

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANA**

**ANGELA AFONSINA DE SOUZA BARBOSA**

**Modelagem Matemática: relatos de professores**

CURITIBA  
dezembro/2012

ANGELA AFONSINA DE SOUZA BARBOSA

## **Modelagem Matemática: relatos de professores**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do Grau de Mestre em Educação em Ciência e em Matemática, no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática, Universidade Federal do Paraná.

Orientador Professor Dr. Carlos Roberto Vianna.

CURITIBA  
dezembro/2012

Barbosa, Angela Afonsina de Souza  
Modelagem matemática: relatos de professores / Angela Afonsina  
de Souza Barbosa. – Curitiba, 2012.  
378 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Setor de  
Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação em  
Ciências e em Matemática  
Orientador: Carlos Roberto Vianna


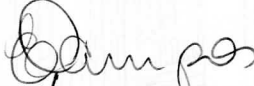
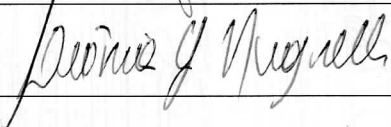
1. Modelos matemáticos. I. Vianna, Carlos Roberto. II. Título.

CDD 510.7015118

**PARECER**

Defesa de Dissertação de **ANGELA AFONSINA DE SOUZA BARBOSA**, intitulada “**MODELAGEM MATEMÁTICA: RELATOS DE PROFESSORES**” para obtenção do Título de Mestra em Educação em Ciências e em Matemática.

De acordo com o Protocolo aprovado pelo Colegiado do Programa, a Banca Examinadora composta pelos professores abaixo-assinados arguiu, nesta data, a candidata acima citada. Procedida a arguição, a Banca Examinadora é de Parecer que a candidata está **apta ao Título de MESTRA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA**, tendo merecido as apreciações abaixo:

BANCA	ASSINATURA	APRECIÇÃO
Prof. Dr. Carlos Roberto Vianna (orientador)		Aprovada
Prof. Dr. Jonei Cerqueira Barbosa		Aprovada
Prof <sup>a</sup> . Dr <sup>a</sup> . Elisângela de Campos		Aprovada
Prof <sup>a</sup> . Dr <sup>a</sup> . Leônia Gabardo Negrelli		Aprovada

Curitiba, 08 de Dezembro de 2012.



Prof. Dr. Carlos Roberto Vianna  
 Coordenador do Programa de Pós-Graduação  
 em Educação em Ciências e em Matemática.



**Ao meu pai, Oliveiro e a minha mãe Maria da Penha por terem me ensinado que as conquistas se dão com muita luta e dedicação.**

**As minhas filhas Aline, Alessandra e Altina Bruna pelo carinho e respeito que tiveram durante os longos períodos de estudos e por terem ajudado em meu processo evolutivo.**

## **Agradecimentos**

A Deus e a Nossa Senhora do Perpétuo Socorro, por terem me proporcionado mais este presente em minha vida e por terem me dado forças para realizar o trabalho.

Ao meu orientador, Professor Doutor Carlos Roberto Vianna, por ter aceitado a tarefa de me orientar, pela sua paciência e dedicação em me auxiliar nos estudos mesmo diante de minhas dificuldades.

Aos membros da banca, pelas contribuições oferecidas.

As minhas filhas pela compreensão e apoio nas dificuldades encontradas, pela compreensão nos momentos de ausência e pela ajuda no processo de escrita. Agradecimento especial a minha filha Aline por ter feito inúmeras leituras e correções no texto.

A minha família pai, mãe e irmãos, apesar de estarem distantes, sempre torceram para eu alcançar meus objetivos. Em especial ao meu pai, que me ensinou a amar o conhecimento, a escola e os estudos de modo geral.

Aos meus professores, que de alguma forma me auxiliaram nessa caminhada e com exemplo de caráter e autenticidade ajudaram na minha formação.

Aos meus colegas de estudo, desde os primeiros momentos de minha escolarização até o presente momento, pois todos co-participaram desta produção, mesmo os dos anos iniciais, pois também contribuíram para minha bagagem de conhecimento. Não gostaria de nominar os colegas, porém não posso deixar de ressaltar o nome da Colega Silvana Matucheski que contribuiu com a escrita do texto fazendo leituras e sugestões.

Aos meus colegas de trabalho que nesses 26 anos de magistério contribuíram com a construção do meu eu. Agradecimento especial a minha amiga Lucíula Maria Marques Baddini pelas contribuições, leitura e correções feitas.

Mais uma vez, a Deus por ter me dado a oportunidade de convivência com todas as pessoas que, de alguma forma, auxiliaram nesta conquista.

## RESUMO

Esta dissertação teve como objetivo apresentar a Modelagem Matemática tal como ela é relatada por alguns professores de matemática, atuantes em escolas estaduais do município de Curitiba, que participaram do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE), que a tomaram como tema dos seus trabalhos. Para situar a produção de pesquisas brasileiras que focaram a Modelagem Matemática como tema, adotou-se como ponto de partida uma dissertação que faz a síntese destes trabalhos no Brasil até o ano de 2005; seguida de dois trabalhos acadêmicos que tratam a modelagem, tanto do ponto de vista do que ocorre em sala de aula, quanto do ponto de vista de seus fundamentos epistemológicos filosóficos. Na sequência, apresenta-se a textualização, instituindo fontes segundo critérios da metodologia da História Oral, de entrevistas com professoras que no âmbito de um processo institucional de formação continuada produziram materiais utilizando a Modelagem Matemática. Os pontos de vistas das professoras ajudam na familiarização com as ideias apresentadas por investigadores da área e sugerem contribuições para novas pesquisas em Educação Matemática.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Modelagem Matemática. História Oral

## **ABSTRACT**

This dissertation aimed to present a mathematical modeling as it is reported by some mathematics teachers working in state schools in the city of Curitiba, who participated in the Educational Development Program (PDE – from portuguese – “Programa de Desenvolvimento Educacional”), which took the theme of their work. To establish the production of Brazilian researches that focused on the Mathematical Modeling taking as theme, it was taken as a starting point a paper which summarizes these studies in Brazil by the year 2005, followed by two academic papers that deal with the modeling of both the point of view of what happens in the classroom, as the point of view of their epistemological philosophical. In the sequel, we present the textualization, sources establishing criteria of the methodology of Oral History, interviews with teachers that within an institutional process of continuing education materials produced using Mathematical Modeling. The point of views of the teachers help to get familiar with the ideas presented by researchers in the area and suggest new contributions to research in mathematics education.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modeling. Oral History

## SUMÁRIO

	<b>INTRODUÇÃO</b>	10
1	<b>ENTRANDO NO MUNDO DA EDUCAÇÃO</b>	12
1.1	<b>O que dizem estudiosos da área da Modelagem Matemática</b>	15
2	<b>UM PONTO DE PARTIDA PARA UM ENTENDIMENTO SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA: TRÊS ESTUDOS</b>	23
2.1	<b>Modelagem Matemática em Educação no Brasil: entendendo o universo de teses e dissertações</b>	24
2.2	<b>Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores</b>	34
2.3	<b>Uma Reconstrução Epistemológica do processo de Modelagem Matemática para a Educação (Em) Matemática</b>	42
3	<b>O PROGRAMA PDE E ALGUMAS QUESTÕES METODOLÓGICAS</b>	52
3.1	<b>O Programa PDE</b>	52
3.2	<b>Questões metodológicas – história oral</b>	57
3.3	<b>Modelagem Matemática – Cadê o conteúdo?</b>	60
4	<b>AS COLABORADORAS DA PESQUISA</b>	65
4.1	<b>As Colaboradoras</b>	65
4.2	<b>A busca por colaboradores</b>	65
4.3	<b>Conhecendo as colaboradoras por meio das produções textuais</b>	70
5	<b>ENTREVISTAS</b>	88
5.1	<b>Professora Marli Lourdes de Vargas Terres</b>	88
5.2	<b>Professora Antonia Elói de Mello Dotto</b>	91
5.3	<b>Professora Dioneia Dobrowolski Kovalski</b>	96
5.4	<b>Professora Maria Luiza Oliani</b>	98
6	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	105
	<b>REFERENCIAS</b>	109
	<b>ANEXOS</b>	112
	<b>Cartas de cessão</b>	113
	<b>Material produzido pelas colaboradoras – Artigos e Material didático-</b>	118

## INTRODUÇÃO

Esta dissertação tem como objetivo apresentar a Modelagem Matemática tal como ela é relatada por alguns professores de matemática, atuantes em escolas estaduais, do município de Curitiba, que participaram do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE.

A pesquisa tem como propósito contribuir com o campo da Educação Matemática e, ainda, provocar uma reflexão sobre as múltiplas formas de se fazer Modelagem Matemática (BEAN, 2001; BARBOSA, 2004, 2004b; ARAUJO, 2002, 2007).

O trabalho adota como ponto de partida algumas contribuições de autores que abordaram o tema Modelagem Matemática, no âmbito da Educação Matemática. Everaldo Silveira que, em sua Dissertação<sup>1</sup>, traz um mapeamento das Teses e Dissertações em Modelagem Matemática, produzidas no Brasil, desde 1976 até 2005; Jonei Cerqueira Barbosa que, em sua Tese<sup>2</sup>, discute sobre as concepções e experiências de futuros professores de matemática acerca da Modelagem Matemática; e Leônia Gabardo Negrelli que, em seu trabalho de pesquisa<sup>3</sup>, discute sobre uma reconstrução epistemológica do processo de Modelagem Matemática para educação (em) matemática.

Tendo em vista que esta dissertação se baseia em relatos e registros de 4 (quatro) professores que participaram do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE, do Estado do Paraná, na sequência, conto um pouco sobre a história deste Programa, legislação pertinente e as atividades que compõem a formação continuada desses professores. Com o intuito de captar, nos dizeres deles, como a Modelagem Matemática está sendo trabalhada, em sala de aula, entrevisto-os utilizando a metodologia da História Oral. Seguindo alguns procedimentos típicos desta metodologia, as entrevistas são transcritas,

---

<sup>1</sup> Everaldo Silveira defendeu sua dissertação em 2007 na Universidade Federal do Paraná - UFPR e orientado pelo Professor Dr. Ademir Donizete Caldeira.

<sup>2</sup> Jonei Cerqueira Barbosa defendeu sua tese em em 2001 na Universidade Estadual de São Paulo – Rio Claro, orientado pelo Professor Dr. Marcelo de Carvalho Borba e co-orientado pelo Professor Dr. Rodney Carlos Bassanezi.

<sup>3</sup> Leônia Gabardo Negrelli defendeu sua tese em 2008 na Universidade Federal do Paraná -UFPR, orientada pelo Professor Dr. José Carlos Cifuentes Vasquez.

textualizadas e devolvidas ao colaborador para validação e, só então passam a ser incluídas na dissertação.

Para ampliar o conhecimento sobre como tais professores PDE estão vendo e utilizando a Modelagem Matemática, em sala de aula, procedo um levantamento das suas produções, ouço e registro, por meio de entrevistas, seus depoimentos. Suas produções escritas, Material didático e Artigo, versam sobre Modelagem Matemática e tive acesso a elas por meio de busca no banco de dados no Portal<sup>1</sup> Dia a Dia Educação no qual estão disponíveis publicações dos trabalhos de professores que tiveram participação no programa de formação continuada PDE.

Nos relatos, bem como nas publicações desses professores PDE são descritas algumas atividades desenvolvidas em sala de aula, presentes nos projetos de implementação e também no material didático elaborado pelos entrevistados. Nos casos em que o professor entrevistado já concluiu a formação pelo Programa PDE, foi possível ler e registrar as conclusões por meio do artigo final produzido após a implementação do projeto na escola. As entrevistas e a leitura do material produzido pelos professores contribuem para ampliar a compreensão do que seja Modelagem Matemática e auxiliam a entendê-la sob a ótica do professor.

Nas considerações finais, destaco os pontos de vista dos professores de Matemática sobre Modelagem Matemática, salientando algumas contribuições para meu desenvolvimento pessoal e profissional, para Educação Matemática e para Modelagem Matemática, abrindo horizontes para outras pesquisas.

---

<sup>1</sup> Portal dia a dia educação < <http://www.diaadia.pr.gov.br/index.php> > é um espaço onde estão disponíveis informações sobre escolas, funcionários e material que podem auxiliar o professor em ações docentes.

## 1 Entrando no mundo da Educação

Não tenho dúvidas em afirmar que a estrutura tradicional do ensino e pesquisa que prevalece em nossos países é inadequada para os fins com que sonhamos.

(D'AMBROSIO, 1986, p. 19)

No decorrer da minha vida acadêmica e profissional muitos questionamentos surgiram sobre ações docentes, alguns foram respondidos com práticas em sala de aula e com algumas leituras que propiciaram a compreensão de parte das indagações, auxiliando na obtenção de algumas respostas; contudo, as dúvidas não esclarecidas perduraram e outras surgiram, tais como: Como utilizar a Modelagem Matemática sem que os alunos conheçam os conteúdos que serão envolvidos na investigação? Ou ainda: Como proceder se, no meio do desenvolvimento de uma ação de modelagem, os alunos apresentam dificuldade com conteúdos básicos de matemática? Como desenvolver, em sala de aula, projetos de Modelagem Matemática?

Ao tomar conhecimento de algumas das discussões sobre Modelagem Matemática<sup>2</sup> que ocorriam na academia, por exemplo, e, com base nas experiências de sala de aula, fui buscar informações que pudessem me esclarecer alguns pontos que permaneciam obscuros.

Eu já era professora (1ª a 4ª série), da rede Estadual do Paraná e com formação em magistério, quando fiz vestibular. Na época, ao fazer a inscrição na Fundação Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Paranaguá (FAFIPAR), era permitido selecionar dois cursos, como primeira e segunda opções. Minhas opções foram: Matemática e Língua Portuguesa; a primeiro, porque gostava muito quando aluna na educação básica; esta, porque tinha algumas dificuldades com a escrita e acreditava que pudessem ser sanadas com o curso superior. Quando fui fazer a matrícula, pretendia me matricular em Língua Portuguesa; todavia fui informada de que tinha sido aprovada para a primeira opção, portanto, deveria fazer Matemática e assim o fiz. Dessa forma começou uma nova etapa do meu caminhar dentro do mundo da Matemática e da Educação Matemática.

Até aqui, ao ensinar Matemática para os alunos, não entendia muito bem porque eles não aprendiam se estava tudo “*na cara*”, como eu dizia a eles. Depois de dizer tantas vezes que estava “*na cara*” comecei a perguntar para mim mesma,

---

<sup>2</sup> Vou usar a palavra modelagem com o sentido de Modelagem Matemática para evitar muitas repetições.



“na cara de quem?” Foi quando busquei textos que pudessem me auxiliar nas práticas docentes.

O meu primeiro contato com Modelagem Matemática aconteceu em 1990, mais especificamente no mês de outubro, quando a Professora Maria Salett Biembengut ministrou o curso “Matemática Criativa”, na Fundação Faculdade Estadual de Filosofia, Ciências e Letras de Paranaguá - FAFIPAR, expondo seu trabalho de pesquisa, com alunos de 5ª série, informando que, nesse trabalho, ela explorou a construção de maquetes enfatizando geometria e medidas. No ano seguinte, setembro de 1991, a professora retorna a Paranaguá para ministrar o curso “Matemática Criativa – Modelagem Matemática como Estratégia de Ensino”. Nesse curso, a professora trouxe mais detalhes sobre a construção das maquetes e atividades práticas para os cursistas, para que pudessem esclarecer possíveis dúvidas em relação ao trabalho com Modelagem Matemática. Foi sugerido, pela docente do curso, que se fizessem intervalos, durante a execução do trabalho, para recuperar conteúdos que não eram de conhecimento de todos. Os alunos e professores deveriam buscar as informações, sobre os conteúdos não dominados, para que pudessem dar andamento às atividades práticas. Aqui, uma das minhas indagações foi respondida, ou seja, quando o conteúdo necessário para a continuidade do trabalho não é de domínio de todos, um intervalo na execução deve ser feito para que sejam recuperadas as informações necessárias.

O terceiro contato, agora um pouco diferente dos dois anteriores, se deu na Pós-Graduação *lato sensu*, em 1996, na FAFIPAR, na disciplina “Aspectos Atuais de Qualidade no Ensino de Matemática” que trabalhou com as tendências na Educação Matemática de forma teórica, entre essas a Modelagem Matemática.

Após os contatos relatados, algumas tentativas de Modelagem Matemática, como estratégia de ensino foram praticadas por mim, em sala de aula, porém, ainda sem muita segurança e sem saber se estava realmente usando estratégias que se enquadravam na Modelagem. As buscas continuaram e assim foi possível tomar conhecimento do livro, publicado pela Editora da FURB da Universidade Regional de Blumenau, com o título: “Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática”, da autora Maria Salett Biembengut, publicado em 1999. O livro ajudou no esclarecimento de dúvidas conceituais, pois traz informações sobre modelos, elucida as raízes da modelagem, além de propor trabalhos com Modelagem Matemática para sala de aula, ratificando o já exposto

acima, no que diz respeito aos intervalos, na execução de ações dentro da proposta de trabalho para recuperar conteúdos que não são de domínio de todos.

Mesmo me percebendo com uma melhor compreensão do que se entendia por modelagem, dúvidas eram recorrentes; a maior delas dizia respeito a minha preocupação com o conteúdo de matemática. Nas primeiras tentativas de fazer modelagem, em sala de aula com alunos das 8ª séries (hoje o equivalente ao 9º ano), no final da década de 90, o projeto era desenvolvido em duas aulas semanais e as demais aulas eram embasadas em livros e exposições de conteúdos, refletindo a preocupação com o cumprimento do planejamento da série.

A preocupação com os conteúdos perpassa pela formação que tive, escola tradicional<sup>3</sup>, e pela necessidade em cumprir o que é pré-estabelecido pelas instâncias superiores, como pelo Ministério da Educação (MEC) por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e pela Secretaria de Estado da Educação por meio das Diretrizes Curriculares do Estado (DCE). Ao citar as Diretrizes e os PCNs, não quero dizer que sempre foram estes documentos que nortearam a minha prática e a dos professores, mas algo similar, que refletia o momento histórico, como exemplo, o Currículo Básico para escola pública do Estado do Paraná na década de 90.

A pesquisa, feita por Barbosa (2001), traz a preocupação que as professoras-alunas demonstraram, ao falar do uso de Modelagem em sala de aula, com o conteúdo e como os conceitos de Matemática seriam desenvolvidos, mostrando que, esse tipo de inquietação, não é exclusiva desse grupo, mas apresenta uma certa generalidade decorrente da formação que tivemos, da visão que temos de escola e da função das várias disciplinas no currículo. No decorrer do texto, o/a leitor(a) tomará conhecimento das buscas que fiz para compreender os caminhos que possibilitaram a mim, trabalhar com modelagem, em sala de aula e, também, perceberá a constante preocupação com os conteúdos, que ainda impregna minha ação docente, diminuindo a mobilidade para ações que demandam maior tempo.

Um novo contato com a Modelagem Matemática, ocorreu em 2008, quando fiz a disciplina de “Educação Matemática” na Licenciatura em Matemática na UFPR, cujo docente era o Professor Dr. José Carlos Cifuentes Vasquez<sup>4</sup>. Durante o curso

---

<sup>3</sup> Segundo Saviani (1994) na escola tradicional, a organização se dá centrando-se no professor, o qual transmite, segundo uma gradação lógica, o acervo cultural aos alunos.

<sup>4</sup> Professor Doutor do Departamento de Matemática da UFPR

(45 horas) o livro do Professor Rodney Carlos Bassanezi “Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática” serviu-nos como suporte. A partir dessa disciplina meu interesse pela modelagem ficou mais aguçado.

Do meu ponto de vista, a Modelagem possibilita o envolvimento dos alunos nos problemas, não só da própria matemática, mas nos problemas do mundo real, ou seja, estudar matemática não só pela matemática, mas correlacionando os conhecimentos matemáticos com os problemas do dia a dia do aluno ou da comunidade escolar, ou ainda, os problemas do dia a dia são impulsionadores para o aprendizado dos conteúdos de matemática. Nesse sentido, com o uso de Modelagem Matemática, há uma grande propensão em auxiliar os alunos a apreciar a Matemática, afirmo isso porque compartilho da ideia de Bassanezi (2006, p. 15) “que o gosto se desenvolve com mais facilidade quando é movido por interesses e estímulos externos à Matemática, vindos do mundo real”.

Dando continuidade aos estudos, busquei outros autores que discutiam Modelagem Matemática para compreender como o tema era visto por eles e também, os caminhos que podem ser trilhados para realizar o trabalho em sala de aula.

### **1.1 O que dizem estudiosos na área da Modelagem Matemática**

(...) é certo que o modelador matemático sempre estará entre o martelo do purista e a bigorna do utilizador. A função do professor de matemática, quando no uso da metodologia da Modelagem Matemática no ensino, é colocar o aluno entre essa bigorna e esse martelo.

(Hein & Biembengut, 2007, p. 35)

Com a difusão da Modelagem Matemática, os pontos-de-vista sobre esse assunto vão se modificando. Por exemplo, Dale Bean (2001), questiona o que é Modelagem Matemática afirmando que não há consenso sobre o assunto: “...nos trabalhos acadêmicos os conceitos de modelagem não estão bem definidos” (BEAN, 2001, p. 54), dando-me a ideia de que não há apenas uma forma de se fazer modelagem, de que não há uma receita a ser seguida. Nesta dissertação busco conhecer quais os entendimentos dos professores envolvidos com Modelagem Matemática, em trabalhos em sala de aula, para poder compreender melhor a

referência de pesquisadores e docentes e, também, o processo de desenvolvimento das ações em Modelagem Matemática.

Indo ao encontro do que diz Bean (2001), depois de algumas buscas, encontrei um texto escrito por Jussara Araújo, 2007, em que ela diz que não há uma definição de Modelagem Matemática: "... diante da inexistência de uma definição penso ser adequado utilizar "perspectiva de Modelagem Matemática" ao invés de utilizar definição de Modelagem Matemática (ARAUJO, 2007, p. 12 - grifos da autora)."

Quando Bean fala de conceito de modelagem e Araújo fala em definição, penso que eu também estava procurando algo assim, uma definição, uma receita pronta, na qual os passos estivessem descritos cabendo a cada professor a execução, o que não se confirma com as leituras e com as investigações feitas até aqui.

Segundo D'Ambrosio<sup>5</sup> (2006, p. 11) "Modelagem Matemática é matemática por excelência" isto me leva a crer que ao trabalhar com Modelagem Matemática, subtende-se que a matemática perpassa todas as ações que compõem o processo; D'Ambrosio afirma ainda que as ideias centrais da matemática são resultados dos processos que buscavam entender e explicar fatos e fenômenos observados, o que ratifica a sua própria fala de que Modelagem Matemática é Matemática por excelência. A afirmação de D'Ambrosio satisfaz parte da minha indagação pessoal, isto é, como conciliar Modelagem Matemática com os conteúdos de Matemática, pois ao trabalhar com Modelagem Matemática, a professora ou professor estará trabalhando com Matemática. As reflexões acerca dos problemas levantados, a elaboração dos modelos fazem parte do processo de compreensão da natureza e da construção de uma linguagem própria para descrevê-los sendo desenvolvidos, desta forma, os conhecimentos de Matemática.

Corroborando com D'Ambrosio, Biembengut (1999) enuncia que a imagem que se forma na mente quando, de forma racional, buscamos compreender e expressar de forma intuitiva o percebido no meio social ou natural, tentando relacionar com algo já conhecido, estamos criando um modelo, perpassando, desta forma, pelos caminhos da modelagem e da matemática. Este processo pode ser expresso como a busca por entender e explicar fatos e fenômenos, logo, buscar por

---

<sup>5</sup> Ubiratan D'Ambrosio fala que modelagem é matemática por excelência ao prefaciá-lo livro Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática do Prof. Rodney Bassanezi.

interpretações de fenômenos naturais, sociais, ou matemáticos, é matemática por natureza.

Segundo D'Ambrosio, no prefácio do livro do Prof Rodney Bassanezi, nos últimos séculos ocorreu uma predominância, nos sistemas educacionais, pelo teórico e pelo abstrato. Concordo com D'Ambrosio quanto à predominância pelo teórico e pelo abstrato, porém observo que isso não impediu que os professores investigassem novos caminhos para melhorar a compreensão dos alunos no que diz respeito aos conceitos de matemática. A busca por novos caminhos tem sido retratada por Biembengut (1999, 2007), Araujo (2002, 2007), Barbosa (2001, 2004), principalmente, no que diz respeito à Modelagem Matemática.

Em busca de mais informações sobre modelagem, deparei-me com o artigo escrito pelo pesquisador Jonei C. Barbosa, em 2004, "Modelagem Matemática: o que é? Por quê? Como?", neste primeiro contato, alimentei a esperança de que todas as minhas dúvidas sobre Modelagem seriam respondidas e que desnecessário seria pesquisar mais sobre o assunto, porém, no decorrer da leitura, me deparei com a seguinte afirmação:

Esse artigo é justamente uma tentativa de oferecer subsídios para as pessoas compreenderem uma maneira (e não a maneira) de entender Modelagem na perspectiva da Educação Matemática (BARBOSA, 2004b, p. 73 grifos do autor).

