), que juntamente com os outros destinados às outras disciplinas escolares do ensino médio, tornam seu transporte para a instituição escolar e depois, de volta para a casa do estudante, uma tarefa pouco aprazível.

Sua imediata consequência é o fato observado de diversos estudantes simplesmente optarem por não os levar para a aula. Agrega-se a isso a característica de que parte dos educandos, matriculados nessa etapa da educação, já se encontram inseridos no mercado de trabalho, e se deslocam para as aulas após a jornada laboral.

Nossa sugestão para amenizar tal problema é a divisão do livro didático em fascículos, com dois ou três capítulos cada (não mais que quarenta páginas), para que a logística seja simplificada e o volume de material didático transportado também seja diminuído.

Outros aspectos que não contemplamos nessa pesquisa merecem atenção em futuros empreendimentos, tanto meus quanto de outros pesquisadores da Educação Matemática, dentre os quais posso citar: a questão da formação do professor de matemática e sua relação com o livro didático de matemática, a evolução dos livros didáticos tomando como referencial as novas legislações e diretrizes curriculares, e a engenharia educacional envolvida no processo de elaboração de um manual do professor para o livro didático de matemática.

Considero, portanto que finalizei essa dissertação, por meio dessas considerações e dos resultados das análises que fiz, e pelos critérios que definimos com base na literatura selecionada.

Espero que esse “tijolinho” que ora apresento seja uma contribuição para erigir o “edifício” da educação, aproximando-a dos educandos e permitindo que possam se tornar cidadãos mais completos e ainda, que em um momento próximo, possa continuar a trilhar os caminhos da pesquisa e contribuir para o aprimoramento do ensino e da aprendizagem.

## 6 REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem básica (/Lourdes Werle de Almeida, Michele Regiane Dias). **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, ano 17, n. 22, p.19-35, 2004.

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012. ISBN 9788572446976.

ANDRADE, F. B. de. **Os “pacotes didáticos” e a autonomia do professor** (/Fernanda Borges de Andrade, Orientadora: Profa. Dra. Célia Maria de Castro Almeida). Dissertação (mestrado) — Universidade de Uberaba. Programa de Mestrado em Educação. Uberaba, MG, [s.n.], 2008. 219 f. : il.

BARBOSA, A. A. de S. **Modelagem matemática**: relatos de professores. (/Angela Afonsina de Souza Barbosa; Orientador: Carlos Roberto Vianna). Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática. Curitiba, 2012. 378 f.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática**: concepções e experiências de futuros professores (/Jonei Cerqueira Barbosa; Orientador: Marcelo de Carvalho Borba; Co-orientador: Rodney Carlos Bassanezi). Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, [s.n.], 2001a. 253 p.: il.

\_\_\_\_\_. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico (/Jonei Cerqueira Barbosa). In: **Reunião Anual da ANPED**, 24, 2001b, Caxambu. Anais... Rio Janeiro, ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARROSO, J. M. **Conexões com a matemática** (/org. Juliana Matsubara Barroso). São Paulo, Moderna, 2010. (Coleção Conexões com a matemática, v.1).

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática** : uma nova estratégia (/Rodney Carlos Bassanezi). 3. ed. São Paulo, Contexto, 2011. ISBN 9788572442077.

\_\_\_\_\_. **Temas e modelos**. Campinas, Edição do autor, UFABC, 2012.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática**: implicações para o ensino-aprendizagem de matemática (/Maria Salett Biembengut). Blumenau, FURB, 1996.

\_\_\_\_\_. 30 anos de modelagem matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais (/Maria Salett Biembengut).

**Alexandria** - Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009. ISSN 1982-5153.

BITTENCOURT, C. M. F. Autores e editores de compêndios e livros de leitura - 1810-1910 (/Circe Maria F. Bittencourt). **Educação e Pesquisa**, v.30, n.3, p.475-491, set./dez. 2004a.