Tal afirmação despertou em mim a compreensão de que a pesquisa tinha que prosseguir sempre, já que existe pluralidade de possibilidades e não apenas uma maneira de se desenvolver projetos envolvendo Modelagem Matemática em sala de aula. Este fato me instigou: Por que não ouvir os professores que estão implementando seus projetos na escola fazendo uso de Modelagem?

Há compatibilidade de ideias entre Barbosa (2004b) e Araújo (2002) quando esta afirma que na tentativa de compreender a Modelagem Matemática que estava sendo desenvolvida dentro das escolas, fez um levantamento das experiências em Educação Matemática, chamadas de Modelagem Matemática. Nessa pesquisa, afirma ter percebido duas características que se destacaram: "a existência de uma multiplicidade de perspectivas de Modelagem Matemática e a transformação dessas perspectivas no contexto da Educação Matemática." (ARAUJO, 2007, p. 17). Saliento aqui, que encontrei mais um reforço para sustentar meu mote de pesquisa, ou seja, ouvir o que os professores têm a relatar sobre Modelagem Matemática

como uma possibilidade de investigação que poderia ajudar na compreensão das transformações que, segundo Araujo (2007), ocorrem com a Modelagem Matemática ao adentrar a sala de aula.

Pelo envolvimento dos professores, principalmente no universo de formação do PDE, podemos dizer que os professores, atuantes em sala de aula, estão buscando novas estratégias de ensino para amenizar as disparidades existentes entre o ensinar e o aprender, haja vista a quantidade de trabalhos que versam sobre Modelagem Matemática.

É importante ressaltar também que o documento que serve como bússola para educação paranaense, Diretrizes Curriculares de Matemática (Diretrizes Curriculares do Estado - DCE), ao falar de Modelagem Matemática, deixa claro que

(...) o trabalho pedagógico com a Modelagem Matemática possibilita a intervenção do estudante nos problemas reais do meio social e cultural em que vive, por isso, contribui para sua formação crítica (PARANA/DCE, 2008, p. 65).

A intervenção dos estudantes nos problemas reais do meio social e cultural são os estímulos externos, segundo Bassanezi (2006), caminho natural para convidar o aluno a mergulhar no mundo da Matemática ainda pouco explorado. A defesa que se faz de que o interesse pela Matemática é acentuado por meio de estímulos externos oriundos do mundo real, e isso pode ser utilizado como um meio para problematização e para investigação.

A leitura de livros, teses, dissertações e artigos (ARAUJO, 2002, 2007; BARBOSA, 2001, 2004, 2004b; SILVEIRA, 2007 e CIFUENTES e NEGRELLI, 2007; NEGRELLI, 2008) forneceu subsídios para ampliar minha compreensão e tentar contribuir com a Educação Matemática. Por outro lado, a leitura permite perceber a ausência de relatos que possibilitem conhecer as experiências vividas pelos professores da Rede Estadual do Paraná em Modelagem Matemática.

Com o intuito de compreender os relatos dos professores entrevistados para esta pesquisa, busquei e li o artigo intitulado “As relações dos professores com a Modelagem Matemática” em que, Barbosa (2004a), com base na literatura nacional e internacional, discute as relações dos professores com a Modelagem Matemática, destacando suas perspectivas sobre esse ambiente de aprendizagem para sala de aula. Segundo Barbosa (2004a), os professores investigados tiveram suas

experiências com Modelagem Matemática, observando ou executando e registrando os resultados.

A existência de multiplicidades de perspectivas de Modelagem Matemática, como explicitada por Araújo (2001 e 2007) e também por Barbosa (2004a), indica direcionamento para as atividades, pois,

Apesar dos diferentes entendimentos correntes na comunidade de educadores matemáticos, podemos afirmar que se trata de situações de sala de aula onde os alunos são convidados a abordar situações com referência na realidade por meio de ideias e algoritmos matemáticos. (BARBOSA, 2004a, p. 1)

Barbosa (2004a) sinaliza para o que seja atividade de Modelagem Matemática, como situações da realidade, abordadas pelos alunos, por meio de algoritmos matemáticos.

Em relação aos professores e ao trabalho com modelagem, Barbosa (2004a) exprime que estes se identificam com um dos cinco argumentos:

(...) motivação, facilitação de aprendizagem, preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas, desenvolvimentos de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sócio-cultural da matemática (BARBOSA, 2004a, p. 2).

Porém, quando os professores têm contato com a Modelagem Matemática e reconhecem a importância das atividades, também, destacam os obstáculos para sua utilização produzindo insegurança em relação ao tema modelagem, aos conteúdos de matemática que poderão surgir bem como aos temas escolhidos pelos alunos para investigação.

Ao se referir aos cinco argumentos, Barbosa (2004b) enfatiza o último da lista, pois ele diz que esse está diretamente ligado à formação de pessoas ativas na sociedade, capazes de analisar como a matemática está sendo usada nas discussões sociais. Afirma também que “... as atividades de Modelagem podem contribuir para desafiar a ideologia da certeza e colocar lentes críticas sobre as aplicações da matemática (BARBOSA, 2004b, p. 2).”

Analisei os diálogos registrados nos textos que embasam a minha pesquisa, na tentativa de compreender como os professores viam a Modelagem Matemática e a dialogia entre as teorias que respaldaram os diversos documentos lidos: dissertações, teses e artigos. Entre os colóquios analisados, está a tese elaborada e

defendida por Jonei Barbosa em 2001. Neste documento, há diálogos das futuras professoras, colaboradoras na pesquisa, com o pesquisador, que possibilitaram compreensão dos pontos-de-vista dessas, sobre Modelagem Matemática e sobre a matemática. O diálogo das colaboradoras com o pesquisador e as discussões que ocorreram acerca da Modelagem Matemática e de Matemática ampliaram as possibilidades de compreensão das entrevistas que realizei com as colaboradoras da minha pesquisa.

Barbosa (2004) salienta que o contato inicial do professor com a Modelagem Matemática se dá em espaços de formação inicial ou continuada. Consolidando a ideia exposta por Barbosa, a preocupação pela ampliação da compreensão, no que concerne a Matemática e a Modelagem Matemática, perpassa pelas formações continuadas proporcionadas pela Secretaria de Estado da Educação do Paraná. Alguns professores de Matemática, da Rede Estadual, que participam do Programa de Formação PDE, têm elaborado projetos de implementação na escola, embasados nas ideias de Modelagem Matemática. Quando falo alguns, estou me referindo ao contexto de formação PDE e que, só para exemplificar, nas duas primeiras turmas, 2007 e 2008, em um universo de aproximadamente 300 professores, cada um com duas produções escritas, temos 118 trabalhos, ou seja, 59 professores que têm as práticas propostas firmadas nos procedimentos da Modelagem Matemática, apoiadas nas pesquisas já feitas pelos estudiosos da área. Vale lembrar que cada professor produz dois trabalhos escritos, sendo um total de 600 trabalhos no âmbito do Estado e desses, 118 contemplam a Modelagem Matemática.

A quantidade de material escrito sobre Modelagem, pelos professores PDE, motivou-me a buscar os colaboradores no contexto do Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná e, para não correr o risco de impossibilitar a investigação, limitei o campo de pesquisa ao município de Curitiba e à turma PDE 2010.

Pude perceber com as leituras das teses, dissertações e artigos que há preocupação em ampliar e compreender as ações que perpassam o mundo da Modelagem Matemática e, que essas, não são exclusivas dos colaboradores de Barbosa (2001) e de outros estudiosos da área da Educação Matemática e da Modelagem, mas também dos professores atuantes em sala de aula no estado do Paraná.



Para que ocorra compreensão da Modelagem, que está acontecendo em sala de aula, é adequado ouvir e registrar o que os professores estão relatando sobre Modelagem Matemática e como estão desenvolvendo seus projetos de implementação em sala de aula.

Diante do exposto, algumas entrevistas foram efetuadas na perspectiva metodológica do GHOEM<sup>6</sup> (Grupo de Historia Oral e Educação Matemática). Após, foram transcritas, textualizadas e devolvidas aos entrevistados para validação e autorização, mediante carta de cessão para inclusão na dissertação.

A busca por situações do mundo real para o ensino de Matemática vai ao encontro do que nos ensina Freire (1996), quando afirma ser preciso insistir que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar possibilidades para sua produção. Fazer uso de ferramentas ou técnicas e situações do mundo real é criar possibilidades para que o aluno adquira, com o auxílio do professor, os conhecimentos em Matemática.

A Matemática, conforme Bassanezi (2006, p. 17), “é uma atividade essencialmente desenvolvida pelo ser humano que procura entender a natureza por meio de teorias adequadas”. Como atividade humana, é importante lembrar que, a Matemática foi criada para compreender o mundo a nossa volta e, com linguagem própria, descrevê-lo. Cabe ressaltar que a descrição feita pela Matemática é interpretação de situações ideais, recorte da realidade ou construto da mente humana para estudo.

Após as leituras já citadas, tenho convicção de que os registros dos pontos de vista de alguns professores, de matemática, da Rede Estadual do Paraná, mais precisamente de Curitiba sobre modelagem, auxiliar-me-ão na compreensão do que vem a ser Modelagem Matemática e representam, também, uma forma de contribuir com a Educação Matemática e com as pesquisas acerca da Modelagem. Saliento, aqui, que a tarefa não é fácil e carece de mais embasamento para que não se cometa o erro de querer manipular a conversa com os professores, nem mesmo emitir opinião sobre as ações, mas registrá-las.

Para registrar as referências dos professores, fez-se necessário estudo mais abrangente e a apropriação de algumas dissertações e teses possibilitaram maior

---

<sup>6</sup> Para saber mais sobre o GHOEM acesse:< <http://www.ghoem.com>>

inserção no mundo da Modelagem Matemática, no sentido de conhecer o que tem sido pesquisado por estudiosos da área da Educação Matemática.

## **2 UM PONTO DE PARTIDA PARA UM ENTENDIMENTO SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA: TRÊS ESTUDOS**

A proposta deste capítulo não é a de fazer um “estado da arte” da modelagem, e sim estabelecer uma ponte com a leitura de três trabalhos com propósitos muito distintos, mas que, como se verá, de alguma forma se complementam de modo a permitir certa perspectiva do “todo” em relação ao que ocorre com a Modelagem Matemática e como tem sido pensada no Brasil.

A primeira dissertação buscada foi a de Silveira (2007) que teve como objetivo fazer um mapeamento dos principais focos de pesquisa em Modelagem na Educação Matemática Brasileira. Após a leitura do texto, dentre todas as dissertações e teses discutida pelo autor, algumas me chamaram a atenção, dentre estas, busquei a tese de Jonei Barbosa (2001) pela descrição feita por Silveira e também pela sua efetiva participação, em 2011, das discussões e pesquisas em Educação Matemática, mais especificamente, em Modelagem Matemática; também foi mencionado por Silveira (2007) que a tese trazia a participação de três colaboradoras e relatos das experiências dessas com Modelagem Matemática bem como suas concepções de matemática indo ao encontro da minha proposta que é ouvir e relatar o que os professores têm a dizer sobre as ações docentes envolvendo Modelagem Matemática.

Barbosa (2001) aborda, em sua tese, os modelos matemáticos, a sociedade e a educação destacando o papel da Matemática e dos modelos matemáticos na sociedade; paralelamente, discute a sociedade e a Educação Matemática encaixando a Modelagem nessa reflexão; ainda, esclarece os caminhos que a Modelagem percorre no campo da Educação Matemática, no cenário nacional e internacional, evidencia, neste trabalho, a formação de professores através da análise das ações de três futuras professoras que participaram de um curso de formação ofertado como parte da pesquisa.

As leituras que fiz até aqui foram de textos que envolviam, de alguma forma, ações de Modelagem Matemática e Matemática em sala de aula, assim busquei leituras que me dessem mais embasamento quanto à epistemologia, filosofia da Educação Matemática e da Modelagem Matemática, na perspectiva de compreender a origem da Modelagem Matemática, sua natureza e validade. Nesse caminho, lembrei-me de ter lido o artigo de Leônia Gabardo Negrelli e José Carlos Cifuentes Vasquez publicado no livro “Modelagem Matemática na Educação Matemática

Brasileira: pesquisas e práticas educacionais”, publicado pela SBEM<sup>7</sup>, em 2007, voltado para modelagem, porém com enfoque diferente da Dissertação (SIVEIRA, 2007) e da Tese (BARBOSA, 2001) lidas até o momento. Além de retomar o artigo busquei, também, a tese defendida por Negrelli em 2008.

Negrelli (2008) tem duas questões que norteiam seu trabalho: a primeira se preocupa com a ontologia da Modelagem Matemática na Educação Matemática, ou seja, ela questiona de que realidade trata a Modelagem Matemática; e na segunda questão ela busca compreender como uma caracterização dessa realidade permite uma releitura do processo de Modelagem Matemática de modo a considerar a própria matemática como uma realidade a ser modelada.

São estes trabalhos, de Silveira (2007), Barbosa (2001) e Negrelli (2008), que serão apresentados na sequência.

## **2.1 Modelagem Matemática em Educação no Brasil: entendendo o universo de teses e dissertações**

A dissertação feita por Everaldo Silveira, apresentada e defendida, em 2007, no Programa de Pós-graduação em Educação da UFPR, traz um panorama das pesquisas em Modelagem Matemática no Brasil, no que concerne a dissertações e teses, destacando os estados que mais apresentam pesquisas nesta área.

Silveira (2007) inicia sua escrita relatando um pouco de sua trajetória na especialização na Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) e afirma que este foi o primeiro contato com a expressão “Educação Matemática”, e que incentivado por uma professora, resolveu envolver Educação Ambiental em seu projeto e que buscou, com esse, esclarecer quais eram as visões dos professores de Matemática da região de Ouro Preto sobre Educação Ambiental. Expõe, também, seu ingresso no mestrado e a necessidade de pesquisa sobre as produções acadêmicas que focassem Modelagem Matemática. Esclarece que seu objetivo é deixar mais claro os “quem”, “quando”, “onde”, e talvez até alguns “quês” e “como” da pesquisa em Modelagem na Educação Matemática no Brasil, referentes às teses e dissertações defendidas nos nossos programas; enfatiza que o principal objetivo da pesquisa foi

---

<sup>7</sup>

realizar o mapeamento dos principais focos de investigação em Modelagem na Educação Matemática Brasileira, presentes em teses e dissertações, até o ano de 2005.

Quanto aos aspectos metodológicos, Silveira (2007) descreve os caminhos percorridos para se chegar às Teses e às Dissertações que utilizou em seu estudo, além de entrar em contato com os programas de pós-graduação: Visitou currículos de vários pesquisadores do assunto e completou a busca pesquisando em lista publicada pelo professor Dário Fiorentini e Marisol Vieira Melo na revista Zetetike<sup>8</sup>; Silveira percebeu que, na publicação da Zetetike, não apareciam todas as publicações que deveriam constar na sua pesquisa, contatou também o Laboratório de Matemática da FURB, dirigido pela Professora Maria Salett Biembengut, uma das pesquisadoras da área.

Considerando insuficientes as contribuições proporcionadas pelas buscas, Silveira (2007) decidiu estipular critério para selecionar os trabalhos que fariam parte da pesquisa. O primeiro deles foi buscar no banco<sup>9</sup> de teses e dissertações da CAPES, segundo alguns descritores, que Silveira coloca como sendo a forma de abordagem da Modelagem Matemática. Ele chama de descritor, por exemplo: Modelagem Matemática ensino; Modelagem Matemática educação; Modelagem Matemática pedagogia; modelo matemática ensino; modelo matemática educação. Utilizando o critério de busca por palavras-chave, ao digitar Modelagem Matemática, Silveira (2007) identificou 1177 trabalhos; ao buscar, fazendo uso de outras palavras-chave, modelação matemática, encontrou 3880 trabalhos.

Apesar de ter planejado trabalhar com as dissertações e teses de 1987 até 2005, Silveira (2007) não encontrou as publicações de 2005 no banco da CAPES, naquele momento estavam disponíveis apenas até 2004. Para se chegar aos trabalhos defendidos em 2005, Silveira (2007) buscou os currículos *Lattes* dos pesquisadores que orientaram trabalhos defendidos em 2005. Ainda insatisfeito com os resultados, buscou os currículos *Lattes* dos participantes da IV Conferência Nacional de Modelagem na Educação Matemática, que aconteceu em 2005 na UEFS<sup>10</sup>. Totalizou com essa busca, 58 trabalhos. Com algumas indicações de colegas e também com trabalhos relacionados por Dario Fiorentini, três destes

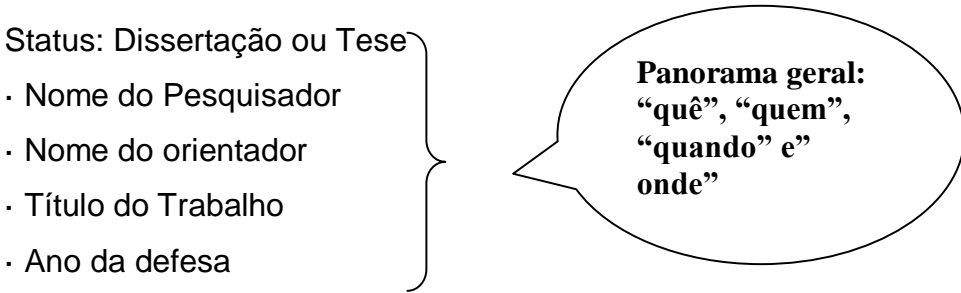
<sup>8</sup> Publicação Semestral da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp)

<sup>9</sup> Espaço da CAPES onde fica armazenadas teses e dissertações dados referentes às pesquisas desenvolvidas em todos os programas de Pós-graduação do país que possuem reconhecimento dessa entidade.

<sup>10</sup> Universidade Federal do Espírito Santo

defendidos antes de 1987 e não constavam no banco da CAPES. O número de dissertações e teses que Silveira tinha para sua pesquisa passou para 65.

Na tentativa de responder a pergunta inicial, Silveira (2007) buscou trabalhos completos para satisfazer os aspectos considerados, que são:

- 
- Status: Dissertação ou Tese
- Nome do Pesquisador
  - Nome do orientador
  - Título do Trabalho
  - Ano da defesa
  - Instituição onde o trabalho foi feito
  - Palavras-Chave
  - Sujeitos da pesquisa: Alunos, professores e outros – **Os observados** -
  - Níveis de escolaridade dos sujeitos: **Educação de Jovens e Adultos, Ensino Fundamental, Ensino Médio, Ensino Superior e Ensino Técnico**
  - Conteúdos matemáticos explorados no trabalho – Agrupados por afinidade: **álgebra linear, Equações diferenciais, Número, operações e álgebra; Geometria; medidas; funções; tratamento de informação; cálculo diferencial e integral.**
  - Temáticas – **tema dentro dos quais os alunos buscaram os problemas.**
  - Abordagem metodológica utilizada na pesquisa: **qualitativo ou quantitativo**
  - Modalidade de pesquisa – **estudo de caso, participante, etnográfica, pesquisa-ação.**
  - Técnicas de coletas de dados
  - Utilização de recursos tecnológicos – **Silveira diz ter usado o software Access para gerenciar o banco de dados**
  - Instrumentos de coletas de dados - **entrevistas, questionários e observações.**
  - Abordagens da Modelagem na Educação Matemática – **estratégia de ensino e aprendizagem e proposta metodológica.**
- Panorama geral:**  
**“quê”, “quem”, “quando” e “onde”**

### **Exposição e algumas considerações sobre os dados**

Ao fazer a exposição e algumas considerações sobre os dados, Silveira (2007) traz informações sobre o número de Dissertações defendidas desde 1976. A

primeira dissertação defendida foi a de Celso Braga Wilmer orientada pelo professor Aristides Camargo Barreto, que, segundo Silveira (2007) não chega a citar o vocábulo modelagem, mas utiliza a expressão modelos matemáticos relacionando-os a aprendizagem de matemática. A Dissertação de Wilmer (1976) se intitula “*Modelos na Aprendizagem da Matemática*”. Na sequência, Silveira (2007) mostra o crescimento do número de Dissertações defendidas até 2005 e afirma que o número de teses não cresceu proporcionalmente ao longo dos anos, pelo contrário, cresce em 2002 e 2003 e cai a produção em 2004 e 2005. Tanto o crescimento no número de Dissertações, quanto a variação na produção de Teses podem ser vistos em um quadro<sup>11</sup> que mostra as produções por unidade da federação.

Fica explícito que os Estados de São Paulo e de Santa Catarina foram, até 2005, os produtores de Teses sobre Modelagem Matemática, além de liderar a produção de Dissertações voltadas para o mesmo assunto.

Silveira (2007) afirma que os primeiros trabalhos sobre modelagem foram defendidos no Rio de Janeiro e afirma, também que, São Paulo, além de ser o outro Estado da gênese, ampliou a produção sendo o grande exportador de doutores nessa linha.

Silveira (2007) cita o nome da professora Maria Salett Biembengut como uma grande articuladora, no Estado de Santa Catarina, nos processos de pesquisas dentro do campo da Educação Matemática e mais, especificamente, na modelagem.

Referindo-se ao Estado do Paraná, Silveira (2007) informa que as pesquisas na área da Educação Matemática e modelagem não estão na capital, mas nas cidades do interior. A Universidade Estadual de Londrina é o principal espaço paranaense onde a pesquisa em Modelagem Matemática ganha destaque; segundo Silveira (2007), aconteceu no Paraná, em 1983/84, o primeiro curso de Especialização que versou sobre Modelagem em Educação Matemática e, possivelmente, foi o impulsionador do movimento dentro do Estado sobre o tema. Cita que o 2º encontro<sup>12</sup> paranaense de Modelagem em Educação Matemática aconteceu em 2006, ratificando a vocação do Estado para pesquisa na área em discussão.

---

<sup>11</sup> Quadro 4 (SILVEIRA, 2007, p. 25)

<sup>12</sup> O primeiro encontro, apesar de não ter sido citado por Silveira (2007) aconteceu em 2004 na Universidade Estadual de Londrina.

Silveira (2007) menciona a humilde contribuição dos demais Estados e salienta que Jonei Cerqueira Barbosa (Bahia) e Jussara de Loiola Araújo (Minas Gerais), após defenderem suas teses, retornam aos Estados de origem e, possivelmente, configurarão como contribuintes com a produção acadêmica.

Segundo Silveira (2007) a UNESP<sup>13</sup> (Campus de Rio Claro) foi a primeira universidade brasileira a ter um programa de pós-graduação especificamente em Educação Matemática, isto em 1984, e salienta que essa Instituição sediou a primeira Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, em 1999, ratificando a ideia de que São Paulo é um dos Estados que tem mais pesquisas em Educação Matemática e Modelagem Matemática.

Em Santa Catarina, Silveira (2007) cita a FURB<sup>14</sup> e UFSC<sup>15</sup> como produtoras de pesquisa, explicitando o nome da professora Maria Salett Biembengut como precursora da pesquisa junto a FURB.

No Paraná, Silveira (2007) cita a UEL<sup>16</sup> como importante polo de pesquisa e a professora Lourdes Maria Werle de Almeida como precursora nesta Universidade. Ressalta também a importância da UNICENTRO<sup>17</sup> e da participação do professor Dionísio Burak como o precursor desta universidade e sua contribuição, orientando dois dos três trabalhos no período pesquisado.

Silveira (2007) ao se referir ao Estado do Pará cita UFPA<sup>18</sup> e afirma que esta instituição é ativa no panorama nacional e o professor Adilson Oliveira do Espírito Santo é quem orientou as três dissertações que foram defendidas em 2004 e 2005. A instituição consolida a participação com seu grupo de pesquisa, quando, em 2006 promove o primeiro encontro estadual de Modelagem em Educação Matemática.

O Rio de Janeiro, com a PUC-RJ<sup>19</sup> e a Universidade de Santa Úrsula, também contribuíram com a Modelagem na Educação Matemática. A PUC-RJ tem participação especial, tendo em vista que Aristides Barreto, precursor do movimento de Modelagem na Educação Matemática orientou os dois primeiros trabalhos que tratam da utilização de modelos para o ensino de Matemática.

---

<sup>13</sup> Universidade Estadual Paulista “Julio Mesquita Filho”

<sup>14</sup> FURB – Universidade de Blumenau

<sup>15</sup> UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina

<sup>16</sup> UEL - Universidade Estadual de Londrina

<sup>17</sup> UNICENTRO - Universidade Estadual do Centro-Oeste/Parana

<sup>18</sup> UFPA - Universidade Federal do Para

<sup>19</sup> PUCRJ - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro



Silveira (2007) faz considerações sobre as demais instituições destacando que muitas estão iniciando o processo de pesquisa e que poderão gerar bons trabalhos para o futuro.