\_\_\_\_\_. Em foco: história, produção e memória do livro didático (/Circe Maria F. Bittencourt). In: **Educação e Pesquisa**, v. 30, n. 3, Apresentação, set./dez. 2004b. ISSN 15179702.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. A ideologia da certeza em educação matemática (/Marcelo C. Borba, Ole Skovsmose. Tradução de Abigail Lins e Jussara de Loiola Araújo). In: **Educação matemática crítica: a questão da democracia** (/Org. Ole Skovsmose). São Paulo, Papirus, 2006. p. 127-148.

BOTELHO, G. M. A. A evolução do conceito de função. (/Geraldo Márcio de Azevedo Botelho). In: **Revista Ciência e Engenharia**, n.1, v.1. Uberlândia, MG, p. 101-123, 1992.

BRANDÃO, C. **O que é educação?** (/Carlos Rodrigues Brandão). São Paulo, Brasiliense, 1995.

BRASIL (MEC/SEB). **Parâmetros curriculares nacionais (Ensino Médio):** Parte I - Bases Legais; Parte II - Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias; Parte IV - Ciências Humanas e suas Tecnologias (/Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica). Brasília, MEC/SEB, 2000. 109 p.

\_\_\_\_\_. **PCN+ ensino médio - orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais.** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (/Ministério da Educação, Secretaria da Educação Média e Tecnológica). Brasília, MEC/SEMTEC, 2002.

\_\_\_\_\_. **Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias** (/Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica). Brasília, MEC/SEB, 2006. 135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2); ISBN 8598171433.

\_\_\_\_\_. **Guia de livros didáticos: PNLD 2012. Matemática** (Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica). Brasília, MEC/SEB, 2011. 104 p.: il.; ISBN 9788577830503.

\_\_\_\_\_. **Programa ensino médio inovador** : documento orientador (Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica). Brasília, MEC/SEB, 2013a. 33 p.: il.

\_\_\_\_\_. **Diretrizes curriculares nacionais gerais da educação básica** (Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Currículos e Educação Integral). Brasília, MEC/SEB/DICEI, 2013b. 542 p.: il.

BRITO, D. S.; ALMEIDA, L. M. W. O conceito de função em situações de Modelagem matemática. (/Dirceu dos Santos Brito, Lourdes Maria Werle de Almeida). **Zetetiké**. Rio Claro, 2005, vol.13, jan./jun., p.63-86.

CIFUENTES, J. C.; NEGRELLI, L. G. Modelagem matemática e o método axiomático (/José Carlos Cifuentes Vasquez, Leônia Gabardo Negrelli). In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. **Modelagem Matemática na Educação Brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Biblioteca do Educador Matemático SBEM, Recife, p. 63-80, 2007.

D' AMBROSIO, U. **Educação matemática**: da teoria à prática (/Ubiratan D'Ambrosio). Campinas, SP: Papirus, 1999.

\_\_\_\_\_. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade (/Ubiratan D'Ambrosio). Belo Horizonte, Autêntica, 2001.

D'AMORE, B. **Didática da matemática** (/Bruno D'Amore; Tradução de Maria Cristina Bonomi). São Paulo, Editora Livraria da Física, 2007. 452 p.

DANTE, L. R. **Matemática** : contexto e aplicações (/ Luiz Roberto Dante). São Paulo, Ática, 2010.

DUARTE, N. **A individualidade para si**: contribuição a uma teoria histórico-social da formação do indivíduo (/Newton Duarte). Campinas: Autores Associados, 1999.

FIORENTINI, D. **Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil**. Zetetiké, Campinas, ano 3, n. 4, p. 1-37, dez. 1995.

FOUCAULT, M. **História da loucura na idade clássica** (/Michel Foucault. Tradução de "*Histoire de la Folie à l'Âge Classique*"; tradutor: José Teixeira Coelho Netto). São Paulo, Perspectiva, 1961. (Coleção Estudos).

\_\_\_\_\_. **As palavras e as coisas** (/Michel Foucault). São Paulo, Editora Contexto, 1999, 89. ed.

\_\_\_\_\_. **As palavras e as coisas** (/Michel Foucault). Tradução de "*Les mots et les choses*"; tradutor: Salma Tannus Muchail). São Paulo, Martins Fontes, 2007. 9.ed. (Coleção Tópicos). 541 p.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido** (/Paulo Freire). Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1983.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa** (/Antonio Carlos Gil). São Paulo: Atlas, 2008. 4. ed.