Ao apresentar os principais orientadores das pesquisas em Modelagem em Educação Matemática, Silveira (2007) afirma que o professor Rodney Bassanezi tinha, até 2005, o maior número de orientações em Dissertações. E afirma, também, que o primeiro a orientar uma Tese foi o professor Ubiratan D'Ambrosio, sendo um dos orientadores da tese defendida pelo professor Rodney Bassanezi.

Ao enumerar os 36 orientadores de Dissertações e Teses, Silveira (2007) ressalta que apenas três desses fizeram suas pesquisas de doutoramento em Modelagem na Educação Matemática, citando Ademir Donizeti Caldeira, Maria Salett Biembengut e Dionísio Burak, ainda, destaca entre todos os que ele considera que foram mais importantes para a pesquisa em Modelagem na Educação Matemática, os nomes de Ubiratan D'Ambrosio, Aristides Camargo Barreto e Rodney Carlos Bassanezi.

Na sequência de sua dissertação, Silveira (2007) destaca um pouco de cada um dos 36 orientadores explicitando as áreas de atuação e pesquisa de cada um. Cita o professor Marcelo de Carvalho Borba que, mesmo tendo seu doutoramento na área de Tecnologias Educacionais, contribuiu com a comunidade de Modelagem na Educação Matemática, orientando duas Teses e uma Dissertação, nesta área, entre 2001 e 2005.

Para ratificar a importância de D'Ambrosio e Bassanezi no contexto da Modelagem na Educação Matemática, Silveira (2007) apresenta um fluxograma<sup>20</sup> mostrando os orientandos do professor Ubiratan D'Ambrosio e os orientandos do professor Rodney Bassanezi; no segundo fluxograma, Silveira (2007) apresenta orientações a partir de Aristides Camargo Barreto. Outros fluxogramas são apresentados com os demais orientadores.

Silveira (2007) apresenta um quadro contendo os vários nomes dados à Modelagem na Educação Matemática. Aparecem com mais frequência os nomes: metodologia de aprendizagem, Estratégia de aprendizagem, Estratégia de ensino, entre outros. Diz, também, que alguns pesquisadores não assumiram uma denominação e, ainda, outros trabalhos não foram conseguidos na íntegra.

---

<sup>20</sup> Fluxograma –(SILVEIRA, 2007, p. 37)

No passo seguinte Silveira (2007) mostra algumas situações dos trabalhos e dos nomes atribuídos que os diferenciam apenas por um hífen, como exemplo, cita Fidelis (2005) que usa os nomes – estratégia de ensino e aprendizagem e alternativa pedagógica para o ensino – como sinônimos ou, segundo Silveira, nos leva a crer que existem classificações em patamares diferentes.

Os sujeitos das pesquisas são apresentados por Silveira (2007) em um quadro formado por alunos e professores. Ressalta que, dos 52 trabalhos que foram identificados os “*sujeitos*”, 37 desses tiveram como “*sujeitos*” os alunos; os trabalhos que tiveram professores envolvidos como “*sujeitos*” estavam recebendo formação, seja inicial ou continuada. Segundo Silveira (2007) o trabalho de Caldeira (1998) teve como “*sujeitos*” professores e alunos e afirma que os professores receberam um curso de formação continuada ofertado pelo pesquisador e depois os professores alunos interferiram em suas salas de aula, onde o pesquisador pode observar as ações dos docentes e dos alunos. Segundo Silveira (2007) a postura dos professores foi no sentido de ensinar matemática entremeando com outros temas ligados ao cotidiano escolar.

Quanto à análise em relação ao nível de escolaridade dos “*sujeitos*”, Silveira (2007) observou que a maioria dos trabalhos foi desenvolvida no ensino superior, seguido pelo ensino médio. Pontua que dos 19 trabalhos desenvolvidos no ensino superior, 5 foram na licenciatura de matemática, 5 em engenharia, 3 em administração de empresa e os demais distribuídos nos diversos cursos. Ressalta, ainda, que os trabalhos desenvolvidos no Ensino fundamental e no Médio abrangem desde a 5ª série até o 3º ano do ensino médio. Há menção de trabalhos desenvolvidos na Educação de Jovens e Adultos defendidos na UFRN<sup>21</sup> por Oliveira em 2004, outro por Monteiro em 1992 na UNESP e, em 2005 Gomes defende, na UFPR<sup>22</sup>, seu trabalho no qual verificou a possibilidade de trabalhar com Modelagem Matemática com detentos do sistema penitenciário do Paraná.

Silveira (2007), após mostrar quais eram os “*sujeitos*” das pesquisas, mostra um quadro<sup>23</sup> ressaltando as pesquisas que fizeram uso de tecnologia computacional nas atividades de Modelagem na Educação Matemática. Destaca, também, quais foram os *softwares* mais utilizados, entre eles encontram-se: *excel, word, power*

---

<sup>21</sup> UFRN - Universidade Federal do Rio Grande do Norte

<sup>22</sup> UFPR - Universidade Federal do Paraná

<sup>23</sup> Quadro 11 (SILVEIRA, 2007, p. 55)

*point*, entre outros. Explica a função de cada *software* e salienta que alguns pesquisadores fizeram uso de mais de um *software* e, também, houve quem não fez uso de *software*, mas sim de Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA)<sup>24</sup>.

Quanto às temáticas discutidas na Modelagem em Educação Matemática, Silveira (2007) apresenta um quadro que auxilia na percepção de que os temas são oriundos do cotidiano. Apresenta, também, a Matemática discutida nas atividades de modelagem, neste item o pesquisador não mostrou um quadro, mas elencou falas extraídas dos trabalhos pesquisados, tal como o diz Machado Junior (2005) que o ambiente proporcionado pela Modelagem Matemática é capaz de fazer o aluno perceber a ligação entre a matemática utilitária e a matemática escolar. Encerra o tópico dizendo que muita matemática foi discutida.

No ensino fundamental, os assuntos que mais apareceram, segundo o salientado por Silveira (2007) foram: a geometria plana e as medidas linear, superficial e volumétrica, cada uma constando em 17 atividades, outros assuntos também apareceram, tais como: geometria analítica, espacial, porcentagens, juros, razão e proporção, cada um deles em 8 atividades. Enquanto que no ensino médio foram: as medidas linear, superficial e volumétrica, e razão e proporção, em 8 atividades cada um, ainda discutidos em vários trabalhos foram: funções exponenciais e logarítmicas, em 7 atividades; números naturais, inteiros e racionais, em 5 atividades; juros e porcentagem e progressões aritméticas e geométricas em 4 oportunidades cada. No ensino superior o assunto mais discutido foi cálculo diferencial e integral e em segundo lugar, funções exponenciais. Na educação de Jovens e Adultos, os assuntos mais trabalhados foram números naturais, inteiros e racionais. Nas atividades de formação continuada de professores os assuntos mais trabalhados foram: geometria espacial, as potências e raízes e as medidas linear, superficial e volumétrica.

Silveira (2007) também traz em sua pesquisa informações sobre abordagens metodológicas, modalidade de pesquisa e instrumentos de coletas de dados presentes nas pesquisas em Modelagem na Educação Matemática. Afirma que os pesquisadores, mesmo quando não mencionam, fazem uso de pesquisa qualitativa, citando as categorias mais comuns às pesquisas qualitativas, segundo Bodgan e Blikem, apresenta, ainda, um quadro que contem as várias modalidades utilizadas

---

<sup>24</sup>

AVA – Ambiente Virtual de Aprendizagem – ferramenta onde se disponibiliza cursos pela internet.

pelos autores estudados, ficando claro para o leitor da pesquisa feita por Silveira, por meio do quadro que, mais da metade dos pesquisadores não explicitaram a modalidade.

Quanto aos instrumentos utilizados, Silveira (2007) diz que a maioria fez uso da observação, entrevistas e questionários, os demais instrumentos utilizados foram pontuais. Quanto aos procedimentos utilizados para coleta de informações, cita que os trabalhos pesquisados fizeram uso de ficha de observação, gravações de áudio e vídeo, entre outros.

Silveira (2007) faz um breve comentário sobre as palavras-chave contidas nos trabalhos, afirmando que elas servem para dar noção de macros assuntos. Aqui também, apresenta um quadro<sup>25</sup> com 96 expressões ou termos que os pesquisadores consideraram importantes. Faz alguns esclarecimentos indicando a que se remetem algumas palavras-chave.

No quarto capítulo, Silveira (2007) discute sobre Modelagem Matemática na formação de professores, neste item, ressalta que, um dos critérios para seleção dos trabalhos que foram arrolados, era que as Dissertações ou Teses relatassem atividades relacionadas à formação de professores, no âmbito da Modelagem na Educação Matemática. Salienta ainda que, julga pertinente falar de Modelagem Matemática na formação de professores, por acreditar na importância de se discutir as contribuições nas práticas de professores e futuros professores. O quadro apresentado, página 80, traz uma relação das pesquisas que estão diretamente relacionadas com a formação de professores, ressaltando que considerou os textos não apenas como discussão sobre formação de professores no âmbito da Modelagem, mas como um alerta à comunidade científica sobre a necessidade de adotar uma postura crítica perante a produção de pesquisa nesse campo.

Segundo Silveira (2007, p. 83)

[...] o excesso de otimismo que, em muitos casos, está relacionado à Modelagem na Educação Matemática pode estar ofuscando algumas informações acerca da sua verdadeira estruturação, o que tem impedido um processo de desconstrução-reconstrução necessário para a sistematização e consolidação desta subárea da Educação Matemática em um campo de pesquisa frutífero e com identidade própria.

---

<sup>25</sup> Quadro 16 (SILVEIRA, 2007, p. 72-75)

Silveira (2007) faz estatística do número de trabalhos que discute a formação inicial e a formação continuada. Ao falar de formação continuada, cita os termos reciclagem e capacitação de professores, usando palavras de Fiorentini e Nacarato (2005) que traduzem a formação como racionalidade técnica. Concorda com a proposta de Fiorentini e Nacarato, que salienta a formação de professores como ponto de partida e de chegada da prática cotidiana, convertendo essa prática em problema e objeto de estudo e reflexão.

Silveira (2007) relata que os cursos de formação continuada, ofertados pelos pesquisadores, apresentaram um alto nível de evasão, destacou, ainda que, quando os pesquisadores questionavam seus alunos (formação continuada ou inicial) se iam utilizar a modelagem, em suas ações docentes, muitas das respostas demonstravam insegurança quanto ao que podia aparecer de questionamentos e quanto ao cumprimento do conteúdo.

Nas considerações finais, Silveira (2007) inicia a explanação retomando sua proposta de realizar um mapeamento dos principais focos de pesquisa, em Modelagem na Educação Matemática brasileira, relatando o número de Teses (11) e de Dissertações (54) pesquisadas. Fala do crescimento da produção de Teses e Dissertações, ressaltando as contribuições das diversas universidades, em especial, as paulistas. Salienta a diversidade de denominações ao caracterizar a modelagem, nos processos de ensino e aprendizagem, e mostra que 70% dos trabalhos têm como “*sujeitos*” alunos, considerando que houve pouca inovação nos trabalhos relativos às atividades de sala de aula; porém, ressalta que eles apresentaram particularidades. Ainda destaca que foi possível perceber que nem sempre se obteve sucesso quanto à manutenção dos professores nos grupos de estudos e, ainda, de acordo com relato de alguns pesquisadores, poucos foram os que decidiram desenvolver atividade com Modelagem Matemática em suas classes, mesmo assim, alguns pesquisadores insistem em descrever de forma otimista suas ações.

Quando Silveira (2007) enuncia a dificuldade em manter a participação dos professores nos grupos de estudos, ressalta sobre a necessidade de revermos os cursos voltados à formação de professores, no âmbito da Modelagem Matemática, enfatiza que mudança não vai ocorrer em curto prazo, mas um bom direcionamento e boas discussões poderão gerar bons frutos.

A pesquisa feita por Silveira (2007) me ajudou a compreender a busca constante por novos caminhos para ensinar e aprender matemática, dando-me ideia de que as discussões acerca da Modelagem Matemática estão ainda centradas em algumas Universidades do País e que, nem sempre, essas fazem parte da formação inicial do professor de matemática. A concentração das discussões acerca da Modelagem Matemática, explicitada por Silveira, auxilia-me a compreender a morosidade da absorção das discussões pelos professores da Educação Básica.

Após a leitura da Dissertação do Everaldo Silveira, busquei a Tese de Jonei Barbosa que será apresentada a seguir.

## **2.2 Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**

Barbosa inicia sua Tese '*Modelagem Matemática: prática, crítica e perspectivas*' revelando sobre o que pesquisou e ressaltando a sustentabilidade da pesquisa, a abordagem, a metodologia adotada e as pessoas colaboradoras e os instrumentos de coleta de dados. Relata a análise, o que essa indica e, ainda, sua percepção quanto às concepções de modelagem; destaca ainda a discussão sobre formação de professores.

O objetivo geral da pesquisa, segundo Barbosa (2001, p. 6),

(...) é observar, descrever, comparar e compreender como futuros professores concebem Modelagem em suas futuras práticas de ensino, buscando identificar as relações com suas experiências e concepções de matemática e ensino, no contexto um programa de formação em Modelagem no curso de Matemática da UNESP (*Campus de Rio Claro*)

Um aspecto importante da referida pesquisa é que Barbosa (2001) mostra o percurso feito até chegar à Tese, discorrendo sobre a literatura que o ajudou, a formulação da questão de pesquisa e justificativa, o objetivo e o foco. Aspectos que contribuíram com o assunto, ressaltando as prioridades e relevância e o comprometimento com o assunto.

Ao discutir Modelagem Matemática, na perspectiva da matemática aplicada, Barbosa (2001) busca esclarecer aspectos da Modelagem, como método da Matemática aplicada; ao abordar os modelos matemáticos, sociedade e educação,

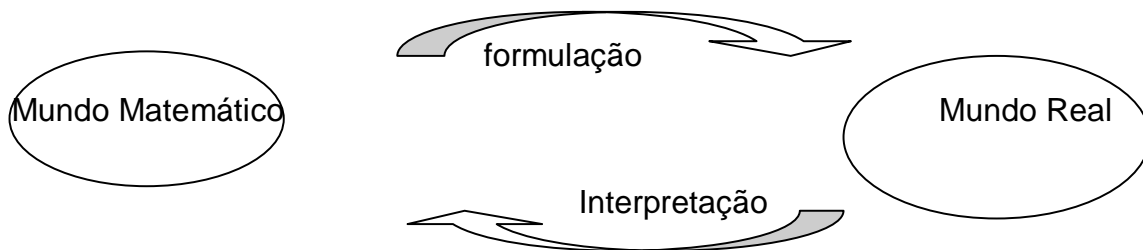
destaca o papel da Matemática e dos modelos matemáticos na sociedade e, também, estabelece um paralelo entre sociedade e Educação Matemática, encaixando a Modelagem nesta e, ainda, esclarece os caminhos que a modelagem percorre, no campo da Educação Matemática, no cenário nacional e internacional; afirma, ainda, ter empreendido um ciclo permanente de crítica para identificar, desvelar, examinar e compreender a prática da Modelagem Matemática. Barbosa (2001) fez uma abordagem do papel dos modelos matemáticos e da matemática no contexto social, discutiu sobre os desafios para área de Modelagem no que tange à formação de professores, à produção de materiais didáticos e às pesquisas científicas, mostrou que foi a partir dos gregos que a distinção entre matemática pura e aplicada começou a ser considerada; os gregos valorizavam a matemática abstrata em detrimento da matemática utilitária. Já, em outras sociedades, Barbosa (2001) cita os hindus e os romanos, havia a valorização da prática. Discute ainda sobre a Matemática vista como instrumento – perseguição pela formalização – mundo descrito em relações matemática, característica dos séculos XIX e XX, contexto propício para marginalização da matemática aplicada, porém o desenvolvimento científico-tecnológico manteve sua importância, salienta que no século XX o purismo matemático foi enfatizado pelo grupo Bourbaki<sup>26</sup> e, afirma que grupos que defendem a matemática pura e a aplicada ainda estão presentes em nossos dias.

O objetivo da matemática aplicada, segundo Barbosa (2001), é construir modelos dentro de teorias já existentes que facilitem chegar aos resultados; quanto à matemática pura, Barbosa diz que os problemas são postos pela própria matemática, afirma ainda que, *“um modelo matemático não é formulado como um fim em si mesmo, mas para resolver um problema.”* (BARBOSA, 2001, p. 14).

Barbosa (2001) mostra o esquema que considera mais simples, apresentado por Barry e Huston (1995), neste esquema, o mundo real e o mundo matemático estão interligados pela formulação e interpretação das situações, sendo que a formulação sai do mundo real passando pelo mundo matemático e a interpretação sai do mundo matemático e retorna a mundo real.

---

<sup>26</sup> Grupo iniciado com as ideias de Jean Dieudonné que lançou “Novos desenvolvimentos em Matemática”. Dieudonné trabalhou na Universidade na cidade de Nancy onde surgiu uma sociedade secreta liderada pelo General Charles Denis Sauter Bourbaki, Nicolas Bourbaki, André Weil e o próprio Deudonné líderes matemáticos que cultivaram o nome BOURBAKI, dando início a chamada Matemática Moderna, axiomática e abstrata.



Barbosa (2001) cita outros modelos que são apresentados com seis estágios que também são interligados de forma cíclica, e diz que o modelo trazido por Bassanezi (1994a) pode ser considerado uma ampliação do modelo apresentado por Edwards e Hamson, situa que os vários modelos apresentados vão ao encontro de clareamento dos conceitos de Modelagem Matemática aos iniciantes e aos próprios modeladores. Diz, ainda que, aprender a modelagem é como aprender a dirigir, não há instruções em livros que os tornem bons, é preciso praticar.

Por falta de teoria geral para guiar o trabalho do modelador, Barbosa (2001, p. 16) menciona Edwards e Hamson (1990) para dizer que “*o modelador precisa contar com pensamento claro, fazer uma abordagem lógica e ter boa percepção para manusear os dados, habilidade de comunicação e entusiasmo*”.

Os modeladores têm sido requeridos para participar de diversos fenômenos pertinentes à vida humana, conferindo destaque à matemática aplicada.

Conforme Barbosa (2001), a matemática é amplamente reconhecida devido às aplicações que são expressas por modelos. Argumenta, ainda que, os modelos servem para tomar decisões, além de serem usados como prescritivos para tal. Cita por exemplo a criação de tributo que pode ser subsidiada por um modelo matemático. Segundo Barbosa (2001, p. 19), “*A matemática e os modelos não só estão entrelaçados na vida social, mas servem, igualmente, a interesses particulares de grupos*”.

Ao falar de modelagem e currículo, Barbosa (2001) apresenta três casos e afirma que estes não são estanques, mas regiões de possibilidades.

O quadro abaixo foi reproduzido conforme Barbosa (2001, p. 40).



	1º caso	2º caso	3º caso
Elaboração da situação problema	Professor	Professor	Professor/aluno
Simplificação	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Resolução	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Quadro I (BARBOSA, 2001, p. 40)

Ao destacar os três casos de inserção da modelagem no currículo, Barbosa (2001) especifica algumas tarefas do aluno e do professor, salientando que o papel do professor é acompanhar os alunos em todas as fases, fazer com os estudantes, não pelos estudantes. Salientando que *“os três casos ilustram a flexibilidade da Modelagem aos diversos contextos escolares e para os vários momentos do currículo”* (BARBOSA, 2001, p. 40)

Barbosa (2001) afirma que, em um ambiente de modelagem, sob o ponto de vista sócio-crítico, o papel que deve ser desempenhado pelo professor envolve, pelos menos:

- O conhecimento de modelagem e matemática;
- A disposição para o diálogo com os alunos;
- A direção das atividades dos alunos.

Ao abordar a Modelagem, por uma perspectiva da Educação Matemática, Barbosa (2001) explicita que há uma *“rarefação”* na compreensão de Modelagem Matemática na comunidade de Educadores Matemáticos, trazendo dificuldades para situar as discussões, as práticas e as pesquisas em relação ao tema.

Barbosa (2001) fala de duas correntes: pragmática e científica e afirma que há trabalhos que não se encontram em nenhuma das duas correntes, logo, há necessidade de considerar uma terceira, que a nomeia de sócio-crítica, afirma ainda, que a atividade desta terceira corrente abrange o conhecimento de Matemática, de Modelagem e o reflexivo, enfatiza a compreensão do significado da Matemática no contexto geral da sociedade.

Para Barbosa (2001) a corrente sócio-crítica enfatiza a Matemática como *“instrumento”* de questionamento das situações sociais e, ainda, os interesses dos

alunos como determinante das atividades de modelagem, expõe que ambiente de aprendizagem em modelagem refere-se ao espaço e condições em que os alunos são incentivados a desenvolver uma atividade, são convidados a indagar e investigar, por meio da matemática, as situações do cotidiano.

A Modelagem Matemática tem se apresentado envolvida por duas ideias; uma é a modelagem associada a projetos e a outra é aquela que prevê a elaboração de um modelo. Barbosa (2001) enfatiza que a modelagem está na problematização, na inquirição e investigação.

Ao discutir sobre modelagem e currículo, Barbosa (2001) afirma que há uma distância entre currículo e Modelagem Matemática e, com base na afirmação questiona se foi a modelagem que não bateu à porta do currículo ou este é resistente à Modelagem.

Falando das possibilidades e desafios, Barbosa (2001) afirma que a tentativa de incorporar modelagem ao currículo pode levar a alguns choques, cita o trabalho de Franchi (1993) para exemplificar o choque (imobilidade diante da tarefa de indagar e investigar situações reais), menciona ainda, o trabalho de Calapani (2000) no qual os alunos pedem aplicações e ao serem atendidos dizem que não era aquilo.

A incorporação da modelagem ao currículo está ancorada nas possibilidades, segundo Barbosa (2001, p. 42) *“de superar os limites”*, se a tradição da matemática obstrui ambientes inovadores, também é possível constatar suporte para ela, Barbosa (2001) afirma ainda que o professor é o responsável pela condução e pela mudança deste, por isso, é importante discutir a formação do professor.

Ao discutir modelagem e a formação do professor de matemática, Barbosa (2001) analisa a relação deste com o ambiente de Modelagem, chamando a atenção para a figura deste no ambiente, examina estudos que descrevem o contato dos professores com Modelagem Matemática e o agendamento de formação de professor em modelagem pelos programas, principalmente, os de formação inicial.

Segundo Barbosa (2001), reformas curriculares que desprezaram o papel do professor, encontraram muitas dificuldades ou fracassaram, cita projetos que vêem o professor como técnico e, dentro de uma racionalidade técnica, considera automática a substituição das práticas do professor por outras, afirma também que, o papel exercido pelo professor, no ambiente de modelagem, é crucial para garantir a reflexão e a criticidade do ambiente; entretanto Barbosa (2001) enfatiza que a falta

de segurança, do professor, pode restringir o diálogo e, como consequência, restringe a análise crítica, na atividade de modelagem, salienta que, sob o ponto de vista sócio-crítico, o professor, para desempenhar bem seu papel, precisa ser detentor de “- o conhecimento de modelagem e de matemática; - demonstrar disposição para o diálogo com os alunos; - direcionar a atividade dos alunos” (BARBOSA, 2001, p. 49).

No momento em que os professores de matemática entram em contato com Modelagem Matemática, Barbosa (2001) afirma que ocorre uma tensão entre as possibilidades e os limites, manifestando insegurança em relação à Modelagem, até mesmo os professores que, num primeiro momento, se mostram empolgados, podem ficar reticentes.

Ao falar de formação de professores, Barbosa (2001, p. 53) assegura que “é pertinente refletir conjuntamente sobre o papel docente e sobre suas dificuldades nesse ambiente para compreender as condições necessárias para a formação dos professores em relação à Modelagem” Para Barbosa (2001), o envolvimento do professor com atividades de Modelagem será facilitado pelo diálogo com ele sobre o tema, desta forma ratifica que a formação se faz pela reflexão e, fazendo uso das palavras de Shön (1995), afirma que a reflexão deve ocorrer na ação e sobre a ação, diz ainda que, a formação deve envolver os professores em diferentes experiências de Modelagem para que eles possam compor sua própria perspectiva.

Ao vislumbrar a Modelagem Matemática na formação inicial de professores de Matemática, Barbosa (2001) comenta sobre a licenciatura em Matemática e afirma que há poucos registros de licenciaturas que abordem a temática. De acordo com sua pesquisa a Modelagem Matemática estava presente nas Licenciaturas em Matemática da UEL (PR) e da Universidade de São Francisco (Itatiba-SP).

Para Barbosa (2001) o papel da Licenciatura em Matemática é colocar os professores em contato com a tarefa de ensinar, sendo que essa pode reforçar os saberes anteriores ou desafiá-los, o que dependerá do conjunto de experiências que oferece, porém os futuros professores funcionam como filtro das novas experiências, tendo em vista que eles não são tábuas rasas a serem marcadas pela formação inicial.