RODRIGUES, M. H. **Imagens lidas & palavras vistas**: o papel mediador do livro didático para a criança / (/Melissa Haag Rodrigues; orientadora Neli Klix Freitas). Dissertação (mestrado) – Universidade do Estado de Santa Catarina,

Centro de Artes, Programa de Pós-Graduação em Artes Visuais Centro de Artes. Florianópolis, [s.n.], 2009. 115 p.: il.

JAPIASSU, H. **Dicionário básico de filosofia.** (/Hilton Japiassu e Danilo Marcondes). Rio de Janeiro, Editora Zahar, 2006. 4. ed. ISBN 8571100950.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education (/Gabriele Kaiser; Bharath Sriraman). In: **Zentralblatt für didaktik der mathematik.** v.38, n.3. p.302-310, 2006.

LEACH, E. Virgin birth (/Edward Leach). In: **Proceedings of the Royal Anthropological Institute of Great Britain and Ireland**, Volume 0, Issue 1966 (1966), p.39-49.

LEVY, P. **A inteligência coletiva: por uma antropologia de ciberespaço** (/Pierre Levy; Tradução de Luiz Paulo Rounet). São Paulo: Loyola, 1998.

LIBÂNEO, J. C. **Democratização da escola pública: a pedagogia crítico-social dos conteúdos** (/Jose Carlos Libâneo). São Paulo, Loyola, 1985.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D.A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas** (Menga Lüdke, Marli Elisa Dalmazo Afonso de André). São Paulo, EPU, 1986.

MACEDO, L. Situação-problema: forma e recurso de avaliação, desenvolvimento de competências e aprendizagem escolar (/Lino de Macedo). In: **As competências para ensinar no século XXI: a formação de professores e o desafio da avaliação.** Porto alegre, Artmed Editora, 2002.

MANTOVANNI, K. P. **O Programa Nacional do Livro Didático-PNLD: impactos na qualidade do ensino público** (/Katia Paulilo Mantovanni). Dissertação (mestrado). Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas - Departamento de Geografia - Universidade de São Paulo. São Paulo, [s.d.], 2009. 126f.

PERIN, C. **A Educação no século XIV: Guilherme De Ockham** (/Conceição Solange Bution Perin; Orientador: Terezinha Oliveira.). Dissertação (mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Maringá. Maringá, PR, [s.n.], 2005. 132 p.

PERRENOUD, P. **10 novas competências para ensinar: convite à viagem.** (/Philippe Perrenoud; Tradução de Patrícia Chittoni Ramos). Porto Alegre, Artmed Editora, 2000. ISBN 9787573076370. 192 p.

PARANÁ (SEED/PR). **Diretrizes curriculares da educação básica: Matemática** (/Secretaria Estadual de Ensino do Paraná). Curitiba/PR, SEED/PR, 2008.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas** (/Georg Polya). Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006. (reimpressão). (1.ed. 1978).

SILVA, C.; KATO, L. A. Quais elementos caracterizam uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica? **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n.43, p. 45-66, ago. 2012.

SILVEIRA, E. **Modelagem matemática em educação no Brasil: entendendo o universo de teses e dissertações** (/Everaldo Silveira). Dissertação (mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Paraná. Curitiba, [s.n.], 2007. 197 p. il.

SOUZA, J. **Novo olhar: matemática.** (/Joamir Souza). São Paulo, FTD, 2010. (Coleção Novo Olhar, v.1).

THOMPSON, E. P. **Costumes em comum** (/Edward Palmer Thmpson; . São Paulo, Cia das Letras, 1998. ISBN 8571648204. 493 p.: il.

VALENTE, W. R. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **Zetetiké**. CEMPEM – FE – Unicamp - Campinas – SP, v.16, n.30, julho-dez 2008a. p. 149-171.

\_\_\_\_\_. Quem somos nós, professores de matemática? **Cadernos Cedes**, vol. 28, n. 74. Campinas, SP, p. 11-23, jan./abr. 2008b.

VITORIO, S. M. **O abandono dos conteúdos matemáticos no ensino fundamental.** (/Sonia Maria Vitorio). Monografia (especialização). Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade do Extremo Sul Catarinense - UNESC. Criciúma, SC, [s.n.], 2006. 100 f.