Barbosa (2001) analisou as concepções que foram desenvolvidas por professores-estudantes, em relação à Modelagem, em um curso para contextualizar atividades desenvolvidas. Ao estudar as concepções dos professores, Barbosa

(2001) diz que os fatos que ocorrem fora de nós e as ideias expressas pelos outros afetam a maneira particular de conceber e efetivar as experiências, ainda afirma que as concepções de modelagem podem desempenhar papel decisivo no início da carreira docente.

Para falar da Metodologia utilizada em seu trabalho, Barbosa (2001) discute sobre os pressupostos teóricos e enfatiza a necessidade de “ressonância” entre as visões teóricas e metodologia, buscando respaldo em Lincoln & Guba (1985), Skovsmose & Borba (2000).

Ao esclarecer sobre as correntes filosóficas, Barbosa (2001) afirma que sua pesquisa, dentro da Educação Matemática Crítica, está baseada em uma situação arranjada, no contexto da licenciatura em que a pesquisa foi feita; porém não a enquadra em nenhum dos paradigmas descritos por Guba e Lincoln (1994) que os classificam em positivismo, pós-positivismo, teoria crítica e construtivismo. Discute as características dos paradigmas, salientando as possibilidades e os limites de cada um. Apesar de adotar a teoria crítica, afirma que recusa a postura de Guba e Lincoln (1994) que pressupõe que alguém saiba como e onde deve chegar. Com base em Skovsmose & Borba (2000), sustenta que o processo de transformação envolve incerteza e dúvida ligadas ao trabalho colaborativo e que o planejamento engessa o futuro.

Barbosa (2001) esclarece o que é o método qualitativo, trazendo algumas características definidas por Lincoln & Guba (1985), Miles e Huberman (1994), Ludke e André (1986) e André (1998). Logo após a discussão sobre pesquisa qualitativa discorre sobre o estudo de caso, esclarecendo que o termo decorre da pesquisa médica e a base teórica para este item é Lincoln & Guba (1985) e Stake (1994), salienta que estudo de caso é abordagem metodológica, buscando respaldo em Orum, Feagin e Sjöberg (1991) para dizer que a escolha da metodologia se mostra apropriada para o que ele pretende com a pesquisa que envolve o estudo de três casos os quais descreve nos capítulos 6, 7 e 8.

No capítulo que trata da metodologia, Barbosa (2001) ainda faz apanhado sobre o investigador como instrumento da pesquisa, concordando com Ludke & André (1986) que o pesquisador deve ter arcabouço teórico e conhecer várias metodologias a fim de melhor compreender e interpretar a pesquisa. Ele afirma que “o pesquisador deve estar pronto para mudar suas posições a respeito do problema, ou mesmo rejeitá-los, tendo em vista as evidências de campo.” (BARBOSA, 2001, p.

86). No passo seguinte, Barbosa (2001) descreve as participantes e como estas foram selecionadas para participar da pesquisa, informa também, sobre a coleta e o registro dos dados que ocorreram por meio de observação, documentos e entrevistas. Encerra comentando sobre a análise dos dados e as limitações do estudo.

Na descrição do contexto da pesquisa, Barbosa (2001) destaca os princípios norteadores, descreve as sessões do curso e o que aprenderam com a experiência, salienta que “o fato de ter ministrado o curso não implica ausência de crítica.” (BARBOSA, 2001, p. 96).

Nos capítulos 6, dedicado a Ana, o 7, dedicado a Helena e o 8, dedicado a Marlene, aparecem todos os percursos das colaboradoras, alunas da Licenciatura em Matemática, indo desde a história de vida estudantil de cada uma às concepções de Matemática e Modelagem Matemática. Explicitando as concepções de modelagem das colaboradoras, insegurança de cada uma, a experiência proporcionada pelo curso além, é claro, de trazer à tona a relação entre as concepções de matemática, seu ensino e Modelagem.

Barbosa (2001) retorna ao incômodo inicial e apresenta algumas respostas, entre elas afirma que “o lugar da modelagem no currículo da Licenciatura, por certo, não se deve restringir a uma disciplina, sob pena de se constituir numa ilha” (BARBOSA, 2001, p. 235). É importante que a reflexão que se busca nos cursos de formação inicial ou continuada ganhe dimensão pedagógica, conforme Barbosa (2001, p. 238) “não faz sentido abordar Modelagem na perspectiva da Educação Matemática em cursos de formação de professores de Matemática sem suscitar reflexão sobre sua tarefa profissional”.

Barbosa (2001) conclui dizendo que sua pesquisa sugere outras investigações e que essas seriam investigadas em seus próximos trabalhos e, com base em um diálogo entre Paulo Freire e Antonio Faudez, ele diz que é a busca que transforma e não um resultado.

Ao falar da formação dos professores, Barbosa (2001) ressalta o posicionamento de teóricos que respaldam a inclusão da modelagem na formação inicial, salientando que no Brasil esse ambiente de aprendizagem aparece timidamente como tópicos em disciplinas.

Após conhecer o posicionamento de Jonei Barbosa, considerei importante um aprofundamento acerca das correntes filosóficas e a inserção da Modelagem

Matemática nessas correntes, para tal li e apresentarei em seguida a Tese de Leonia Negrelli.

### **2.3 Uma Reconstrução Epistemológica do processo de Modelagem Matemática para a Educação (Em) Matemática**

Trata-se de uma tese defendida em 2008 no PPGE da UFPR cujo título é reproduzido acima. O trabalho foi orientado pelo professor doutor José Carlos Cifuentes e no seu desenvolvimento estão presentes algumas das concepções e propostas defendidas por esta pesquisadora. Na discussão sobre Educação Matemática e seu caráter interdisciplinar, Negrelli (2008) inicia falando que a Educação Matemática tem se revelado um campo de diálogo entre diferentes áreas do conhecimento, exemplifica, citando a filosofia, a linguística, a epistemologia, a psicologia, entre outras, ressaltando que todas vêm contribuindo para um tratamento mais adequado da Matemática na área educacional. É mostrado, também, que a Educação Matemática vem minimizar a impressão de que a Matemática é sempre dada, trazendo para essa área discussão dos conceitos, sua natureza, seus métodos e possibilidades de concepções alternativas. A diversidade de eixos temáticos e de pesquisa tem contribuído para que a Matemática não seja considerada objeto central da grande área, Educação Matemática, pois, conforme Negrelli (2008, p. 5) “não podemos tratar a Matemática deslocada ou superior a outros campos do conhecimento”, resalta que “também temos que ter cuidado de não a deixar tão diluída em estudos que se enquadrem no âmbito da Educação Matemática, a ponto de sua identificação se tornar difícil ou imperceptível”.

Fica explícito que a construção do conhecimento matemático e os demais tipos de conhecimento têm igual relevância, a interdisciplinaridade tem se revelado ponto central e a Educação Matemática vem para valorização da natureza interdisciplinar das áreas que a integra incluindo Matemática. Negrelli (2008) afirma que a interdisciplinaridade é a interpenetração de uma área na outra e, também, que ser interdisciplinar é pensar acerca das questões que se apresentam de forma diferenciada. E, ainda, afirma que a qualificação de uma área do conhecimento como interdisciplinar significa uma dupla ação, afirmando que “...uma área traz condições para uma ressignificação de elementos da outra área e vice-versa, não

havendo subordinação.” (NEGRELLI, 2008, p. 6 e 7). Segundo Negrelli (2008) a visão interdisciplinar prescinde a disciplinarização da Educação Matemática, o caráter interdisciplinar aparece no interior da própria Matemática ao longo da história, exemplifica citando antigas áreas como álgebra e geometria.

Para Negrelli (2008) a interdisciplinaridade no ensino e na aprendizagem de matemática deve ser prescindida pela ampliação da linguagem necessária por meio de uma boa formação matemática e geral do professor de matemática, afirmando que “...a amplitude e a complexidade dos conhecimentos obrigam um repensar de currículos, recursos didáticos e humanos e, sobretudo, do papel do professor.” (NEGRELLI, 2008, p. 9).

Segundo Negrelli (2008) as pesquisas sobre modelagem na Educação Matemática no Brasil e em outros países estão voltadas para sala de aula, com foco, ora na ação do professor ora na ação do aluno. Nesse quesito, a autora cita que nos anais do CNMEM<sup>27</sup> o foco da pesquisa em Modelagem permanecia na aplicação e utilização da Modelagem como Metodologia.

Colocar o foco na prática se faz necessário tendo em vista que o professor e seus alunos precisam de se sentir seguros para trabalhar com Modelagem Matemática, porém concordo com Negrelli quando ela afirma que pesquisas voltadas para o caráter interno do processo de Modelagem “...sobre a natureza de seus elementos e procedimentos...” (NEGRELLI, 2008. P. 11) são raras e há demanda por pesquisa nessa área. Para ratificar seu posicionamento Negrelli cita Bean (2001) e Anastácio (2007) para mostrar a discussão sobre pesquisar a importância do enfoque metodológico e filosófico. Negrelli (2008) fazendo uso das palavras de Anastácio (2007) diz que não é suficiente conhecer os passos na construção, é necessário desenvolver a capacidade de avaliar o processo de construção do modelo e os diferentes contextos de aplicação dos mesmos, sob esse ponto de vista de avaliação do processo de construção e os diferentes contextos de aplicação proporciona à modelagem um caráter interdisciplinar.

Negrelli (2008) cita documentos de grupos internacionais, ICMI<sup>28</sup> ratificando a demanda por pesquisas que visem obter uma estrutura conceitual para modelagem, ficando explícito que, somente a justificativa de uso dos problemas reais não é suficiente para garantir o emprego da Modelagem Matemática no processo de

---

<sup>27</sup> Conferencia Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática

<sup>28</sup> ICMI = Comissão Internacional de Educação Matemática

ensino e aprendizagem, “...precisam ser tomados como objetos de estudo conceitos e métodos que compõe esse processo, além de filosofias para abordá-lo.” (NEGRELLI, 2008, p. 16).

Na justificativa pessoal, a autora fala do trabalho com resolução de problemas e/ou projetos e as etapas e cita, ainda, como ocorria na disciplina de Matemática. (Coleta de dados, construção de tabelas, gráficos que auxiliavam na busca de relações entre as variáveis), cita também, a dificuldade dos alunos com a linguagem matemática - transição da linguagem natural para linguagem matemática, salientando que buscou formas diferentes de propor atividades que vislumbrassem a transição, foram utilizadas para a resolução de problemas e a Modelagem Matemática. (Mobilização de conceitos sobre a natureza da matemática, conceitos e métodos e limitação). A autora cita algumas similaridades entre a modelagem e a resolução de problemas, porém esclarece que o objetivo do trabalho com modelagem não era apenas a matemática do currículo, mas uma aula que proporcione forma diferente de pensar – interdisciplinaridade. Tudo isso gerou uma proposta de fundamentação filosófico-epistemológica e matemática oriunda dessa releitura do processo de Modelagem Matemática.

Para a efetivação da releitura, no segundo capítulo, Negrelli (2008) explana sobre a realidade no processo de Modelagem, descrições e como é empregada na Educação Matemática. Na perspectiva de compreender o processo de modelagem, a autora destaca as etapas, chamando de tradicional as advindas da matemática aplicada; para melhor compreensão, explicita alguns conceitos, tais como: realidade, representação, linguagem, problema, modelo, formalização e validação. As etapas que a autora destaca são aquelas citadas por Bassanezi (2002), a saber: experimentação, abstração, descrição, validação e a última etapa que é a modificação – retorno à situação inicial. É no retorno à situação inicial que se poderá validar, ou não, as hipóteses sobre as quais o modelo foi construído.

Negrelli (2008), com base em Dale Bean, diz que os aspectos que diferenciam a modelagem de outras estratégias são as exigências das hipóteses e das aproximações simplificadora na criação do modelo. São essas exigências que oportunizam a exploração interdisciplinar da modelagem.

A modelagem é trazida por Negrelli (2008) com base em pontos de vista de autores, tais como Rodney Bassanezi, Anastácio, Bean, Biembengut e Hein, explicitando como cada um divide em etapas o processo de modelagem. Busca



respaldo em D'Ambrosio para falar de realidade e o caráter aproximativo e como a formulação em linguagem própria da matemática apresenta relação com a situação real. Sobre a realidade e o recorte desta, busca respaldo também em Bachelard (2000) salientando que “é possível visualizar, no componente realidade, no processo de modelagem, algo construído e sobre o que se formulará um problema que será abordado e resolvido matematicamente.” (NEGRELLI, 2008, p. 27-8).

Negrelli (2008) ao discutir a modelagem sobre o ponto de vista fenomenológico, busca apoio em Anastácio (1990), identificando as etapas como: percepção, abstração e criação do modelo, dentro de unidades significativas, tais como: Modelagem Matemática, concepção de matemática, de modelos, de realidade, de ação e realidade, de educação e de educação matemática, afirma ainda que, quando a realidade é tomada no processo de Modelagem Matemática ela aparece associada a uma concepção de matemática em relação a essa realidade. “As disciplinas escolares, por exemplo, podem ser vistas como configurações de realidades diferentes pelas quais o aluno transita utilizando para isso linguagens adequadas.” (NEGRELLI, 2008, p. 31).

Com base em Anastácio e Doval (2005) Negrelli (2008) apresenta quatro formas de conceber a realidade, que são:

Realidade objetiva	Existe independente do conhecimento
Realidade construída	Resultado da elaboração mental de cada pessoa
Realidade criada	Realidade provável
Negação	Cria uma nova realidade possível

Quadro 2 – elaborado por mim com base na tese

Negrelli (2008) justifica a escolha de um tema para o trabalho com Modelagem pela aproximação da Matemática com a realidade e vice-versa, salienta a concepção de Matemática diluída na realidade, porém há outra concepção: aquela que Matemática e realidade são conjuntos e cuja intersecção é um conjunto vazio, neste caso, a Modelagem é um meio de fazê-los interagir, Negrelli (2008), dando ênfase a essa ideia, cita Biembengut e Hein (2003) para frisar que descrever a realidade, matematicamente, constitui uma forma de conhecê-la. Para Negrelli, o

objetivo não é adotar um único posicionamento, mas a promoção do diálogo entre as diferentes filosofias que sustentam as diversas concepções.

Para caracterizar a componente realidade no processo de modelagem, a autora subdivide essa em três: realidade inicial, intermediária e o modelo, sendo que a realidade inicial implica em simplificação, escolha de elementos para a elaboração da realidade intermediária para posteriormente, utilizando linguagem própria, possa criar o modelo.

Segundo Negrelli (2008) partindo da realidade inicial com o destaque de elementos essenciais e descarte dos periféricos, tem-se a realidade intermediária; os tipos de linguagem, natural ou enriquecida, para criação do modelo garantirão maiores ou menores aproximações da realidade inicial.

Negrelli (2008) busca respaldo em Bean (2001) para ratificar a ideia das três situações de realidades da modelagem, quando Bean afirma que na Modelagem Matemática as características pertinentes a um objeto ou sistema são extraídas, simplificadas e representadas em termos matemáticos - modelo. Para Negrelli e Bean a realidade inicial é considerada a DADA; a realidade intermediária é a CONSTRUÍDA, como terceira situação tem o MODELO.

Para Negrelli (2008, p. 37), partindo da referencia filosófico-epistemológica a “Modelagem Matemática pode ser vista como uma atividade criadora,” e é fundamental que percebamos que a realidade inicial não será modelada e sim se fará uma representação da mesma, teremos neste caso o modelo de uma realidade construída, não dada.

Há, na Tese, esclarecimento sobre o que seja modelo, onde fica claro que são teorias sobre a realidade intermediária em estudo, conjunto de equações que descrevem essa realidade, os modelos querem, enquanto teoria, linguagem adequada para sua formulação, para compreensão do modelo, em consequência da linguagem, é necessário conhecimento desta.

Conforme afirma Negrelli (2008, p. 39)

(...) por meio da Modelagem Matemática pode-se aprender matemática, aprender a pensar matematicamente, a identificar bases filosóficas e epistemológicas de determinadas abordagens, além de conhecer a fecundidade e as limitações de conceitos e métodos matemáticos.

Para fazer a releitura no processo de Modelagem, Negrelli (2008) destaca as três primeiras etapas, considerando a realidade inicial, construção da realidade

intermediária e a elaboração do modelo. Nota-se claramente que as três etapas não dão conta de todo o processo de Modelagem Matemática, porém esclarece que o interesse é focar, por enquanto, nas três etapas.

A realidade inicial, ou como chamada por realidade plena<sup>29</sup> possibilitará levantamento das hipóteses e as aproximações simplificadoras para se chegar à realidade intermediária e que será modelada matematicamente.

Segundo Negrelli (2008), o modelo matemático é uma teoria, é uma forma de ver a realidade inicial, é um recurso epistemológico para compreender a realidade inicial.

Para exemplificar, a autora nomeia como realidade inicial o lançamento de um projétil no ambiente terrestre, ressaltando as hipóteses, ou aproximações simplificadoras. A física, a química, também trabalham com situações simplificadoras quando desprezam certos elementos que podem interferir no resultado do problema, cita também a cubagem de madeira, onde se converte o tronco em objeto tratável matematicamente.

Segundo Negrelli (2008, p. 42) “a atividade de modelagem não começaria na realidade em si, mas no sujeito que percebe”. Respalhada por Bachelard a autora afirma que a percepção pode ser dada pelas concepções e teorias nas quais indivíduos se apoiam, reitera, ainda que, para que exista uma realidade a ser representada, modelada, seria preciso a ação racional no indivíduo que a concebe.

Com Negrelli (2008) infere-se que a atividade científica é uma síntese entre o realismo e o racionalismo.

O capítulo terceiro, onde a autora discorre sobre a fundamentação filosófica para releitura de processo de modelagem, é iniciado pela análise do componente realidade. Com base em D'Ambrosio, Negrelli (2008) diz que a Modelagem Matemática, além de ser matemática é também, epistemológica. É epistemológica porque os modelos têm o propósito de “entender e explicar fatos e fenômenos observados na realidade.” (NEGRELLI, 2008, P. 45).

A análise sob o ponto de vista filosófico e epistemológico visa identificar as etapas nas quais a matemática intervém e qual é a relação com a linguagem matemática. Neste capítulo a autora traz à tona os Três componentes do processo de modelagem relacionando-os as correntes filosóficas.

---

<sup>29</sup> Dewey apud Abbagnano, 2003, p. 83

Processo de Modelagem Matemática	Realidade inicial	Realismo- existência de essência
	Realidade intermediária	Estruturalismo – Existência de relações.
	Modelo	Empirismo – Relações com a realidade

Fonte: (NEGRELLI, 2008, p. 46)

Para Negrelli (2008), os realistas assumem uma concepção de verdade como correspondência entre a teoria ou modelo e a realidade inicial que, supostamente descreve e sustenta a existência das entidades postuladas por usar teorias, mesmo que elas sejam inobserváveis, afirma ainda, que a verdade das teorias diz respeito à realidade intermediária.

Ao se referir ao estruturalismo e à realidade intermediária, Negrelli (2008) assegura que a abordagem estruturalista traz elementos importantes à discussão. Dentre esses exemplos esclarece que se pode visualizar uma antecipação do estruturalismo representada pela contribuição de Hilbert no final do século XIX, enfatizando a Matemática, em particular a geometria, como o estudo das relações e não das coisas.

A construção da realidade intermediária, no processo de Modelagem Matemática é, de fato, uma atividade estruturalista, pois ela permite reconstruir o objeto para descobrir as funções.

Para expor sobre os modelos e a adequação empírica, Negrelli (2008) diz que na elaboração do modelo que descreverá essa realidade intermediária precisamos de nossa capacidade de organização e sistematização além, é claro, de certa precisão de linguagem. Ressalta também que o pensamento matemático envolve a intuição e a lógica; a intuição ligada aos processos de descobertas e a lógica caminhando ao lado do discurso e da sistematização.

Ao expor sobre uma visão empirista do processo de Modelagem Matemática, Negrelli busca base em Abbagnano (2003) que conceitua o empirismo como uma

corrente filosófica para a qual a experiência é critério ou norma de verdade. Neste contexto, Negrelli (2008) situa a realidade inicial como empírica- relativo à experiência, isto é, pode ser observada em qualquer contexto.

Negrelli (2008) afirma que a Modelagem Matemática é mais que uma metodologia, é uma ação dinâmica dentro do fazer matemático, pois as formulações de hipóteses e aproximações simplificadoras lidam com a intuição matemática ou física do sujeito e requer a utilização do pensamento interpretativo e criativo para formulá-las. Afirma ainda que a linguagem é a forma que usamos para transmitir informações sobre assuntos, ainda na contemporaneidade, podemos pensar em um conjunto finito de sentenças, porém a linguagem mostra ser possível elaborar um número infinito de sentenças; contudo obstáculos podem aparecer tendo em vista as regras gramaticais complicadas e até mesmo imprecisas, o que pode ocorrer em Modelagem Matemática. Outra limitação é a presença de paradoxos que podem surgir.

Na Modelagem Matemática os modelos são teorias, que podem ser meios para chegar à verdade sobre a realidade que, no caso, não é a inicial, é em relação à realidade intermediária.

Ao olhar para Modelagem Matemática, no interior da própria matemática, Negrelli (2008) propõe uma adaptação, por analogia, da releitura do processo de Modelagem Matemática, situações nas quais a realidade inicial a ser modelada é um campo da própria matemática. Nesse contexto de olhar a modelagem no interior da própria matemática, Negrelli (2008) pontua que:

- Como realidade inicial a matemática pode ser considerada objeto – platonismo;
- Como realidade intermediária ela pode ser apresentada por meio de estruturas – estruturalismo;
- Como modelo ela tem um papel instrumental, no que há uma forte intervenção da linguagem matemática e da lógica subjacente;

No pensamento e atitudes matemáticos envolvidos no processo de Modelagem Matemática pode comportar diversos elementos próprios de uma concepção empirista, (...) onde a experiência matemática adquiriu um significado pleno.

A matemática como realidade inicial no processo de modelagem, sob a visão platonista, existe fora de nós, cabe a nós descobri-la, não inventá-la. Negrelli (2008,

p. 66) aponta que “...as formas matemáticas têm uma existência independente da mente que as estuda”. Nesse caso, como no mito da caverna, o conhecimento que se pode ter da matemática é parcial, somente por meio de representação, constituída pelas sombras.

Em comparação com o mito da caverna de Platão, temos que: realidade inicial – própria matemática; realidade intermediária – as sombras, as estruturas que serão modeladas. Neste item Negrelli (2008) reinterpreta as estruturas, ampliando o sentido, para compor a realidade intermediária. Afirma que o método axiomático, por meio de linguagem adequada, descreve as estruturas que compõe a realidade intermediária, isto é, “constitui uma espécie de formalização” (NEGRELLI, 2008, p. 67) que também pode ser associada, empiricamente, por poder ser interpretada como conjecturas sobre o que acontece na realidade.

Para respaldar, teoricamente, e esclarecer sobre o método axiomático e a estrutura a autora busca os teóricos Barbkker (1976), Mosterín (1987) e Tarski (1991).

Para exemplificar a Modelagem Matemática, no interior da matemática, esta será tomada no sentido platonista (fenômeno e fatos matemáticos são considerados existentes, independente do conhecimento do sujeito). Negrelli (2008) toma a realidade inicial como universo dos números naturais com todas as propriedades e operações e relações: a realidade intermediária, considera o conjunto dos números naturais e a operação de sucessor. Conforme Negrelli (2008, p. 75) “essa escolha dá origem à seguinte estrutura matemática chamada estrutura de Peano  $P = \langle N, s, 0 \rangle$ ,” sendo:  $N$  = Conjunto dos números naturais  $s$  = Função de Peano  $0$  = essencial na formulação.

Quando Negrelli (2008) discute sobre a matemática como ciência empírica à luz do processo de modelagem, busca a questão levantada por Anastácio (2007) que questiona se a matemática é vista como instrumento que possibilita descrever a realidade ou como algo que pertence à realidade e precisa ser descoberto. A partir do questionamento, Negrelli (2008) afirma que não é pertinente apoiar uma concepção de matemática em apenas um pressuposto filosófico, que seria necessário uma visão pluralista da matemática para que, em diferentes etapas desse processo, as práticas se justificassem. Salienta ainda que, na Modelagem Matemática, temos a matemática como ferramenta, como linguagem e como prática social.

Negrelli (2008) afirma ter buscado caracterizar a componente realidade presente na Modelagem Matemática. Para tal, realizou reconstrução epistemológica do processo de modelagem que a levou a uma nova forma de ver a própria matemática envolvida no processo.

No contexto da modelagem, ao caracterizar os momentos – etapas – realidade inicial, intermediária e modelo, considerou o último uma etapa fundamental. Ressalta sobre a substituição da linguagem natural por uma linguagem matemática; transição de linguagem, não é algo trivial e constitui questão aberta, para estudos.

Para Negrelli (2008) o estudo feito por ela é uma espécie de filosofia da prática matemática inerente ao processo de modelagem, pois buscou estabelecer elementos teóricos que possibilitassem uma interpretação da Modelagem Matemática como atividade condutora à aquisição de pensamento matemático, próprio de atitude interdisciplinar.