WEDIG, J. C. A elaboração de situações-problema em realidades locais (/Josiane Carine Wedig, Patrícia Binkowski, Tatiana Engel Gerhardt; organização de Jalcione Almeida). In: **A modernização da agricultura**. Porto Alegre, UAB/UFRGS, p. 56-79, 2011. (Coleção Educação à Distância). 86 p.

YOUSCHKEVITCH, A. P. **The concept of function up to the middle of the nineteenth century.** (/Adolph–Andrei Pavlovich Yushkevich). Moscow, *Institute for History of Exact Science and Technology*, (1977). Archive: 103012 (05/08/1975). 37–85 p.

## REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

ALENCAR, E. M. S. **Novas contribuições da psicologia aos processos de ensino e aprendizagem** (/org.: Eunice E. M. Soriano de Alencar). São Paulo, Cortez, 1993. 3.ed. 217 p. ISBN 8524904763.

ALMEIDA, L. M. W. O conceito de função em situações de modelagem matemática (/Lourdes Werle de Almeida, Dirceu dos Santos Brito). In: **Zetetiké**, v.13, n.23, 2005. ISSN 21761744.



BELFORT, E.; MANDARINO, M. Números naturais (/ Elizabeth Belfort; Mônica Mandarino). In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pró-Letramento**: Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries iniciais do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília: SEB, 2007. 6-27 p.

BISOGNIN, E. A sala de aula e a modelagem matemática: contribuições possíveis em diferentes níveis de ensino (/Eleni Bisognin, Vanilde Bisognin, Silvia Maria de Aguiar Isaia). In: **Horizontes**, v. 27, n.1, p. 79-89, jan./jun. 2009.

BURAK, D. **Modelagem matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem (/Dionísio Burak; Orientadora: Marcia Regina F. de Brito). Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP. Campinas, SP, [s.n.], 1992.

\_\_\_\_\_. Modelagem matemática sob um olhar de educação matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula (/Dionísio Burak). **Revista de Modelagem na Educação Matemática**. Blumenau, 2010, Vol. 1, No. 1, p.10-27. ISSN 2178-5422.

CABRERA, L. C. **Os recursos tecnológicos no fazer pedagógico do professor alfabetizador** (/Leila Aparecida Cabrera). Campo Grande/ MS, OMEP/Brasil, 2012. (site consultado em 13 de abril de 2013) [http://www.omep.org.br/site/adm/arquivos/artigo\\_leila.pdf](http://www.omep.org.br/site/adm/arquivos/artigo_leila.pdf)

CIFUENTES, J. C. Do conhecimento matemático à educação matemática: uma 'odisséia espiritual'. In: **Filosofia, Matemática e Educação Matemática**. Juiz de Fora, MG, Editora UFJF, 2010.

\_\_\_\_\_. Três momentos na história epistemológica da modelagem matemática (/José Carlos Cifuentes Vasquez). In: **Anais do VIII CNMEM** (Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática). Santa Maria, RS. 2013.

CIFUENTES, J. C.; NEGRELLI, L. G. O processo de modelagem matemática e a discretização de modelos contínuos como recurso de criação didática (/José Carlos Cifuentes Vasquez, Leônia Gabardo Negrelli). In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara de Loiola; BISOGNIN, Eleni (Org.). **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**: relatos de experiências e propostas pedagógicas. Londrina, Eduel, 2011. p.123-140.

DASSIE, B. A. O ensino de matemática no Brasil nas primeiras décadas do século XX. (/Bruno Alves Dassie e José Lourenço da Rocha); Rio de Janeiro, UFF - **Caderno Dá Licença**, v. 5, n. 4, p.65-74, 2003. [http://www.uff.br/dalicensa/images/stories/caderno/volume4/da\\_Licena\\_Bruno.pdf](http://www.uff.br/dalicensa/images/stories/caderno/volume4/da_Licena_Bruno.pdf);

DEL VECCHIO JUNIOR, J. **Metafísica e racionalidade científica**: um ensaio sobre os fundamentos da matemática (/Jacintho Del Vecchio Junior). Tese

(Doutorado em Filosofia). Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas. Departamento de Filosofia, Universidade de São Paulo. São Paulo, [s.n.], 2010.

DEMO, P. **Pesquisa e construção de conhecimento** : metodologia científica no caminho de Habermas (Pedro Demo). Rio de Janeiro, Tempo Brasileiro, 1994.

DUARTE, N. **O ensino de matemática na educação de adultos** (/Newton Duarte). São Paulo: CORTEZ, 1995. 7.ed.

FREITAS, E. **Kant e Popper - objetividade e subjetividade em psicanálise** (/Ednei José Dutra de Freitas). <http://port.pravda.ru/news/sociedade/cultura/07-02-2005/7155-0/>.

GIOVANNI, J. R. **Matemática completa**: ensino médio : volume único (/José Ruy Giovanni, José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Jr). São Paulo, FTD, 2002. ISBN 9788532248276.

JAPIASSU, H. O problema da história das ciências. *In: Questões epistemológicas* (/Hilton Japiassu). Rio Grande do Sul, Imago Editora, 1981. 45-66 p.

KLEINER, I. Evolution of the function concept: A Brief Survey (/Israel Kleiner). **The College Mathematics Journal**, v. 20, n. 4, p. 282–300, 1989.

MALHEIROS, A. P. S. Pesquisas em modelagem matemática e diferentes tendências em educação e em educação matemática (/Ana Paula dos Santos Malheiros). **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 26, n. 43, p.89-110, ago. 2012. Quadrimestral. ISSN 0103-636x.

MIORIM, M. A. **Introdução à história da educação matemática** (/Maria Ângela Miorim). Atual, São Paulo, 1998.

MOURA, A. R. L. de. Resolver problemas: o lado lúdico do ensino da matemática (/Anna Regina Lannes de Moura et al.). *In: Pró-Letramento: Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries iniciais do Ensino Fundamental: Matemática*. Brasília, MEC/SEB (BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica.), 2007. p.7-25.

OTTE, M. Forma e história. *In: O formal, o social e o subjetivo: Uma introdução à filosofia e a didática da matemática* (/Michael Otte; traduzido por Fernando Raul Neto). Rio Claro, Ed. Da UNESP, 1993. 201-218 p. ISBN 8571390495.

\_\_\_\_\_. Objeto e método na história da matemática. *In: O formal, o social e o subjetivo: Uma introdução à filosofia e a didática da matemática* (/Michael Otte; traduzido por Fernando Raul Neto). Rio Claro, Ed. Da UNESP, 1993. 271-279 p. ISBN 8571390495.

PAVANELLO, R. M. **Educação matemática e criatividade** (/Regina Maria Pavanello). A educação matemática em revista-SBEM, ano II, nº 3, 2º semestre, 1994.

PATY, Michel. Inteligibilidade racional e historicidade. In: **Estudos avançados**. São Paulo, v.19, n.54, ago. 2005.

PICARD, E. **Development de l'analyse**. (/Emile Picard). Paris, Gauthier-Villars, 1905.

PINKER, S. **The blank slate**: The modern denial of human nature.(/Steven Pinker). New York, Viking, 2002.

SAFUANOV, I. S. **The history of the teaching of the concept of a function in Russia** (/Ildar S. Safuanov). Moscow, Moscow Technical University of Automobile and Road Industry (MADI), ICMI 11, 2008.

SASTRE VASQUEZ, P. El concepto de función a través de la história. (/Patrícia Sastre Vasquez, G. Rey, C. Boubée). In: **Revista Iberoamericana de Educacióin Matemática**. Diciembre de 2008, n.16 141-155 p. ISSN 1815-0640.

TOMAZ, V. S. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da matemática em sala de aula** (/Vanessa Sena Tomaz e Maria Manuela M. S. David). Belo Horizonte, Autêntica Editora, 2008. (Coleção Tendências em Educação Matemática). 144 p. ISBN 9788575263532.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental** (/Emerson Tortola; Orientadora: Lourdes Maria Werle de Almeida). Dissertação (mestrado). Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina Londrina, [s.n.], 2012. 168 f.