Neste tópico, apresentei os textos que foram os pontos de partida para a pesquisa e as contribuições de cada um para a Educação Matemática e para Modelagem Matemática, ampliando meu conhecimento sobre o assunto e abrindo para o/a leitor(a) um leque de leituras para ampliação do conhecimento acerca da Modelagem Matemática.

No capítulo seguinte, falarei sobre os colaboradores da minha pesquisa, o programa de formação PDE e algumas questões metodológicas.

## 2 O PROGRAMA PDE, ALGUMAS QUESTÕES METODOLÓGICAS

A modelagem matemática continua a angariar adeptos pelas suas possibilidades metodológicas, pela visão ampla que proporciona em relação a um assunto, pela visão de totalidade, por envolver de forma natural e indissociável o ensino e a pesquisa e pela possibilidade de, por meio dela, almejar-se um dos principais objetivos da educação: o desenvolvimento de autonomia do educando.

(BURAK, 2010, p. 36)

### 3.1 O programa PDE

O Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) do Estado do Paraná foi gestado entre os anos de 2004 e 2006 com o objetivo de atender uma demanda posta pela Lei Complementar 103/2004 quanto ao plano de cargos e salários do professor do Paraná. O programa foi, e ainda é desenvolvido em parceria entre as Secretarias de Estado da Educação (SEED) e Secretaria da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior (SETI) e contempla o afastamento dos professores de sala de aula durante dois anos, sendo que, 100% no primeiro ano e 25% da carga horária efetiva de trabalho no segundo ano de formação para estudos e pesquisas. Durante o primeiro ano, os professores participantes retornam à Universidade para estudar e rever teorias referentes às pesquisas que estão sendo desenvolvidas em Educação e nas áreas afins.

O programa é conceituado como sendo uma política pública do Estado do Paraná, de acordo com o que consta no Portal Dia a Dia da Educação<sup>30</sup>, que estabelece o diálogo entre os professores de ensino superior e os da educação básica por meio de atividades teórico-práticas.

A forma de ingresso no programa variou desde seu início; as duas primeiras turmas foram selecionadas por meio de prova escrita, sendo parte objetiva da área específica, língua portuguesa e conhecimentos gerais e a parte discursiva tratava-se de uma produção de texto explicitando sua questão de pesquisa. As provas discursivas só eram corrigidas se os candidatos alcançassem 60% da nota da prova objetiva.

A terceira turma, na perspectiva de democratização, excluiu-se a prova e passou a fazer parte do processo de seleção a elaboração de um projeto de

---

<sup>30</sup> <http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=20#oqueeh> – pesquisado em 23/02/2012



pesquisa o qual era elaborado em um sistema específico do PDE, no Sistema de Acompanhamento Integrado em Rede (SACIR). Após o encerramento das inscrições os projetos eram impressos e passados aos corretores, professores de Instituições de Ensino Superior (IES) públicas existentes no Estado do Paraná que classificavam e selecionavam, seguindo critérios de correção ortográficos e relevância da pesquisa de acordo com os objetivos de formação do PDE.

Nos casos já citados entrava também a contagem de pontos dos títulos dos professores, ou seja, aquele que tinha pontuação quanto à participação em cursos, sobressaía em relação aos que não tinham pontuação. Além dos cursos, entrava também, na contagem, o tempo de serviço.

Para a quarta turma, selecionada em 2010 o critério foi modificado, foi adotada para seleção a pontuação dos cursos e tempo de serviço, com um diferencial, a participação nos grupos de trabalho em rede - GTR tinha um peso diferente na contagem dos pontos.

Nos quatro processos seletivos até 2010, foram aceitas inscrições dos professores da Rede que se encontravam no Nível II classe 11<sup>31</sup>. As três primeiras turmas foram compostas, cada uma de 1200 professores distribuídos nas 17 áreas que compõem o programa. A quarta turma, PDE 2010, o número de selecionados dobrou, passando para 2400 professores selecionados para participarem do PDE.

A quinta turma, selecionada em 2011 para iniciar os estudos em 2012 teve o processo seletivo similar ao da quarta turma, ou seja, títulos e tempo de serviço, porém agora com uma abrangência um pouco maior. A participação nas turmas anteriores só se fazia tendo em vista o nível II classe 11 enquanto que na quinta turma o público destinatário foi ampliado, abriu-se para todos os professores que se encontravam no Nível II classe 8<sup>32</sup> em diante. Conforme consta no Portal Dia a Dia da Educação, já indicada, “O PDE se destina aos professores do quadro próprio do magistério (QPM), que se encontram no nível II, classe 8 a 11, da tabela de vencimentos do plano de carreira”.

---

<sup>31</sup> Professores que já fizeram especialização por isso nível II e classe 11 indica final de carreira, com mais de 15 anos de trabalho.

<sup>32</sup> Professores com especialização (nível II), porém faltando avançar 3 níveis, com aproximadamente 8 anos de trabalho.

As três primeiras turmas foram regulamentadas pela Lei Complementar 103/2004<sup>33</sup>, Resoluções<sup>34</sup> e Instruções, tal como a Instrução 001/2011 que trata da implementação do projeto na escola. A quarta turma foi regulamentada pela Lei Complementar 130 de 2010 que já se encontrava instituída.

O Programa PDE tem como legislação a Lei Complementar 103/2004 que o institui, a 130/2010 que o regulamenta e, ainda, as Resoluções e Instruções que são oriundas da Secretaria de Estado da Educação. As Resoluções e Instruções e o edital vem para atender ao exposto no *caput* do Art. 7º e no parágrafo único do mesmo artigo da Lei Complementar 130. As Resoluções, Instruções e Edital explicitam os critérios de ingresso e participação no Programa, tendo para cada turma: Resolução, Instrução e Edital próprios.

A Lei 103 de 2004 dispõe sobre o plano de carreira do Professor da Rede Estadual da Educação Básica, sobre o aperfeiçoamento profissional e cria um novo nível, o III. Dispõe, também, sobre os percentuais de vencimentos de um nível para outro e assegura que o professor para passar para o nível III deverá passar pelo programa de formação, conforme Art. 11, inciso IV

IV – Será promovido para o Nível III, Classe 1, o Professor que estiver no Nível II, Classe 11, e que obtiver Certificação por meio do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE), nos termos da lei, para a qual será aproveitada a Titulação obtida em curso de pós-graduação como critério total ou parcial para obtenção da Certificação.

O Artigo 20 da Lei Complementar 103/2004 institui no âmbito da Secretaria de Estado da Educação do Paraná o Programa de Desenvolvimento Educacional objetivando a melhora da qualidade da Educação Básica da Rede Estadual do Paraná. De acordo com o parágrafo 1º do Artigo 20 da Lei Complementar 103/2004, o programa será disciplinado mediante Lei.

A Lei Complementar 130 foi publicada em 14 de julho de 2010 para regulamentar o Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná (PDE), garantindo ao programa um caráter de política de Estado e explicitando o caráter permanente, conforme Art. 1º Parágrafo Único:

---

<sup>33</sup> Em seu Art. 1º diz que: Esta Lei institui e dispõe sobre o Plano de Carreira do Professor da Rede Estadual de Educação Básica do Paraná, nos termos da legislação vigente.

<sup>34</sup> 4341/2007 – aplica-se exclusivamente a turma PDE 2008 e 1670/2009 - válida para turmas a partir de 2009 e a 4442/2009 para turma de 2010. As turmas a partir de 2012

O PDE é um Programa de Capacitação Continuada implantado como uma política educacional de caráter permanente, que prevê o ingresso anual de professores da Rede Pública Estadual de Ensino para a participação em processo de formação continuada com duração de 2 (dois) anos, tendo como meta qualitativa a melhoria do processo de ensino e aprendizagem nas escolas públicas estaduais de Educação Básica.

Quanto à participação no programa o Artigo 9º da Lei Complementar 130/2010 diz que o professor para participar do programa deve ser efetivo do Quadro Próprio do Magistério - QPM e se encontrar no Nível II classe 8. Entretanto, no Artigo 7º, da Lei já citada, estabelece que os critérios de ingresso no PDE serão definidos pelas Secretaria de Estado da Educação em edital próprio, desde que assegure uma oferta mínima de 3% (três por cento) anuais do número de efetivos para ingresso no Programa.

Para que a formação se efetive, a Lei Complementar 130/2010 em seu Artigo 3º, parágrafos 1º e 2º trata das atividades do programa, salientando que essas compreendem desde aulas na IES, durante as quais os professores cursistas participam de estudos e discussões teórico-metodológicas na busca de respaldo para as produções que inicia com o projeto de intervenção na escola, passando pela produção didática, culminado com a escrita do artigo final.

Saliento que vou me ater às seguintes produções: projeto de implementação na escola, material didático e artigo. Esta delimitação ocorre por se tratar de materiais escritos os quais posso utilizar e dispor publicamente como fonte da pesquisa. Quanto às demais atividades do programa, limito-me a apenas mencioná-las.

Durante a formação teórico-metodológica, os professores iniciam a busca por respaldo teórico para o projeto de implementação na escola, que é um plano de ação que o professor deverá elaborar para atender um problema emergente da escola de atuação, ou ainda, um problema de aprendizagem relacionado à área de atuação, finalizando o 1º período do programa (1º semestre) com a entrega do projeto. Saliento que o respaldo teórico, neste primeiro momento, é geral, ou seja, as bases da educação. Quanto ao projeto de implementação na escola, o Documento síntese do Programa PDE 2012, traz que este é:

(...) atividade que será realizada sob a orientação do professor orientador da IES. Deve partir da delimitação clara da situação problema, seguida da

justificativa, dos objetivos, da fundamentação teórica, das estratégias de ação, do cronograma e das referências. (SEED, 2012, online<sup>35</sup>)

Ressalto que cabe ao professor PDE e ao orientador a busca pela fundamentação teórica do projeto, ou seja, em casos de Modelagem Matemática, o professor e seu orientador buscam os textos para embasar o projeto de implementação na escola.

No segundo período a formação na Universidade é voltada para área específica e a finalização deste ocorre com a entrega da produção do Material Didático. Este material é produzido para auxiliar a implementação do projeto na escola, elaborado segundo critérios estabelecidos pela Coordenação do PDE na SEED

O terceiro período do programa é destinado à implementação do projeto na escola, onde o professor põe em prática o descrito no projeto, no caso estudado, as ações de Modelagem Matemática, fazendo uso do material didático produzido.

O estudo feito pelos professores em formação e a orientação recebida durante a permanência no programa vão culminar com a produção do artigo final. Nele o Professor PDE explicitará todo o embasamento teórico que teve durante sua formação e os resultados da implementação do projeto na escola com as análises dos procedimentos e considerações finais.

Além do projeto, do material didático e do artigo há outra atividade que abre espaço para o Professor participante do Programa PDE, disponibilizar o seu Projeto de Implementação na Escola e o Material Didático aos colegas da Rede Estadual. Essa atividade é o Grupo de trabalho em Rede (GTR). A disponibilização do projeto de implementação na escola e do material didático é exclusivamente para os professores da Rede Estadual que se inscreverem em seu grupo de discussão.

A atividade Grupo de Trabalho em Rede (GTR) é uma proposta de formação continuada à distância para os professores da Rede e constitui atividade do programa, conforme informação contida no Portal Dia a Dia da Educação<sup>36</sup>:

Os Grupos de Trabalho em Rede (GTR) constituem uma atividade do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE), que se caracteriza pela

---

<sup>35</sup> Encontrado em [http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/pde\\_roteiros/documentosintese\\_pde.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/pde_roteiros/documentosintese_pde.pdf) no dia 05/06/2012

<sup>36</sup> <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=603#oqueeh> visita em 24/02/2012

interação virtual entre os Professores PDE e os demais professores da Rede Pública Estadual.

O GTR, além de possibilitar discussões sobre as especificidades da realidade escolar, é mais uma alternativa de formação continuada aos professores da Rede Estadual que vão conhecer e discutir com o professor PDE o projeto de implementação na escola e a produção didática. O GTR para o professor PDE é uma das atividades de formação do Programa; para os demais professores da Rede Estadual que se inscrevem em um grupo, é capacitação e é utilizada para avanços na carreira.

Todos os professores proponentes dos GTRs (Professores PDE) devem inserir resumo da proposta para que os demais professores possam escolher o grupo para inscrição com base nesse e no título.

Dando continuidade, discutirei algumas questões metodológicas e explicitarei os caminhos que foram percorridos para se chegar as colaboradoras e sobre minha participação do GTR 2011.

### **3.2 Questões metodológicas – história oral**

Para conhecer o que está acontecendo em sala de aula nos projetos de implementação na escola que envolvem Modelagem Matemática no município de Curitiba, algumas entrevistas foram feitas na perspectiva metodológica adotada pelo GH OEM - Grupo de Pesquisa “Historia Oral e Educação Matemática” da UNESP de Rio Claro. Seguindo essa perspectiva foram feitas gravações das entrevistas, transcrições das falas, textualização e envio do texto aos colaboradores para validação.

Objetivando captar o que os professores têm a relatar sobre a implementação dos seus projetos na escola, na perspectiva da Modelagem Matemática, eu precisava saber como planejar e realizar as entrevistas. Minha pesquisa não tem cunho “histórico”, de modo que uso apenas de alguns recursos metodológicos tais como a gravação das entrevistas e a produção de textualizações que foram validadas pelos colaboradores. Além disso, durante a entrevista busquei criar um ambiente propício a que os professores colaboradores falassem livremente, evitando o direcionamento de questões pontuais que eventualmente “plantariam” em suas bocas palavras que, na verdade, seriam “minhas”. Os textos validados são

apresentados na íntegra, sem qualquer tipo de “recorte”, o que também é uma característica da metodologia adotada pelo GHOEM.

Os contatos para as entrevistas foram feitos em dois momentos distintos. No primeiro, foi enviar um email convidando para a entrevista, explicitando meu objetivo de pesquisa e informando que a colaboradora poderia falar, sem se preocupar com questões norteadoras, sobre Modelagem Matemática, formação inicial e educação. No segundo, apresentei um documento que nomeiei “APRESENTAÇÃO”, com cabeçalho identificando a Instituição, o programa de pós-graduação, orientador e pesquisadora, contendo no corpo, o seguinte texto:

### **Apresentação**

Minha pesquisa de mestrado tem como objetivo conhecer e descrever a Modelagem Matemática sob o ponto de vista de professores de matemática da Rede Estadual, mais especificamente, atuantes nas escolas estaduais do município de Curitiba que participaram do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE. O primeiro passo da pesquisa foi estudar teorias acerca da Modelagem Matemática e o que está sendo feito, em sala de aula, em nível de Brasil e Paraná, no que concerne a Modelagem Matemática. Percebi que muitos professores que participaram do Programa de Formação PDE elaboraram seus projetos baseados na Modelagem. A partir daí, decidi entrevistar alguns professores PDE para saber mais sobre o processo de Modelagem, em sala de aula, na perspectiva de compreender melhor essa estratégia de ensino na prática docente. Assim, o objetivo desta entrevista é compreender as práticas docentes acerca da Modelagem Matemática, para ampliar as informações sobre essa, com possibilidades de contribuir com as pesquisas da Educação Matemática e com os colegas docentes no sentido de incentivá-los à adoção dessa prática.

Após a leitura do documento de apresentação, em cada entrevista, coloquei-me à disposição para esclarecer as dúvidas da colaboradora, para que não pairasse nenhuma dúvida antes de iniciar a conversa.

Em duas das entrevistas, após os contatos, apresentei um quadro com as seguintes palavras:

FORMAÇÃO INICIAL	FORMAÇÃO CONTINUADA
MATEMÁTICA	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MODELAGEM MATEMÁTICA	ESTRATÉGIA DE ENSINO
DIFICULDADES	APRENDIZAGEM.

e pedi que as colaboradoras falassem sobre cada uma delas.

No caso das duas primeiras entrevistas, algumas questões foram postas, com base nas falas anteriores, conforme podem ser vistas no decorrer dos textos das entrevistas textualizadas, capítulo V; no caso das duas últimas, as palavras ficaram a frente das colaboradoras servindo de norte para a fala e, quando necessário, questões foram postas.

Após as entrevistas, as gravações foram textualizadas (critério da metodologia da História Oral) e enviadas aos colaboradores para validação e, posteriormente, serem incluídas na dissertação.

Para entrevistar foi preciso selecionar os entrevistados. Como fazer essa seleção? Quais professores entrevistar para se ter uma visão das atividades no campo da modelagem que estão sendo desenvolvidas em sala de aula?

Para ratificar o dito no início do texto, quando afirmo que há um grande número de projetos de implementação propostos ao PDE envolvendo Modelagem Matemática, para mostrar que os projetos estão distribuídos pelas várias regiões do Estado e, também, para responder a minha preocupação com o conteúdo relativo à série em que se encontra o aluno, fiz levantamento de alguns trabalhos, envolvendo Modelagem Matemática, destacando qual parte do currículo (conteúdo/série) foi contemplada com o desenvolvimento da proposta. Saliento que o levantamento feito representa apenas uma amostra dos inúmeros trabalhos apresentados ao PDE nas várias Instituições de Ensino Superior e que a escolha foi aleatória. Apresento um exemplar orientado pelas unidades das IES para mostrar que o trabalho não deixou de explorar o conteúdo referente à série em que foi implementado.

Apresento os trabalhos desenvolvidos em cada região do Paraná, salientando sobre as bases teóricas de cada um e, também, comentando as atividades desenvolvidas pelos propositores.

Ressalto que, com esta busca, pude ratificar o dito por Silveira (2007) sobre a localização dos centros de pesquisa em Modelagem Matemática, ficando claro que estão na UEL e na UNICENTRO, devido ao grande número de trabalhos envolvendo a estratégia de ação nestes dois polos.

Assim como Silveira (2007) apresentou um quadro onde destaca os conteúdos trabalhados durante o desenvolvimento dos projetos que deram origem as Dissertações e Teses pesquisadas, destaco os conteúdos trabalhados pelos professores que participaram do Programa de Desenvolvimento Educacional do Estado do Paraná durante a implementação do projeto na escola.

Até aqui enfatizei a preocupação com os conteúdos, por isso nomino o próximo item como:

### **3.3 Modelagem Matemática: cadê o conteúdo?**

A busca pelos trabalhos já publicados pelos professores PDEs se deu com o intuito de conhecer e descrever para compreender se estes estão aliando Modelagem Matemática aos conteúdos de matemática. Para compreender como eles estão vendo Modelagem Matemática por meio de suas produções foi preciso ler e sintetizar os textos que foram elaborados na época que passaram por formação continuada no programa PDE do Estado do Paraná. As produções desses professores que foram estudadas são: materiais didáticos e artigos. O primeiro é ferramenta na implementação do projeto na escola; o segundo, resultado da implementação.

Objetivando conhecer e compreender a Modelagem Matemática, trabalhada em sala de aula, farei um levantamento, em cada texto investigado, dos conteúdos trabalhados com a intenção de responder a minha indagação: Como aliar Modelagem Matemática aos conteúdos de matemática, sugeridos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN de matemática ou, no caso do Paraná, também pelas Diretrizes Curriculares do Estado - DCEs? As produções dos professores da Rede Estadual que busquei trazem informações de como a Modelagem Matemática está ocorrendo dentro das escolas, tendo em vista que estas são resultados de ações que foram executadas em sala de aula para atender aos requisitos do programa de formação continuada, proporcionado pelo Estado do Paraná, culminando na escrita de um material didático e um artigo.

Li os textos dos professores PDE e fiz um quadro listando os conteúdos trabalhados pelos diversos autores das produções. O conteúdo destacado no quadro, bem como os resultados dos trabalhos desenvolvidos, usando como



estratégia de ensino a Modelagem Matemática, podem ser vistos diretamente nos artigos escritos pelos professores, disponível no portal dia a dia da educação<sup>37</sup>. A investigação das produções dos professores PDE do Paraná, possibilitou conhecer a amplitude da preocupação desses docentes com o ensino e a aprendizagem, buscando novos caminhos para melhorar a dinâmica de trabalho em sala, possivelmente, minimizando os problemas de evasão, repetência e frustrações no mundo da matemática de sala de aula.

O quadro presente, no corpo do texto, vai complementar as informações na perspectiva de ampliar a visão do leitor.

### 3.3.1 Os trabalhos pesquisados

As produções investigadas podem ser encontradas na página<sup>38</sup> dia a dia da educação além de outras produções resultantes do mesmo programa sob a orientação das oito Instituições Públicas de Ensino Superior<sup>39</sup> (IES) parceiras do PDE.

Para não correr o risco de ler textos orientados apenas por uma Universidade parceira, busquei pelo menos um trabalho de cada Instituição para se ter visão panorâmica das pesquisas dos professores nos diversos pontos do Estado do Paraná.

As produções didáticas<sup>40</sup> são documentos que fazem parte do material de apoio ao professor para a implementação do seu projeto em sala de aula. Nas produções didáticas pude perceber que os professores estão trabalhando com Modelagem Matemática e contextualizam a situação, apresentando os conteúdos abordados e alguns procedimentos de ação.

<sup>37</sup> <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/index.html> pesquisado em 01/03/2012

Neste portal encontram-se informações sobre as escolas, programas de formação continuada, profissional da educação e produções dos professores da rede estadual do Paraná.

<sup>38</sup> <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/index.html> pesquisado em 01/03/2012

<sup>39</sup> UEL- Universidade Estadual de Londrina, UEM – Universidade Estadual de Maringá, UENP – Universidade Estadual do Norte do Paraná, UNICENTRO – Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNIOESTE – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, UEPG – Universidade Estadual de Ponta Grossa, UTFPR – Universidade Tecnológica do Paraná, UFPR – Universidade Federal do Paraná.

<sup>40</sup> unidade didática, caderno pedagógico, folhas , Objeto Colaborativo de Aprendizagem (OAC), ou produções em vídeos devidamente acompanhados de orientações de uso.

A escolha de um trabalho de cada IES parceira se deu para que fosse percebido que a preocupação com mudanças nos processos de ensino e aprendizagem não está concentrada, mas pulverizada nos diversos cantos do Estado do Paraná. Para a escolha, foi observada a adoção da Modelagem Matemática, como estratégia de ensino. Quando havia muitos trabalhos do mesmo assunto, na Instituição, adotou-se critério aleatório, ou seja, escolheu-se um trabalho sobre o Modelagem Matemática.

IES	TÍTULO	CONTEÚDO ABORDADO
UEL	A questão Agrária na aula de Matemática	Funções: função exponencial
UEM	Despertando o interesse pela matemática: Relato de uma atividade de modelagem	Conceito de Função
UNICENTRO	Produção didático-pedagógica – Unidade didática <sup>41</sup>	Área e perímetro, escala
UENP	Modelando a conta de energia elétrica	Porcentagem, tabelas, gráficos e funções lineares.
UEPG	Utilização da modelagem Matemática como metodologia alternativa para o ensino de Matemática para os alunos da sala de apoio	Operações com números naturais
UFPR	Modelagem Matemática e educação de jovens e adultos: possíveis interlocuções no estudo e um projeto de reurbanização.	Geometria plana, espacial, estatística e álgebra.
UNIOESTE	Modelagem Matemática no auxílio a compreensão de conceitos e raciocínios matemáticos no ensino médio	Taxa de crescimento, cálculo de área, Cálculo de IMC <sup>42</sup> .
UTFPR	Modelagem Matemática: um trabalho com embalagens	Geometria espacial

Quadro II (elaborado por mim)

Ficou claro, a partir das leituras dos textos, que essas pesquisas surgiram devido à preocupação com os altos índices de evasão, repetência, desinteresse, conforme é explicitado pelos autores das produções<sup>43</sup> (ROSA<sub>4</sub>, 2008; MATHEUS<sub>4</sub>, 2007; NUNES<sub>3</sub>, 2008; OCANHA<sub>2</sub>, 2008; KOVALSKI<sub>3</sub>, 2008; AMADORI<sub>2</sub>, 2008;

<sup>41</sup> Informação trazida no lugar do título do trabalho.

<sup>42</sup> IMC – índice de massa corporal

<sup>43</sup> As produções indicadas se encontram no interior dos cadernos “PARANA” registradas na bibliografia.

GREGORIO<sub>2</sub>, 2008; CORREA<sub>3</sub>, 2008)<sup>44</sup>. Além dessas preocupações, as produções trazem problemas do cotidiano dos alunos, problemas sociais e contextualizações para melhor compreensão dos conteúdos em questão.

Rosa (2008) discute a questão agrária na sala de aula demandando pesquisa interdisciplinar, a preocupação não se limita às medidas agrárias, mas envolve também os problemas sociais que abrangem a distribuição da terra.

Para introduzir o conceito de funções, a professora Sônia Matheus lança a seguinte indagação “O que você entende por velocidade? O que você entende quando falamos em função?”(MATHEUS, 2007, p. 10) e solicita aos alunos uma produção de texto que, posteriormente é lida e discutida em sala de aula. Há no documento, produzido pela professora, os vários conceitos trazidos pelos alunos sobre função, com os devidos exemplos.

Ocanha (2008) lança uma situação problema e recorre a ela durante todo o trabalho. Todas as dúvidas geradas pela situação problema são pesquisadas pelos alunos e professor, até mesmo quando a dúvida não está diretamente relacionada com a matemática. O professor enfatiza que os alunos querem saber mais sobre *lan house*, pois aí se situa o problema: uma sala para a instalação de uma *lan house*. Eles questionam de onde surgiu a locução de palavras “lan house” e pesquisam a origem e também visitam uma *lan house* para conhecer as instalações.

Nunes (2008) inicia a discussão questionando os alunos sobre como economizar energia elétrica. Traz informações sobre o programa “*luz para todos*” do governo federal, das etiquetas que especificam o consumo de energia elétrica dos aparelhos elétricos e aborda, ainda, a troca das lâmpadas incandescentes pelas fluorescentes. Ao entrar na discussão do consumo, envolve conteúdos de matemática, iniciando por grandezas diretamente proporcionais indo até a elaboração de tabelas e gráficos.

Kovalski (2008) explora uma situação de reurbanização de um bairro em uma cidade metropolitana de Curitiba. O trabalho foi desenvolvido com alunos de EJA e a professora salienta que explorou os conteúdos de álgebra, geometria espacial e plana e estatística.

Amadori (2008) salienta que o trabalho com perímetro e área faz parte dos conteúdos da 1ª série e aliará a esse, um projeto onde irá comparar os custos de

---

44

Os números subscritos referem-se aos indicados na bibliografia.

construção de uma casa ecológica a uma casa convencional. O início do trabalho se dá com uma planta baixa e com questões que direcionam a reflexão para uso de perímetro ou área.

Corrêa (2008) ressalta que embalagens será o ponto de partida para poder explorar a geometria espacial. O início das atividades se dá com análise de formas e tipos de embalagens, com registro em uma tabela, classificando-as quanto à forma. A identificação das faces e arestas veio na sequência, juntamente com a relação de Euler. A construção de modelos de embalagens otimizando a matéria prima.

Gregorio (2008) busca as contribuições de pesquisadores, da área da Educação Matemática, ressaltando as possibilidades de ensino dos conteúdos de matemática do ensino médio, fazendo uso da modelagem.

Não foi possível explicitar tudo, mas dar ideia do que está sendo feito, em termos de pesquisa, por professores da Rede Estadual do Paraná com a intenção de buscar soluções para os problemas que emergem do tradicionalismo, da predominância de teorias e conceitos abstratos nos últimos anos (D'AMBROSIO, 2004).

Ressalto que uma das colaboradoras, entrevistada, teve seu trabalho também incluso neste item e que será mais detalhado no decorrer do texto. Os trabalhos das demais colaboradoras não foram inclusos devido a limitação que fiz, um trabalho de cada IES. Saliento ainda que, para entrevista, trabalhei apenas com professores da região de Curitiba.

## 4 AS COLABORADORAS DA PESQUISA

A chave da competência profissional é a capacidade de equacionar e resolver problema da prática profissional. A investigação, a curiosidade, o pensamento organizado aliado à vontade em resolver os problemas são ingredientes essenciais para o progresso em qualquer domínio da atividade humana. É preciso estudo, trabalho e pesquisa para renovar e, sobretudo, reflexão para não ensinar apenas “o que” e “como” lhe foi ensinado.

(PEREZ, 2005, p. 252 – grifos do autor)

### 4.1 As Colaboradoras

As colaboradoras da minha pesquisa são quatro professoras de Matemática que passaram pelo Programa de Desenvolvimento Educacional do Estado do Paraná - PDE e que elaboraram seus projetos de implementação tendo como estratégia de ensino, ou foco da pesquisa, a Modelagem Matemática.

Ouvir os professores de matemática e registrar seus pontos de vista, sobre Modelagem Matemática, é interessante, tendo em vista o número de trabalhos, envolvendo Modelagem Matemática e as contribuições que as entrevistas poderão dar para minha compreensão pessoal sobre conceitos de Modelagem Matemática, fundamentos teóricos (BIEMBENGUT, 1999; BARBOSA, 2001, 2004, 2004a; BASSANEZI, 2006; BURAK, 1987, 2010) e também para as pessoas que ainda não se envolveram com Modelagem Matemática.

### 4.2 Em busca de colaboradores

Tendo lido algumas produções do PDE, que versam sobre Modelagem Matemática e ciente de que todos os professores, que passam pelo programa, têm um Grupo de Discussão em Rede, onde é discutido o projeto de implementação e, também, sobre o material didático produzido, em 2011, para ampliar minha pesquisa, busquei um Grupo que tivesse discutindo sobre Modelagem Matemática, pensando que a proponente do GTR poderia me auxiliar na composição do grupo de colaboradoras que participaria da minha pesquisa.

A minha inscrição para participar das discussões do GTR se deu com base no título e no resumo apresentado pela Professora Marli Lourde de Vargas Terres, tutora do grupo de que participei. Como o título apresentado pela professora

*“Modelagem Matemática através da construção de maquetes no 7º ano (6ª série)”* despertou meu interesse, busquei o resumo do projeto para ter certeza de que se tratava de Modelagem Matemática. O resumo trouxe mais algumas informações deixando claro qual o assunto tratado:

O Presente estudo tem propósito de focar na área de tendências matemáticas, mais especificamente Modelagem Matemática. Para tanto pretende-se investigar situações diversas envolvendo tais conceitos, como formas geométricas, perímetro, área, razão, porcentagem e outros para que sejam valorizados pelos alunos. Para que se atinja todos os propósitos prevê-se as transposições dos conceitos da Modelagem Matemática em conceitos diferenciados. Sugere-se a aplicabilidade a partir dos recursos fornecidos na sociedade, tais como: o uso do folder de divulgação de empreendimentos imobiliários que contém planta baixa do imóvel anunciado. Como material de apoio o folder permite selecionar os elementos matemáticos como base da produção da planta baixa da sala de aula. Também desenvolver o conceito de dimensão, proporção e escala matemática, formalizados na construção de uma maquete. Assim, espera-se como resultado que a Modelagem Matemática seja incorporada em atividade de elaboração construtiva. (Marli Terres)

O resumo acima realmente despertou meu interesse, pela confirmação de que se referia à Modelagem Matemática levando-me a me inscrever nesse GTR. Participo desse tipo de formação desde que iniciou, em 2007, porém a participação no GTR 2011 foi planejada visando a minha pesquisa: Modelagem Matemática.

Logo após minha inscrição no GTR, entrei em contato com a professora Tutora para conhecer um pouco mais sobre a proposta e também poder marcar uma conversa para ouvi-la falar sobre seu contato com Modelagem Matemática.

Para conseguir a entrevista com a Professora Marli, enviei e-mail me identificando como participante em seu GTR e como aluna da Pós-Graduação em Educação em Ciências em Matemática da Universidade Federal do Paraná – UFPR, e informei, no mesmo e-mail, que estava fazendo uma pesquisa sobre Modelagem Matemática. Solicitei uma conversa sobre o tema. A resposta foi positiva e marcamos uma primeira conversa para o dia 16 de novembro, de 2011. Esse encontro aconteceu no período das 9h30 até 10h50. A professora não aceitou que fosse gravada a conversa, colocando-se à disposição para uma próxima etapa, aí sim, com gravação. Para não perder os pontos e não perdermos o rumo, a conversa foi iniciada solicitando que a professora contasse sobre o porquê ou os porquês da escolha por Modelagem Matemática, como segue no texto (capítulo V) registrado e aprovado pela professora.

A professora Marli, depois de dizer o tempo de atuação como professora, contou que conseguiu entrar para participar do Programa apenas na quarta tentativa, turma 2010, porém ela mesma disse que ficou preocupada com o que pesquisar, por isso foi conversar com seus pares e encontrou auxílio ao conversar com sua irmã, também professora de Matemática que na época estava fazendo um curso sobre Modelagem Matemática, orientando-a a pesquisar e implementar seu projeto com base na Modelagem Matemática.

Na entrevista concedida, ela conta sobre as barreiras encontradas e sobre experiências com Modelagem Matemática.

As informações buscadas junto à professora Marli, tutora do grupo em que me inscrevi, ampliaram minha perspectiva, abrindo um novo horizonte pelo contato com experiências de professores da Rede Estadual na Modelagem Matemática.

Resolvi continuar pesquisando os GTR de 2011 para ver se tinha outros grupos trabalhando com Modelagem Matemática. Para chegar aos GTRs ou projetos que envolvem Modelagem Matemática, li os títulos e resumos de 25 trabalhos dos professores do município de Curitiba. Nessa busca encontrei apenas mais um grupo discutindo sobre Modelagem Matemática. O grupo da professora Maria Luiza.

A Professora Maria Luiza Oliani (PDE 2010) diz que estudos explicitam a importância de se buscar caminhos que auxiliem para um ensino mais significativo para os alunos. Nesse sentido, ela apresenta seu projeto com o título *O USO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA MOSTRAR A MATEMÁTICA DA NATUREZA NA ARQUITETURA* na busca por significados para o ensino de matemática.

Explicito o resumo que li para incluir a professora no rol de colaboradoras.

Segundo a Professora Maria Luiza

Estudos mostram a importância de buscar alternativas, a fim de tornar o ensino da Matemática mais significativo para os alunos. Utilizando a Modelagem Matemática como metodologia de ensino-aprendizagem, o presente estudo trata dos conhecimentos sobre proporcionalidade explorando a proporção áurea que é usada como elemento harmônico na arquitetura, considerada como objeto de arte a serviço do homem. Será desenvolvido com alunos da 1ª série do Ensino Médio do Colégio Estadual do Paraná, em Curitiba. Considerando que o retângulo áureo é um objeto matemático que marca forte presença no domínio da arte, nomeadamente na arquitetura, atém-se para que a relação entre a Matemática e a Arte

propicie ao estudante momentos de criação, de pesquisa, de descobertas e, conseqüentemente aumente a motivação, estimulando-o de modo a reforçar a qualidade de seus estudos, apropriando-se de conhecimento matemático com prazer. Dessa forma, pretende-se desenvolver o espírito crítico no campo visual da arquitetura e sua conservação, com conceitos de aprimoramento da matemática, possibilitando assim a melhoria do ensino. (OLIANI, 2011)<sup>45</sup>

Contatei, por email, a professora Maria Luiza para conversarmos sobre o projeto dela. A primeira conversa ocorreu nas dependências do Colégio Estadual do Paraná, onde a professora atua e também implementou seu projeto. Durante a conversa, a professora Maria Luiza explicitou sobre sua pesquisa, informando que sua proposta era buscar, juntamente com os alunos, mais informações sobre o número de ouro, adotando para tal pesquisa os procedimentos da Modelagem Matemática. Ficou combinado que a colaboradora abriria mais um espaço para conversarmos e a efetivação da gravação da entrevista.

Sem mais possibilidades de colaboradores tive que buscar alternativas. Até aqui os contatos se deram com professores que ainda não concluíram o Programa, professores PDE 2010 que só terminarão a formação em 2012. A alternativa foi buscar os professores que participaram de outras turmas PDE.

As dificuldades ou limites em conseguir colaboradores foram, de certa forma, postos por mim, quando limitei a pesquisa ao Município de Curitiba e a turma PDE 2010. Conforme o observado por Silveira (2007), as pesquisas em Modelagem Matemática estão mais fortemente representadas no interior do Estado, conforme o já constatado também por mim, na UEL e UNICENTRO.

Em conversa com o professor Emerson Rolkouski<sup>46</sup>, sobre minha dificuldade de encontrar colaboradoras para entrevistar, ele sugeriu o nome da professora Dioneia Dobrowolski Kovalski, e de outras duas Professoras. Contatei as Professoras em 2011 solicitando uma conversa sobre o assunto Modelagem Matemática e recebi resposta somente da Professora Dioneia Kovalski informando sobre o local e horário que poderíamos conversar. A entrevista só se efetivou em 20 de março de 2012 às 22h00 no Colégio Estadual Dr. Xavier da Silva.

---

<sup>45</sup> Projeto de implementação na escola – Professora PDE 2011 - O uso de um modelo matemático para mostrar a matemática da natureza na arquitetura.

<sup>46</sup> professor da Universidade Federal do Paraná do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática e Orientador do PDE



Em 1/02/2012 durante o intervalo de formação continuada para os representantes do PDE nos NRE<sup>47</sup>, que ocorreu no Colégio Estadual do Paraná, encontrei a professora Antonia Eloi e conversamos sobre as atividades que estávamos desenvolvendo, falei da minha dificuldade em encontrar Professores que desenvolveram seus projetos de implementação na escola fazendo uso da Modelagem Matemática que pudessem falar sobre as ações, foi quando ela se propôs a me ajudar contando-me que seu projeto versava sobre o assunto. A professora participou do Programa em 2008 e sua proposta foi trabalhar com Modelagem Matemática. Como meu objetivo é apresentar a modelagem tal como é relatada pelos professores atuantes em Escolas Estaduais, do município de Curitiba, ficou acertada a entrevista.

A primeira entrevista foi com a professora Marli, que também foi tutora do GTR de que participei. Durante a participação no GTR, lendo seu projeto de implementação na escola, pude perceber a preocupação da professora tutora com a promoção do conhecimento:

o ensino da matemática precisa voltar-se para a promoção do conhecimento humano e habilidade para utilizá-lo. Isso significa ir além da simples resolução de problemas muitas vezes sem significado para o aluno. (TERRES, 2011, p. 5).

A segunda entrevistada foi a professora Antonia Eloi e a terceira foi a Professora Dioneia, ambas PDE 2008. A quarta entrevista foi com a professora Maria Luiza, PDE 2010.

Com as professoras Marli-PDE 2010 e Dioneia-PDE 2008 foi adotado o mesmo critério para a entrevista, ou seja, as professoras falaram, após emails enviados e leitura da apresentação, sem questões norteadoras, com algumas interferências da pesquisadora, conforme o descrito nos textos, capítulo V. Quanto às duas outras entrevistadas, Antonia e Maria Luiza, foram utilizadas algumas palavras chaves como norte para as falas, com interferências da pesquisadora, conforme a textualização das entrevistas.

---

<sup>47</sup> NRE-Núcleo Regional de Educação

Antes de efetivar as entrevistas, li as produções das colaboradoras e fiz uma síntese para que os leitores possam conhecer os trabalhos desenvolvidos em sala de aula descritos nas produções e conhecer um pouco mais as colaboradoras.

### **4.3 Conhecendo as colaboradoras por meio de suas produções textuais<sup>48</sup>**

#### **4.3.1 As produções da Professora Marli TERRES**

A primeira colaboradora, a professora Marli Terres foi orientada pelo Professor Ms Antonio Amilcar Levandoski da UTFPR e o tema do seu projeto é Modelagem Matemática com título Modelagem Matemática ATRAVÉS DA CONSTRUÇÃO DE MAQUETE NO 7º ANO.

A Professora Marli desenvolveu seu projeto no Colégio Estadual Senador Manoel Alencar Guimarães, situado no bairro Bigorriho, em Curitiba. O público alvo, ou público objeto de intervenção, foram os alunos da 6ª série (7º ano).

Ao justificar seu projeto, a Professora Marli traz dados estatísticos do jornal Folha de São Paulo, dia 13/09/2010 que dizem que 1/5 dos alunos que terminam o ensino médio no Brasil não sabem matemática, traz outras informações obtidas no referido jornal, e diz ainda, que estudar matemática torna-se cansativo devido às listas de exercícios sem significado, distante da realidade, ela salienta que o ensino de matemática precisa voltar-se para a promoção do conhecimento humano e habilidade para utilizá-lo.

Na problematização, a Professora questiona se a Modelagem Matemática como metodologia “alternativa” pode contribuir para a prática pedagógica e também como utilizar a construção de Maquetes na sala de aula para questionar, problematizar e modelar situações cotidianas.

O projeto da Professora Marli tem como objetivo geral: aplicar a Modelagem Matemática na prática pedagógica do ensino de matemática, na 6ª série (7º ano) a fim de testar essa metodologia alternativa de trabalho.

A fim de alcançar o objetivo geral, a Professora traçou alguns objetivos específicos:

---

<sup>48</sup> As produções das professoras colaboradoras podem ser consultadas nos anexos desta dissertação.

- Despertar o interesse pela matemática diante da sua aplicabilidade.
- Levantar, analisar, interpretar e resolver problemas de situações do cotidiano.
- Reconhecer as diversas formas geométricas existentes no espaço escolar e nas construções.
- Calcular perímetro, área dos móveis, da porta, das janelas, das paredes, das cortinas, enfim dos componentes do espaço físico.
- Desenvolver a planta baixa da sala de aula e construção da maquete.
- Empregar o conceito de escala para ampliar ou reduzir.
- Demonstrar noções de proporcionalidade.
- Analisar uma planta baixa.
- Construir uma maquete da sala de aula.

Os objetivos específicos dão direcionamento para as atividades que foram desenvolvidas durante a implementação do projeto.

Para fundamentação teórica, quanto ao processo de ensino-aprendizagem, a Professora traz contribuições de Ramos (2004), Moreira & Masini (1982); quanto a Modelagem Matemática as contribuições vêm de Bassanezi (2009), Biembengut & Hein (2005), Burak (2010). As contribuições da psicologia vêm de Castoria *et al* (2003) e Cunha (2000).

Ao falar de Modelagem e modelos a Professora Marli busca apoio teórico em Bassanezi (2009), Cerqueira (2009) e Biembengut & Hein (2005) explicitando em seu projeto o esquema do processo de modelagem de Biembengut & Hein (2005).

Na dinâmica da modelagem explicitada pela professora Marli, fica claro que após definir o que se quer estudar – interação – é preciso reconhecer a situação e familiarizar-se com ela, analisando as possibilidades e confiabilidade para a conclusão do modelo.

Nas estratégias de ação, a Professora explica que o desenvolvimento se dará em 4 fases, indicando-as: estudo do tema, elaboração, implementação e avaliação do projeto.

As fases são descritas pela professora, especificando em cada uma delas as diversas atividades que as compõem. Limitarei a descrição da terceira fase que se refere a implementação do projeto na escola.

As ações da terceira fase foram executadas de forma interdisciplinar, a Professora pesquisadora (Professor-PDE) teve auxílio da Professora da área de Geografia. Conforme descrição da Professora Marli as ações foram:

- Observar as formas geométricas encontradas nas construções.
- Analisar a planta baixa em folders oferecidos pelo mercado imobiliário.
- Pesquisar sobre as diversas formas de medida, o uso da escala para

- ampliar ou reduzir e densidade demográfica.
- Observar a sala de aula, suas formas geométricas.
- Calcular área, perímetro da sala de aula e de seus componentes.
- Verificar se ocorre superlotação na sala de aula, através do cálculo da densidade demográfica.
- Desenhar a planta baixa da sala de aula e construir a sua maquete.
- Avaliar a participação e envolvimento dos alunos na realização das atividades propostas através da observação.

As ações propostas foram desenvolvidas com apoio de material didático<sup>49</sup> elaborado pela Professora Marli - Unidade Didática - e, para melhor compreender as ações propostas no projeto e, também, o seu ponto de vista sobre Modelagem Matemática, li e fiz a síntese da Unidade Didática. Na síntese da Unidade Didática não explicitarei sobre o embasamento teórico, pois se trata do mesmo utilizado no projeto de implementação na escola, já explicitado; quero ressaltar que ao falar dos encaminhamentos do trabalho, a Professora Marli recorre a Burak (2010) citando as cinco etapas que a Modelagem Matemática é desenvolvida:

- Escolha do tema
- Pesquisa exploratória: define-se o conteúdo a ser trabalhado
- Levantamento dos problemas;
- Resolução do(s) problema(s) e desenvolvimento da matemática relacionada ao tema;
- Análise crítica da(s) solução(ões)

A Professora ainda diz que a atuação do professor nos momentos da formação dos grupos e escolha do tema deve ser voltada para estratégias que facilitem a escolha de um tema abrangente e motivador e que seja fácil obter informações, ressaltando que as características dos problemas na Modelagem Matemática são distintas dos trabalhados nos livros didáticos, pois os problemas da modelagem são oriundos da coleta de dados da pesquisa exploratória, tendo dados quantitativos e qualitativos.

Quanto as atividades, a Professora Marli propõe 8, sob meu ponto de vista, dentro de uma sequência lógica para culminar com a construção da maquete, que é a oitava atividade.

A primeira atividade proposta trata-se de uma pesquisa na internet sobre as medidas de comprimento, principalmente aquelas baseadas no corpo humano e

---

<sup>49</sup> O material didático é uma produção do Professor PDE e é um das atividades requisitadas pelo programa PDE.

usadas ao longo da história. Enumera os recursos e os procedimentos a serem seguidos. Indica algumas páginas<sup>50</sup> da internet para que os alunos não percam o rumo.

Também fazendo parte da primeira atividade há questões que foram respondidas pelos alunos:

De acordo com o que você pesquisou responda:

- a) Escreva as unidades de medidas de comprimento que eram (ou são) usadas no Brasil baseadas no corpo humano.
  - b) Explique o que significa medida padrão.
  - c) Quais são as unidades de medida de comprimento?
  - d) Dentre as unidades de medidas citadas na resposta anterior, quais são as mais usadas.
- 2) Desenhe os instrumentos mais comuns que são usados para medir comprimento.
- 3) Usando a régua ou fita métrica meça em centímetros os seguintes objetos em seguida transforme essa medida em metro.:
- a) o seu caderno
  - b) a carteira
  - c) o quadro-negro
  - d) a sala de aula
- 4) Converse com seus avós ou com pessoas antigas (idosas) como eram as medidas quando eles eram crianças. Faça um relatório para entregar (antes deve apresentar aos demais colegas).

A segunda atividade vai explorar ponto, reta e plano; segue o modelo de uma aula expositiva, porém, constam exercícios que requerem observação, além de trazer um texto sobre curiosidades envolvendo aquedutos construídos pelos egípcios e babilônicos.

A terceira atividade explora as formas geométricas planas e não planas e para tal os alunos manipularam embalagens, desenharam e observaram a explanação do professor para a execução das atividades.

A quarta atividade explora os triângulos. Essa atividade ocorre com pesquisa na internet e com alguns exercícios em sala de aula.

A quinta atividade, trabalhando com os quadriláteros, por meio de pesquisa em livros e explanação do professor, os alunos formalizaram os conhecimentos com desenhos, recorte e classificação dos quadriláteros; nesta mesma atividade trabalharam com área e perímetro das formas quadriláteras da sala de aula. Na continuação da atividade, a professora solicitou que pesquisassem imagens da obra

<sup>50</sup> [www.somatematica.com.br](http://www.somatematica.com.br) e [www.inmetro.gov.br](http://www.inmetro.gov.br)

de Alfredo Volpi e de Paul Klee e que construíssem com papel colorido de diversas cores a releitura de uma dessas obras.

Na sexta atividade, a Professora chama de “Passeio em volta do quarteirão em que a escola está situada”, os alunos são convidados a observar a geometria presente nas construções e, ainda, os alunos devem cronometrar o tempo gasto para o percurso; aqui, a Professora Marli ressalta que a atividade pode ser feita com auxílio de outro professor, por exemplo, Professora de Geografia, de Arte, de Ciências. Ressalta, também, que os alunos devem fazer relatório do passeio explicitando o que mais chamou a atenção.

Na sétima atividade, a exploração se deu acerca das figuras semelhantes, escala e planta baixa. De posse de folders com plantas de casas ou apartamentos, os alunos iniciam o trabalho explorando uma planta baixa, observando as escalas e as dimensões, no papel. Refletindo sobre as dimensões reais, a professora sugere também o manuseio de mapas e análises das escalas desses.

Na oitava atividade, os alunos vão construir uma maquete da sala de aula, com base nos conhecimentos já explorados, encerrando assim a unidade didática elaborada pela Professora Marli e a implementação do projeto na escola.

Foi possível conhecer um pouco sobre o trabalho desenvolvido pela a Professora Marli Terres, por meio dos textos produzidos para o PDE, em que ela fez uso da estratégia de ensino Modelagem Matemática.

Para termos visão não reducionista é preciso entrevistas e estudos dos documentos que compõem o desenvolvimento dos trabalhos em sala de aula.

Apresento mais uma colaboradora por meio de sua produção: projeto, material didático e também o artigo final.

#### **4.3.2 Conhecendo o trabalho da Professora Antonia Eloi DOTTO.**

Como o projeto de implementação na escola é o primeiro material a ser escrito pelo professor que participa do Programa PDE, iniciei fazendo a leitura deste.

A Professora Antonia elaborou seu projeto sob a orientação da Professora Ms Violeta Maria Estephan da UTFPR. O projeto tem como título: O USO DA Modelagem Matemática: PROJETO DE UM REFEITÓRIO PARA OS ALUNOS DO

COLÉGIO ESTADUAL PROFESSOR BRANDÃO. Foi desenvolvido junto aos alunos da 7ª série do Ensino Fundamental (8º ano).

A justificativa da autora, professora PDE-2008, para desenvolver o projeto é que

O ensino da Matemática não tem atendido às exigências da sociedade e do mercado de trabalho, principalmente nas últimas décadas, que com a evolução constante e rápida da própria sociedade e das tecnologias, necessitam cada vez mais de conhecimentos matemáticos. Essa situação causa desconforto para professores e alunos. (DOTTO, 2008, p. 4)

A Professora Antonia ainda diz que, geralmente, o que acontece nas salas de aula é o estudante que ouve, copia modelos e repete exercícios dados pelo professor, salienta ainda que, esse processo de ensino não contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico, o pensamento independente, a capacidade de formular hipóteses e resolver problemas. Tendo como suporte o que ocorre em sala de aula, a Professora Antonia vê na Modelagem Matemática uma alternativa metodológica que pode contribuir para o ensino-aprendizagem de Matemática, com possibilidades de dar significado aos conteúdos aplicando-os em seu meio sócio-cultural.

A questão norteadora do projeto trata da viabilidade do uso de Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem na educação básica, cujo objetivo é reconhecer na Modelagem Matemática uma metodologia alternativa para construção dos conteúdos matemáticos.

Com base nos pesquisadores da área da Educação Matemática e da Modelagem (BARBOSA, 2001; BEAN, 1998; FREIRE & FAUDEZ, 1998; SKOVSMOSE, 2001; BASSANEZI, 2006; D'AMBROSIO, 1986 e BURAK, 2004) a Professora diz que a Modelagem Matemática surge a partir de problemas e de aspectos da realidade vivida pelos participantes do processo de ensino e aprendizagem e, com isso, a realização de atividades dinâmicas possibilitam fugas do tradicionalismo, muitas vezes, existentes nas aulas de matemática.

Nas estratégias, a Professora Antonia descreve as discussões iniciais e todas as etapas até a construção da maquete, descreve ainda, os conteúdos que foram trabalhados durante a implementação do projeto na escola, que são: números racionais, medidas, escalas e conceitos de geometria plana e espacial, fala também

do material a ser elaborado para auxiliar no desenvolvimento das ações em sala de aula, afirmando que foi elaborada uma Unidade didática<sup>51</sup> que será exposta a seguir.

Como material didático, a professora elabora uma unidade didática, esse material é a segunda produção escrita exigida pelo programa para ser entregue no final do 2º período e para auxiliar na implementação do projeto na escola.

A professora Antonia explicita que sua unidade didática tem como base as pesquisas e estudos sobre Modelagem Matemática da Professora Dra Maria Salett Biembengut.

Apresento na sequência as atividades elencadas na unidade didática, que segundo a Professora Antonia Eloi Dotto (2008, p. 11) “fazem parte das etapas da construção de um refeitório e, cada uma, apresenta uma sequência com conteúdos, objetivos, recursos e encaminhamentos.”

A primeira atividade chamada, pela Professora Antônia, planta baixa visa explorar as noções básicas de geometria plana e de medidas de comprimento. Nessa atividade há explicitação dos materiais necessários e a indicação dos encaminhamentos de trabalho. Ao iniciar a conversa, questiona o que é necessário para construir um refeitório, tendo como possibilidade de respostas, o terreno, mão de obra, planta baixa, material, etc.

A segunda indagação busca saber como o construtor identifica o tamanho e o modelo do refeitório; após as discussões chega-se a conclusão de que a planta baixa é a ferramenta que o construtor usará para conhecer as medidas e o modelo da construção; então a professora solicita a elaboração da planta baixa, dizendo que pode ser em equipe ou individual, sugere distribuição de papel milimetrado e informa sobre a medida do terreno.

Fica claro que durante a execução da atividade a professora observou e anotou as dificuldades dos alunos ao elaborar a planta baixa para poder orientá-los melhor sobre os assuntos a serem explorados. Para finalizar a atividade, a professora solicitou um relatório dos alunos explicitando como eles fizeram, o que mais gostaram, o que não gostaram, o que sabiam antes da atividade e o que aprenderam com a atividade.

---

<sup>51</sup> Unidade didática é um material didático elaborado pelo professor PDE, consiste em uma fundamentação teórica e uma sequência de atividades para que outros professores possam, caso queira, aplicar em suas salas de aula.



Na segunda atividade a Professora salienta que é necessário trabalhar os conteúdos para que o aluno possa “construir corretamente” (DOTTO, 2008, p. 14) a planta baixa, e que essa orientação deve ocorrer com base nas observações feitas durante a execução da primeira atividade.

Segundo a Professora (DOTTO, 2008, p. 16)

A partir das dificuldades que os alunos encontraram para a elaboração do esboço da planta serão trabalhados os conceitos matemáticos necessários para a confecção da planta baixa: medida, escala e elaboração da planta baixa.

Indicando os materiais necessários para efetivação da atividade os alunos são convidados a estimar as medidas de alguns espaços na escola, relacionados em um quadro<sup>52</sup>, e em seguida, a professora solicita que façam as medidas.

Ao completar a tabela, ou quadro, a professora sugere alguns questionamentos, como:

- Quem se aproximou mais da medida real da quadra? E da caneta?
- Que unidade padrão de grandeza deve ser utilizada para medir a quadra? E a caneta?
- Quem estimou para mais estas medidas? E para menos?
- Quem concluiu que sua medida foi exagerada para mais ou para menos?
- O que os levou a pensar assim?
- Qual a medida real da fita métrica?
- Quais as medidas de comprimento mais utilizadas no nosso dia-a dia?

(DOTTO, 2008, p. 17)

Sugere, para finalizar a segunda atividade, pesquisa sobre o histórico das medidas e a unidade padrão para medida linear no Brasil.

As demais atividades, assim como a segunda, foram elaboradas para explorar os conteúdos de matemática que não eram de domínio dos alunos na execução da primeira atividade, observadas pela Professora, e podem ser vistas na íntegra no material didático publicado no Portal Dia a Dia da Educação; todas as atividades foram executadas para culminar na confecção da maquete e no orçamento do material e mão de obra para construção do refeitório.

---

<sup>52</sup> No quadro há, além dos nomes dos objetos, espaço para escrever a medida estimada e a medida real.

Como a colaboradora já concluiu o Programa PDE, nas considerações finais de seu artigo ela afirma que percebeu, durante a implementação dessa metodologia, que as aulas de Matemática, normalmente consideradas chatas, cansativas e desinteressantes, tornaram-se convidativas e interessantes, motivando os alunos a participarem. Em todas as atividades propostas os alunos demonstraram interesse e prazer em realizá-las, pois era visível a expressão nos olhares e nos comentários que eles faziam em relação aos resultados encontrados (DOTTO, 2008), salienta ainda, sobre a produtividade do trabalho em equipe e que os conteúdos matemáticos explorados em situações reais são compreendidos pelos alunos quando envolvidos no processo de busca.

Pude apresentar aqui, mais uma ação envolvendo Modelagem Matemática com base nas produções da professora Antonia Eloi.

#### **4.3.3 As produções da Professora Dioneia Kovalski**

A professora Dioneia Kovalski, PDE 2008, foi orientanda da Universidade Federal do Paraná tendo como orientador o Professor Dr. Emerson Rolkouski e co-orientadora, Professora Dolores Follador.

O material didático elaborado pela professora foi um caderno pedagógico, com o título: MODELAGEM E EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: POSSÍVEIS INTERLOCUÇÕES NO ESTUDO DE UM PROJETO DE REURBANIZAÇÃO, nesse caderno a professora afirma que faz uma breve discussão sobre Modelagem Matemática e a Educação de Jovens e Adultos por meio de estudo de um projeto de reurbanização da comunidade Vila Zumbi dos Palmares.

Kovalski (2008) ressalta que sua opção por escrever um caderno pedagógico sobre Modelagem e Educação de Jovens e Adultos ocorreu tendo em vista os grandes problemas enfrentados pelos Educadores de Jovens e Adultos no sentido de desenvolver uma aprendizagem significativa para os alunos.

No material da professora Dioneia Kovalski há caracterização do público alvo, especificando quem faz parte da Educação de Jovens e Adultos são pessoas que já foram excluídas em situações anteriores do sistema escolar, resultado de relações sociais injustas.

Ao falar de avaliação na EJA, Kovalski (2008) ressalta que assim como no ensino regular a EJA é avaliada com provas, instrumento que mede informações passadas e

“as avaliações em matemática devem levar em conta as lembranças de outros momentos da aprendizagem da experiência profissional e da vivência de cada aluno, valorizando a história de conhecimentos e saberes acumulados, resgatando esses conhecimentos e propiciando novas etapas de aprendizagem.” (KOVALSKI, 2008, p. 12).

Kovalski (2008) caracteriza a Modelagem Matemática, ou a defini, em consonância com Burak, Biembengut e Barbosa, com base nesses autores ela expõe que ao fazermos leitura da realidade pela via matemática, problematizando situações reais, estamos trabalhando com Modelagem Matemática.

Conforme Kovalski ( 2008, p. 9)

Embora com sutis diferenças entre os autores aqui citados no que se refere a conceituar a Modelagem Matemática, percebe-se que para todos eles a modelagem implica em construir modelos matemáticos a partir de problemas reais com objetivo de que o estudante melhor compreenda os conteúdos implícitos nesses modelos.

Em relação aos alunos de EJA, Kovalski (2008) afirma que poderão ter maior entrosamento com os conteúdos matemáticos e, por meio dos problemas de investigação e pesquisa, compreender os conceitos de matemática. Salienta, também, que trabalhar com Modelagem Matemática pode auxiliar na estruturação da maneira de pensar e agir.

Ao discutir sobre a implementação, primeiro caracteriza a comunidade onde o projeto de urbanização estava acontecendo, especificando as benfeitorias para a Vila, os valores investidos pelo governo e o valor da prestação que cada beneficiado irá pagar, no momento seguinte Kovalski (2008) caracteriza o público que participará da pesquisa, ou seja, os seus alunos e fala das atividades, explicitando que essas serão diversificadas abrangendo vários conteúdos de matemática.

Kovalski (2008) elenca as atividades, sendo: texto informativo sobre a Comunidade Zumbi dos Palmares; levantamentos de questões para estudo com base no texto; distribuição da planta baixa dos sobrados e o Projeto de Urbanização e o Projeto Arquitetônico, segundo a professora Dioneia Kovalski foi estipulado uma escala e os alunos passaram a construção das maquetes com auxílio da planta baixa dos sobrados.

Ao distribuir o texto informativo lança também algumas questões para discussão, ou possíveis encaminhamentos, conforme Kovalski (2008, p. 19):

- 1- Qual o valor do investimento do governo do Paraná em sobrados na Vila Zumbi ?
- 2-Quantos salários mínimos este valor representa?
- 3-Quantos reais custa cada sobrado? (Você pode usar a calculadora).
- 4-Quanto custa o metro quadrado do sobrado?
- 5-Compare o custo do metro quadrado com uma residência de médio e alto padrão, da cidade de Curitiba.
- 6-Neste investimento inicial de R\$ 1.241.115,37, onde teremos um subsídio do governo de R\$ 534.306,72 e R\$ 706.808,65 dos oradores, como podemos representar estes valores matematicamente? Represente graficamente a distribuição dos recursos
- 7-Represente graficamente a distribuição dos recursos da reurbanização da Vila Zumbi dos Palmares. Use gráficos de barra ou setor circular.
- 8-Sabendo o valor em metros quadrados das moradias, faça um esboço de um projeto com esses valores com (2 quartos, sala e cozinha conjugados e banheiro).
- 9-Compare os valores do seu projeto com o projeto Direito de Morar.
- 10-Faça a distribuição de móveis, neste sobrado.
- 11-Construa uma maquete comparando o sobrado com a moradia anterior.
- 12-Dentro dessa maquete coloque os móveis, obedecendo uma escala proporcional ao real.
- 13-Quantos metros quadrados tem o piso deste sobrado?
- 14-Faça uma pesquisa da tinta para pintar em metros quadrados e calcule quantos reais foram gastos para fazer a pintura.
- 15-Construa um gráfico com a área total do projeto e suas distribuições.
- 16-Escreva as conclusões que você chegou ao analisar o projeto.
- 17- O que significa risco social e ambiental? Pesquise.

Kovalski (2008) afirma que com essa condução fica mais fácil avaliar e oportunizar momentos significativos de aprendizagem, além de possibilitar a avaliação durante todo o processo e a retomada com o surgimento de dúvidas.

No artigo final Kovalski (2008) retoma o público alvo e salienta que a faixa etária dos alunos varia de 18 a 63 anos com profissões bastante variadas; a maioria justificou o distanciamento da escola pela entrada no mercado de trabalho, porém alguns citaram gravidez, drogas e casamento. Segundo a autora, um citou que a dificuldade em aprender matemática o fez sair da escola. Em relação ao retorno, a maioria disse, segundo Kovalski (2008), que buscava melhores perspectivas, alguns disseram que estavam com dificuldades para desempenhar suas funções e outros citaram a exigência do mercado de trabalho.

Com base no texto que a professora distribuiu, informações sobre o Projeto de Urbanização da Vila Zumbi dos Palmares, os alunos calcularam: o número de salários mínimos que representa o investimento no projeto; o custo de cada sobrado; e o valor do metro quadrado construído.

Finalizando a primeira discussão a professora questionou sobre a variação de preço dos imóveis nas diferentes regiões de Curitiba.

O segundo encontro para dar continuidade ao projeto, Kovalski (2008) diz que teve iniciado discutindo sobre o do valor do metro quadrado em Curitiba, gancho deixado no encontro anterior, a base para discussão foi um texto publicado em 15/04/2008 pela Gazeta do povo intitulado 'Minha casa minha vida'.

Os demais encontros seguem o mesmo ritmo de trabalho, com textos distribuídos pela professora, conteúdos de matemática salientados no decorrer da discussão e questões que provocam reflexão. Nesse caminhar foram organizadas tabelas, confeccionado gráficos, calculados custos e percentuais.

O projeto foi encerrado com a construção de maquetes dos sobrados da Vila Zumbi do Palmares e segundo Kovalski (2008, p. 25) “o encaminhamento utilizado, por meio da Modelagem Matemática, possibilitou aos alunos jovens e adultos, uma participação mais ativa na construção de seus conhecimentos.”

Kovalski (2008) diz ter observado que não houve evasão e que o abandono é algo sempre presente em classes de EJA. Afirma que isso indica que o trabalho com a Modelagem Matemática foi um elemento motivador para estes estudantes e que, desde o início do projeto, havia um grande interesse para o prosseguimento com os estudos. Diz, ainda, ter se sentido bastante realizada e motivada a continuar utilizando a Modelagem Matemática em outras turmas.

#### **4.3.4 As produções da Professora Maria Luiza Oliani**

A quarta colaboradora, a professora Maria Luiza Oliani foi orientado pelo Professor Dr André Fabiano Steklain Lisboa da UTFPR e o tema do seu projeto é Modelagem Matemática com título: O USO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA MOSTRAR A MATEMÁTICA DA NATUREZA NA ARQUITETURA.

A Professora Maria Luiza desenvolveu seu projeto no Colégio Estadual do Paraná, situado no Centro de Curitiba, tendo como público alvo, ou público objeto de intervenção, os alunos da 1ª série do ensino médio.

A professora já inicia seu projeto salientando sua preocupação com a matemática que está sendo ensinada nas escolas, ressaltando que, “para a maioria dos estudantes, só serve para fazer prova e passar de ano (OLIANI, 2010)” diante

da forma tradicional que vem sendo trabalhada a matemática onde os alunos são passivos diante das informações passadas. Diz, ainda, que a forma que a matemática vem sendo trabalhada “se restringe ao acúmulo de informações que nada contribuem para construção do conhecimento (OLIANI, 2010, p. 3)”.

Ao se referir aos conteúdos passados pela escola como obsoletos, traz a fala do Professor Ubiratan D'Ambrosio para ratificar a ideia de não formação de autonomia quando os alunos são apenas depositários de informações e justificando o desinteresse dos alunos.

Para falar de ambiente de aprendizagem de modelagem, recorre as produções do pesquisador Jonei Barbosa para dizer que neste ambiente os alunos são convidados a indagar, investigar por meio da matemática as situações advindas do meio onde vivem ou de outras áreas do conhecimento.

Segundo Oliani (2010) a Modelagem Matemática valoriza o aluno no contexto social, por levantar problemas com questionamentos sobre situações de vida, diz ainda que, aprender na prática é uma transformação social que leva o conhecimento ao aprendiz aumentando sua autoestima.

Segundo a professora Maria Luiza, o que se quer com o projeto de implementação é:

(...) discutir se o uso de um modelo matemático contribui para que o estudante perceba a importância do ensino da matemática para uma inserção ativa e transformadora na sociedade. Em particular, na conservação da arquitetura em prédios de patrimônio público (OLIANI, 2010, p. 6).

O objetivo geral do projeto é:

Proporcionar ao estudante, por meio do conhecimento de elementos da matemática na arquitetura, a sensibilidade de preservar construções de obras patrimoniais conhecendo sempre o seu valor estético e histórico (OLIANI, 2010, p. 6).

Os objetivos específicos vão abarcar os conteúdos matemáticos que serão explorados, contexto histórico de construções arquitetônicas, incluindo a do Colégio Estadual, onde foi implementado o projeto e, por meio de medições, verificação da proporção áurea nas construções históricas.

Ao fundamentar teoricamente seus estudos, para falar de harmonia na arquitetura, busca respaldo em Souza (1974), em Vitti (1995) e em Doczi (2004). Ao

falar das divinas proporções na arquitetura e para falar de arte cita o Folhas<sup>53</sup> de Claudete Martins, Lucilene A. Tezolim e Vilma R. Bisconsini “A face oculta da arte: A matemática” indicando que as autoras desse texto descrevem com muita clareza sobre secção e proporção áurea.

Para falar da descoberta do número de ouro, cita Ferre (2005) e para se referir a seção áurea, cita Ostrower (1998). Em relação à arquitetura, usa como base Le Corbusier, e conforme Oliani (2010, p. 9) um dos brilhantes arquitetos, não só do século XX, mas de toda a História da Arquitetura. Traz, também, o nome do arquiteto Lucio Costa dizendo que este se baseou nas ideias revolucionárias de Le Corbusier para planejamento arquitetônico de Brasília.

Em relação à Modelagem Matemática, os pesquisadores que respaldaram o projeto da Professora Maria Luiza Oliani foram: Biembengut e Hein, Bassanezi, Burak, D'Ambrosio e Barbosa.

Para Oliani (2010) a utilização da Modelagem Matemática como estratégia de ensino deve-se a sua relevância para contribuir, de maneira positiva, para um ensino aprendizagem consciente e democrático. Para respaldar sua fala cita D'Ambrosio (1986), Burak (1994), Barbosa (2001), Biembengut & Hein (2005) e Bassanezi (2006).

Segundo a Professora Oliani (2010), respaldada por Burak (1994), para aprender a trabalhar com Modelagem Matemática, tem-se que fazer modelagem, ter coragem e ser audaz, vencendo os obstáculos na medida que estes aparecerem. Diz, também, respaldada por Biembengut e Hein (2005), que o desejo de modificar sua prática e a disponibilidade para conhecer e aprender devem estar presente no professor que pretende trabalhar com Modelagem Matemática.

Segundo Oliani (2010, p. 12) “o papel do professor, no método modelagem, assume características diferentes do papel do professor na forma tradicional.” Dizendo ainda que cabe ao professor fazer a mediação dentro do processo de ensino e aprendizagem e chamar a atenção dos alunos para os conteúdos que surgem no desenvolvimento do processo.

---

<sup>53</sup> O projeto Folhas é um projeto de Formação Continuada que oportuniza ao profissional da educação a reflexão sobre sua concepção de ciência, conhecimento e disciplina, que influencia a prática docente. Conforme consta em: <http://www.diadiaeducacao.pr.gov.br/portals/portal/projetofolhas/index.php?logado=ok&PHPSESSID=2012070316550647>

Após toda fundamentação teórica, ciente de que o ideal para o trabalho com Modelagem é a escolha do tema por aluno e professora, Oliani (2010) explica que o tema não será escolhido pelos alunos tendo em vista a apresentação do projeto no primeiro ano de formação do PDE, período em que não há contato direto com alunos, fará discussão informal sobre construções arquitetônicas para verificar o que sabem a respeito. Para iniciar a conversa a professora lança algumas perguntas, tais como:

- Você já visitou um prédio de patrimônio público?
- Observou a harmonia na forma da arquitetura?
- Em que os arquitetos se baseiam para fazer o desenho de uma construção?

Oliani (2010) diz que após as discussões fez apresentação da proposta de trabalho enumeradas como: conhecer as proporções áurea por meio de pesquisa, investigar estas proporções na arquitetura e, principalmente, no prédio do Colégio Estadual do Paraná, se estas foram preservadas após reformas nos prédios pesquisados.

A professora Oliani cita os conteúdos que explorados com o trabalho: “números irracionais, medidas, conceitos de geometria plana, razão e proporção e, posteriormente, será trabalhado o conteúdo “Sequências numéricas” (OLIANI, 2010, p. 15 – grifos da autora).”

Encerrando o projeto de implementação na escola, a professora Oliani apresenta o cronograma onde fica explícito que a implementação ocorreu de agosto à outubro de 2011.

Para auxiliar na implementação do projeto, os professores PDEs elaboram um material didático, no caso, a professora Maria Luiza Oliani elaborou uma unidade didática, ficando explícito que a:

unidade didática baseia-se na utilização da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. Fazendo uso de um modelo matemático como padrão de estética e beleza, pretende-se explorar conhecimentos da matemática já adquiridos pelo estudante, estimulando-o de modo a reforçar a qualidade de seus estudos para que ele aproprie-se do conhecimento matemático com prazer. O presente trabalho apresenta atividades envolvendo construções elementares com régua e compasso utilizando conhecimentos de Desenho Geométrico para apresentar o modelo matemático que será utilizado. Através do conhecimento de tal modelo e sua aplicação na arquitetura, deseja-se despertar no estudante a



sensibilidade de preservar construções de obras patrimoniais conhecendo sempre o seu valor estético e histórico. (OLIANI, 2010, p. 1)

Segundo Oliani (2010) o objetivo do material didático é propor atividades de Modelagem Matemática utilizando um modelo matemático embasado nas pesquisas e estudos sobre Modelagem Matemática da professora Dra Maria Salett Biembengut e nos demais pesquisadores já citados acima.

Oliani (2010) diz que o material é destinado ao seu público alvo, alunos da 1ª série do ensino médio e, também, pode se adaptado para outras séries. Em relação ao tempo para o desenvolvimento, a professora afirma que há indicação de tempo em cada atividade proposta e que o tempo pode ser ampliado de acordo com o interesse em aprofundamento e dúvidas que possam surgir.

No referencial teórico do material didático, Oliani (2010) se apropria dos textos dos autores já indicados no referencial do projeto e, em seguida, apresenta as atividades que foram contempladas na execução do projeto.

Tarei as atividades exatamente como foram propostas no material didático da professora Maria Luiza Oliani.

Atividade 1 – A matemática da natureza na arquitetura (atividade de pesquisa)

Para Oliani (2010) a atividade tem como objetivo investigar a curiosidade em relação ao assunto e estimular os alunos de modo que os conteúdos trabalhados no desenvolvimento da unidade sejam de fato significativos.

Oliani (2010, p. 9) sugere:

Podem ser feitas as seguintes perguntas:

- Você já visitou um prédio de patrimônio público?
- Observou a harmonia nas formas da arquitetura?
- Qual a figura geométrica mais utilizada?
- Em que os arquitetos se baseiam para fazer o desenho de uma construção?

Diz, ainda, que após as discussões a turma deve se organizar em equipes para pesquisar sobre as construções arquitetônicas. A professora Oliani sugere o Parthenon grego; o Arco do Triunfo (França), o Coliseu (Roma), Catedral de Notre Dame de Chartres na França, Pirâmides do Egito, Residência Projetada por Le Corbusier (sede da ONU em Nova York), Casa de Estrela em Curitiba, Colégio Estadual do Paraná (tombado como patrimônio público) e outras construções da região em que for implementado o projeto. A professora Oliani diz que cada equipe

pesquisa sobre uma construção e o professor deve marcar um momento para a socialização das informações.

No material da professora Oliani fica claro que o professor deve dar as coordenadas para pesquisa, principalmente, quando ela diz que para a apresentação os alunos devem destacar:

a época da construção, a localização, o arquiteto e as formas utilizadas na arquitetura da obra. As imagens sobre a obra pesquisada também são importantes para serem analisadas posteriormente. Cada apresentação não deve ultrapassar 10 minutos (OLIANI, 2010, p. 10)

Para efetivação da pesquisa, Oliani (2010) indica algumas páginas da internet além de informar que outras fontes também serão aceitas. Salienta que neste momento o professor que estiver executando o projeto e utilizando o material didático deve falar sobre o padrão de beleza e número de ouro. A professora sugere que se use uma aula no laboratório de informática para a pesquisa.

A atividade 2 – Padrão de beleza – Conhecimento do número de ouro.

A professora Oliani sugere que esta atividade seja feita pelo professor juntamente com os alunos. Nesta atividade os alunos verificarão se são bonitos matematicamente.

Oliani (2010) fala de todos os conteúdos que foram explorados com a execução da atividade e também mostra como auxiliar os alunos a compreenderem o que é um número irracional, como dividir um segmento em média e extrema razão ou seção áurea, quais materiais são necessários, além de explicitar com detalhes os procedimentos para a execução das atividades, que não serão elencados aqui, tendo em vista que essas podem ser encontradas no material didático da professora Maria Luiza Oliani. Há também no material um modelo de procedimento a ser entregue para cada aluno, contendo todos os passos para divisão de um segmento em extrema e média razão; um modelo para determinação do número de ouro.

Para a atividade 3 – Padrão de beleza – Conhecimento do retângulo áureo.

Esta atividade também deve ser feita pelo professor e alunos. Oliani (2010) explicita os conteúdos a serem trabalhados na execução da atividade e também propõe os encaminhamentos para a execução da mesma, fazendo uma previsão de duas aulas a conclusão.

Atividade 4 – Será que somos bonitos? Harmonia nas proporções humanas

Nesta atividade a professora Maria Luiza Oliani traz uma imagem mostrando as proporções no corpo humano e, por meio de questionamentos, a professora auxilia os alunos a responderem a pergunta se somos bonitos matematicamente. Assim como nas demais atividades, a professora elenca todos os conteúdos que serão explorados com a execução, os materiais necessários e os procedimentos para o desenvolvimento da atividade. Inclui também em seu material, uma tabela onde os alunos devem registrar as medidas das partes do corpo. Sugere que a atividade seja feita também junto a comunidade escolar, verificando os belos matematicamente (a professora elenca – atividade pode ser desenvolvida junto ao grêmio estudantil, APMF e outros).

A atividade 5, bem como a 6 e a 7 também trazem todas as orientações, procedimentos, materiais e conteúdos explorados, assim como as demais já descritas, por isso não trarei maiores detalhes pois todos os procedimentos podem ser acompanhados no material didático da professora.

Oliani (2010) ao encerrar a escrita do seu material, faz um convite aos professores da Rede para utilizar a metodologia Modelagem Matemática e o material por ela elaborado e solicita, também, que eles sugiram melhorias. Para enfatizar a solicitação explícita que “não podemos avaliar se uma determinada metodologia é boa ou não se dela não fizermos uso (OLIANI, 2010, p. 43).”

A apresentação das produções das colaboradoras não é suficiente para conhecer o trabalho realizado em sala de aula e compreender os pontos de vista dessas em relação à Modelagem Matemática. Logo para conhecer melhor o trabalho de modelagem desenvolvido pelas professoras colaboradoras enviei email a cada uma solicitando a marcação de data e horário para efetivação das entrevistas para consolidação do descrito nos materiais por meio de seus relatos orais.

O próximo capítulo é dedicado às entrevistas com as colaboradoras. Tais entrevistas foram textualizadas e aprovadas, individualmente, pelas respectivas colaboradoras. Por meio das entrevistas tomaremos conhecimento dos pontos de vista dessas professoras de Matemática sobre Modelagem Matemática. Possivelmente, os textos auxiliarão aos que ainda não compreenderam os conceitos trazidos pelos estudiosos de Modelagem Matemática.

## 5 ENTREVISTAS

### 5.1 Professora Marli Lourdes de Vargas Terres

Colégio Estadual Senador Manoel Alencar Guimarães

16/11/2011 - 9h30 às 10h50

A professora Marli Lourdes de Vargas Terres faz parte da turma PDE 2010, é tutora do GTR do qual sou aluna. Entrei em contato com a professora Marli via e-mail solicitando conversa (entrevista) para falar sobre Modelagem Matemática.

A professora Marli Terres desenvolveu seu projeto no Colégio Estadual Senador Manoel Alencar Guimarães, no Bairro Bigorriho, com os alunos do 7º ano, ou 6ª série. O objetivo geral da implementação exposto pela professora é “Aplicar a Modelagem Matemática na prática pedagógica do ensino de matemática na 6ª série (7º anos) a fim de testar esta metodologia alternativa de trabalho.”

Depois de alguns contatos a professora marcou para conversarmos em 16 de novembro de 2011 às 9h15 na escola onde a mesma ministra aulas, Colégio Estadual Senador Manoel Alencar Guimarães.

Em, 16/11/ 2011 às 9h30, iniciamos a conversa, deixei que a professora falasse sem muitos questionamentos, tendo como assunto ou tema norteador a Modelagem Matemática, formação inicial e o PDE.

O relato:

Eu entrei no PDE depois de várias tentativas e nas primeiras tentativas não consegui por diversos problemas. Na terceira tentativa de ingressar no PDE foi solicitado um projeto no qual eu tive excelente avaliação, porém por não ter participado de capacitações ofertadas pela SEED, devido à estagnação do plano de carreira. Você lembra? Chegávamos ao nível II classe 11 e não tinha mais o que avançar, a gente acabava não fazendo mais cursos. Por isso as primeiras vezes não consegui entrar no PDE.

Na quarta tentativa, sem ideias sobre o que pesquisar, fiz minha inscrição, e fui aprovada. Fiquei preocupada com o que pesquisar.

Bem, na verdade as dúvidas eram tantas e, em função disso, pensei pesquisar sobre a avaliação, pelas dificuldades aí embutidas. Até pensei em fazer

minha pesquisa sobre avaliação, porém quando entrei em contato com o técnico pedagógico na Coordenação do PDE, após longa conversa, ficou claro que para mim era inviável, tendo em vista que entrei no PDE na área de matemática. A pessoa que me atendeu, na Coordenação do PDE, disse que avaliação seria matéria de pesquisa para quem entrou em gestão ou pedagogia, por isso que fui buscar outras ideias.

Em conversa com minha irmã, também professora de matemática, que estava participando de um curso onde se discutia Modelagem Matemática, ela me sugeriu que eu fizesse o projeto sobre modelagem. Fui buscar informações, pois foi meu primeiro contato com o conjunto de palavras Modelagem Matemática. O primeiro texto que eu tive acesso foi o da Professora Maria Salett Biembengut e de Nelson Hein, *Modelagem Matemática no ensino*, livro publicado pela Editora Contexto e, em seguida, comprei o livro Ensino aprendizagem com Modelagem Matemática do professor Rodney Bassanezi e o li para melhor compreender o que seja Modelagem Matemática.

Após o contato com minha irmã e as leituras dos textos da Maria Salett Biembengut e Rodney Bassanezi e ciente das dificuldades de trabalhar com geometria fiz meu projeto voltado para Modelagem Matemática, pensando, também, em explorar e fixar os conceitos de geometria.

Para ampliar meus conhecimentos fui participar de uma palestra com Dionísio Burak. Observei que em uma de suas falas ele disse que a linearidade não deve ocorrer quando se trabalha com Modelagem Matemática. Isso me deu um pouco de tranquilidade, pois eu já vinha trabalhando de forma não linear, procurando atender aos eixos temáticos dispostos nas Diretrizes Curriculares de Matemática do Estado do Paraná, na época das Diretrizes. Nessa época, o livro didático que eu usava para trabalhar relacionava álgebra e geometria.

Pude perceber que os alunos respondiam melhor quando se trabalha geometria e álgebra envolvendo os problemas do dia a dia. Os alunos participavam mais das aulas e identificavam os entes geométricos, tais como: pontos, retas e planos.

Quanto ao trabalho com modelagem, as respostas dos alunos as minhas solicitações foram boas e, percebi que uma palavra mal colocada podia levar a interpretações diferentes. Um exemplo foi quando solicitei aos alunos que trouxessem embalagens para sala de aula, eu me esqueci de dizer que queria

caixas para planificar e, devido a esse esquecimento, os alunos trouxeram todo tipo de embalagem, como lata de refrigerante, por exemplo. Fiquei sem saber o que fazer e, para não perder o ritmo disse aos alunos que não poderiam utilizar a embalagem de refrigerante.

- Nenhum aluno tentou planificar a lata? (pergunta da pesquisadora)

Não, porque eu não deixei aberto para tal, ou seja, eu mesma já descartei a embalagem. Talvez se eu tivesse deixado os alunos pensarem sobre a possibilidade, poderia ter me surpreendido.

Para fazer as planificações, falei aos alunos que iríamos abrir totalmente as caixas, planifiquei uma para mostrar a eles. Depois da planificação, fizemos os desenhos da caixa planificada no papel, destacando as formas geométricas que compunham cada caixa. Antes do desenho, tentamos retornar a caixa no formato original discutindo sobre as dimensões, destacando largura, altura e comprimento. Ao planificar, destacamos novamente as dimensões, na tentativa de que os alunos salientassem que faltava uma das dimensões. Alguns perceberam que tínhamos, após a planificação, apenas largura e comprimento, faltava altura (pensando em bidimensional).

Sob meu ponto de vista, as planificações ajudaram aos alunos na compreensão da ideia de “bidimensional” e “tridimensional”.

As planificações antecederam o trabalho com a planta baixa da sala, que foi um excelente momento para trabalhar com escala. Pude discutir com os alunos as situações de desenhos de plantas que representam uma casa ou um prédio enorme. Questionei algumas vezes como que as pessoas faziam para compreender que aquele desenho representava o que era para ser construído. Para fazer a planta da sala ficou combinado com que adotaríamos a escala de 1 m no real equivalente a 2 cm no desenho.

Deixei a construção da maquete para os alunos fazerem em casa apesar de ter planejado para fazê-la em sala de aula. Repensei e, considerei melhor pedir que a maquete fosse construída em casa.

Encontrei várias dificuldades para trabalhar com Modelagem Matemática, entre elas estão: O conteúdo do livro; aceitação da turma. A turma esteve com outra professora até o mês de julho, um dos pontos que dificultou o trabalho. Outro complicador foi o tempo, considero que para se trabalhar com modelagem o tempo é fundamental; a falta de utilização de material diferente de caneta, lápis e caderno foi

outro complicador. Os alunos não sabiam usar régua, não sabiam medir. Comprei 15 réguas para emprestar para os alunos e, no primeiro momento, eles fizeram de tudo com a régua, menos medir. Só continuei com o trabalho, porque participei de uma palestra como o Professor Dionísio Burak durante a qual ele falou que para a efetivação do trabalho é preciso insistir. Quase desisti!

A minha persistência fez com que os alunos tomassem gosto pelas atividades e se envolvessem. Orientei os alunos para que cada um organizasse uma pasta com todas as atividades desenvolvidas durante o projeto. A organização da pasta me parece importante, pois possibilitará a mim e aos alunos observar a evolução e o crescimento de cada um.

Considero tão importante o trabalho que pretendo continuar fazendo pesquisa sobre Modelagem Matemática e tentando implementar novas ideias em sala de aula.

## **5.2 Professora Antonia Elói de Mello Dotto**

Colégio Estadual do Paraná

Entrevista em 07/03/2012 às 11 horas.

Em 07 de março de 2012, as 11h00 a Professora Antonia Eloi foi entrevistada na sala dos professores do Colégio Estadual do Paraná, onde atualmente desempenha suas funções docentes com alunos do ensino médio.

A professora Antonia Eloi, na época da implementação do seu projeto na escola, desempenhava suas funções no Colégio Estadual Professor Brandão e as atividades foram desenvolvidas com alunos da 7ª série, ou 8º ano.

Na tentativa de não influenciar a fala da professora levei para a entrevista um quadro contendo algumas palavras e o coloquei na frente da professora para que ela lesse e comentasse sobre o assunto.

As palavras levadas foram:

FORMAÇÃO INICIAL	FORMAÇÃO CONTINUADA
MATEMÁTICA	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MODELAGEM MATEMÁTICA	ESTRATÉGIA DE ENSINO
DIFICULDADES	APRENDIZAGEM.

Pedi para gravar a entrevista e informei que a imagem não seria usada, que o interesse era pela fala para que eu pudesse textualizar, informei, ainda, que após a

textualização enviaria o texto à professora para que ela possa rever o que disse, fazendo correções, retirando e incluindo informações, e devolvendo-o para que eu o incluía na dissertação. A professora, ciente, autorizou a gravação. Solicitei a professora, também, autorização para inclusão nos anexos o material produzido por ela, material didático e artigo.

A textualização foi enviada à professora para que ela pudesse fazer retificações necessárias e validasse a entrevista. O texto abaixo é o retorno dado pela entrevistada, com algumas modificações, preferiu colocar em tópicos.

**SOBRE FORMAÇÃO INICIAL:** Magistério, ano de conclusão 1985.

- Assim que concluí o Magistério, me deparei com o primeiro desafio alfabetizar, assumi uma turma de 1º ano, pois naquela época professores recém-formados não tinham direito de escolher turma e sim assumir a turma que ninguém queria. Foi uma tarefa difícil, tinha acabado de me formar não tinha nenhuma experiência, apenas o estágio, mas uma vontade enorme de vencer os obstáculos. Primeiro obstáculo alunos repetentes, com letras lindas e bem traçadas, mas que não sabiam ler o que escreviam e isso me preocupava muito, busquei sempre participar de todos os cursos que a SEED oferecia, busquei cada vez mais cursos que me ajudassem a ensinar os conteúdos de forma que meus alunos de fato aprendessem e não ficassem apenas decorando o que era passado no quadro. Entrei no ciclo básico, coloquei em prática as teorias e experiências adquiridas nos cursos e os resultados eram visíveis.

**FORMAÇÃO SUPERIOR:** Ciências – Habilitação Matemática, ano de conclusão 1990.

Procurei sempre cursos que me auxiliassem no meu trabalho pedagógico e por isso no ano de 1995, comecei a fazer a Pós Graduação-

**ESPECIALIZAÇÃO:** Ensino da Matemática, ano de conclusão: 1997

- Nesse curso de Pós Graduação tive o meu primeiro contato com a Modelagem Matemática, pois tive uma disciplina ministrada pelo Professor Dionísio Burak, o qual demonstrou na prática como desenvolver os conteúdos matemáticos com nossos



alunos, fiquei tão motivada que desenvolvi a minha monografia sobre o uso da Modelagem Matemática em sala de aula.

PDE – ano de conclusão 2009.

- Há muito tempo o ensino e a aprendizagem da Matemática tem sido uma preocupação para educadores e alunos. Enquanto os educadores buscam meios de enriquecimento de seu trabalho, os alunos, desmotivados, não encontram razão para aprender tantas fórmulas e conceitos, pois o conhecimento parece distante da realidade. Ou seja, ele não vê razão para tamanho esforço. Diante desse contexto, decidi que deveria ir além às minhas pesquisas, o que justifica o uso da Modelagem no Plano de Desenvolvimento da Escola (PDE).

#### SOBRE A MODELAGEM

- A minha especialização no assunto foi em 1995, ou seja, a Modelagem não é algo novo para mim, mas é uma metodologia muito recente. A Modelagem é um caminho que guia o aluno a entender os porquês da Matemática sendo, de todas as estratégias geralmente estudadas, é a que mais se aproxima do aluno. Isso porque é uma alternativa que contribui para a reversão do quadro existente, uma vez que os conteúdos matemáticos são trabalhados a partir de fatos reais com assuntos de interesse dos alunos. Não só isso, a Modelagem ainda valoriza a pesquisa de campo, levando o aluno a procurar informações para solucionar problemas levantados. Em outras palavras, em vez de o professor impor um problema irreal, ele apresenta um problema existente que está de acordo com o contexto em que seus alunos vivem.

- Mas, ainda há muita dificuldade na aplicação da Modelagem, pois o professor sempre tem que estar buscando informações, tem que cumprir a ementa e tem que motivar os alunos para que eles mesmos busquem problemas e suas soluções e trabalhem com isso.

- Por exemplo, no meu caso, a aplicação da Modelagem para o PDE só foi possível após uma pesquisa interna na escola, que revelou a necessidade da construção de um refeitório. Com o problema em mãos, a elaboração da proposta de trabalho foi um segundo passo, muito importante, pois tive que levar em consideração o

conhecimento e as dificuldades dos alunos. Por fim, o trabalho consistia na elaboração de uma planta baixa e na construção de uma maquete com alunos de 7º série. Foi por meio do projeto que eu realmente notei as dificuldades dos alunos em trabalhar com o que é real.

- Aproveitando o assunto, semana passada levamos os alunos ao Laboratório de Matemática e eles estavam com bastante dificuldade para entender ângulos e geometria básica (aqui a professora relata sobre o trabalho atual). Isso porque, apesar de ser trabalhada no ensino fundamental, é esquecida no ensino médio, já que o livro e os conceitos não são aplicados na prática. - O caminho, como já disse, é a Modelagem. Fico feliz por tê-la escolhido como tema de pesquisa pois é o que vai nos ajudar agora.

#### **SOBRE O PREPARO DOS PROFESSORES:**

- O preparo é mínimo, devia ter muito mais. Cadê a continuação após a formação dos professores? O PDE, por exemplo, foi muito útil para enriquecer minha formação, foi uma grande oportunidade. O problema não é a falta de oportunidade de cursos, é falta de interesse mesmo.

#### **SOBRE AS AVALIAÇÕES**

- Os alunos são avaliados com exercícios semelhantes aos estudados em sala, usando os conceitos explicados durante o bimestre/semestre, mas quando são submetidos a uma avaliação e não se saem bem, há algo errado. Tantas aulas, tanto tempo na escola, por que eles não conseguem? É muita informação. Há mais preocupação com o conteúdo do que com a aprendizagem em si. Há muita cobrança: no primeiro ano é tem isso, no segundo isso, e assim sucessivamente. Mas isso ainda não dá pra mudar.

#### **SOBRE A SUPRESSÃO DE CONTEÚDO**

- É possível sim, mas depende da visão e do conhecimento do ensino superior, que teria que acompanhar as mudanças, já que é o superior que elabora as provas. Se

não, não adianta nós começarmos a suprimir conteúdo, só iremos prejudicar o aluno.

- O problema é que os alunos querem cada vez mais ver a aplicação da Matemática, porém só a prática sem a teoria torna-se inviável, pois exige tempo e preparo do professor, além do que a aplicação não é o único fator cobrado em vestibulares, concursos e outras provas.

## SOBRE A DIFICULDADE DE IMPLEMENTAÇÃO DO PROJETO

- A implementação do projeto foi “super positiva”, pois os alunos entenderam melhor o conteúdo, o que facilitou o aprendizado deles.

A pesquisadora questionou se a professora Antonia encontrou dificuldades para implementação do seu projeto, ela respondeu:

Achei tudo superpositivo e que vi que os alunos entenderam melhor os conteúdos, facilitou muito o trabalho com os conteúdos e com os problemas expostos. Fizemos visitas ao terreno onde o refeitório iria ser construído, os alunos viram o tamanho do terreno, caminharam no espaço e ao retornar à sala de aula distribuí uma folha de papel para que eles pudessem desenhar o refeitório, e eles me questionaram como poderiam desenhar o refeitório naquele papel se o espaço era tão grande. Foi aí que eu falei de escala. Eles, ...Eles não tinham noção de escala. Diante da indagação, aproveitei para falar das maquetes, brinquedos de tamanhos variados e semelhantes. Senti necessidade de trabalhar o conteúdo de matemática e introduzi escala aproveitando as falas sobre maquetes e os brinquedos que representam objetos grandes, porém em tamanhos menores. Falei, também, de proporção e medidas.

Antes de começar medir a solicitei que os alunos fizessem estimativas do tamanho do terreno. Alguns alunos fizeram estimativa muito além da medida real, chegando a citar, um dos alunos, que o terreno tinha 100 metros, sendo que a medida real do terreno é de 15 m x 20 metros. Eles estavam bem sem noção de medida de comprimento.

## FINALIZANDO:

- No momento não estou trabalhando com a metodologia da Modelagem Matemática, pois o Colégio onde eu trabalhava foi municipalizado, e tive que assumir aulas em outro colégio, devido a essa mudança e aos novos desafios que

surgiram, sinto-me insegura para aplicar essa metodologia com os alunos. Creio que deveria haver mais formação continuada sobre Modelagem Matemática.

### **5.3 Professora Dioneia Dobrowolski Kowalski**

Colégio Estadual Dr. Xavier da Silva.

Entrevista em 20/03/2012 22 horas

Ao iniciar a conversa com a professora Dioneia Dobrowolski, sua primeira indagação a pesquisadora foi: Você vai fazer perguntas? A pesquisadora respondeu que não e ela podia falar um pouco sobre sua vida profissional e depois contar sobre seu contato com a Modelagem Matemática.

Então ela começou, contando:

Eu leciono há 27 anos e estou sempre buscando novos caminhos que possam me auxiliar no processo de ensino, de forma que eu possa ajudar aos alunos na compreensão dos conteúdos de matemática. Atualmente estou trabalhando com os alunos da Educação de Jovens e Adultos – EJA já faz alguns anos e estou atuando no Colégio Estadual Dr. Xavier da Silva, onde também implementei meu projeto do PDE. Eu trabalhei no CEEBJA Mario Faraco – complexo penitenciário com jovens e adultos carentes emocional e materialmente e percebi que se deve considerar as necessidades dessas pessoas no processo de ensino.

Intervenção da pesquisadora: Quando foi seu primeiro contato com a modelagem?

Foi no PDE. Na verdade eu não ia fazer meu projeto sobre modelagem, aliás, iniciei fazendo um projeto sobre avaliação, mas em conversa com meu orientador Emerson Rolkouski, ao explicar sobre as necessidades de meus alunos e ao dizer que ainda não tinha ideias do que fazer, ou pensava em fazer sobre avaliação, ele me sugeriu trabalhar com Modelagem Matemática e, ainda, como problema sugeriu discutir a reurbanização da Vila Zumbi dos Palmares, em Colombo. Gostei da ideia, pois ia ao encontro da minha necessidade que era, naquele momento, explorar os conteúdos de geometria e também, por trabalhar com uma situação real, possibilitar discussão mais ampla e reflexão sobre problemas reais e atuais.

Posso antecipar que o trabalho foi bem positivo, os alunos, naquele ano, não evadiram, não desistiram e participavam ativamente das aulas. Eu desenvolvia o

projeto em duas aulas e nas demais trabalhava com a sequência de conteúdos para que os alunos não continuassem excluídos. Claro, eu acreditava que só as discussões acerca do projeto não contemplariam todos os conteúdos.

Bem, como a Modelagem Matemática busca os problemas do cotidiano dos alunos, eles se envolvem no trabalho por compreender melhor a situação. As teorias e técnicas dificultam a compreensão, principalmente, daqueles que estavam fora da escola, que já foram excluídos do sistema escolar em momentos passados e que por isso devemos pensar em formas diversificadas para esses alunos, evitando nova exclusão.

Com todo o meu projeto foi desenvolvido sobre a reurbanização da comunidade da Vila Zumbi dos Palmares na cidade de Colombo, reurbanização que estava acontecendo naquele período foi propício o trabalho. A reurbanização que estava ocorrendo na época era a construção de casas, pequenos sobrados, oferta de água e tratamento do esgoto e endereços para aquela população tão carente. Carente de tudo, até de endereço.

Em relação aos conteúdos de matemática, pude explorar diversos, desde medidas (comprimento, área e volume) até orçamentos dos valores que seriam gastos na construção dos sobrados. Escalas e proporção, também, foram explorados, pois o trabalho de conclusão da proposta foi a construção de maquetes, proporcional, as casas originais. Alguns alunos mobiliaram o sobrado, fizeram os moveis de acordo com o tamanho da maquete.

Por que optei por trabalhar como o projeto em duas das oito aulas? Eu tenho alunos que querem continuar estudando, logo não posso deixar de dar o conteúdo, pois como ele poderá competir; da mesma forma que tenho quem só quer o diploma porque a empresa está pedindo, tenho também aqueles que querem continuar estudando, fazer vestibular, concursos e outros cursos após a conclusão do ensino básico.

Você já ouviu ou leu algo sobre Paulo Freire? ( a colaboradora perguntou a pesquisadora) Pois é, Paulo Freire diz que precisamos de algo que auxilie na permanência dos alunos na escola, creio que a modelagem pode ser uma boa razão para que os alunos permaneçam na escola, aprendendo e evitando, assim, mais discriminação.

A pesquisadora perguntou se a professora estava trabalhando com modelagem atualmente e ela respondeu: Não, como na execução do projeto, mas

estou mesclando minhas aulas com questões do cotidiano dos alunos para auxiliá-los na compreensão dos conteúdos e na construção de seus conhecimentos.

Ao enviar o texto para validação pela entrevistada, a professora aprovou e fez acréscimo ao mesmo, dizendo que:

Temos algumas dificuldades para trabalhar com modelagem, não temos material, não temos incentivo, não temos um espaço na escola e até mesmo o trabalho do PDE, foi destruído antes da conclusão do mesmo.

#### **5.4 Professora Maria Luiza Oliani**

Colégio Estadual do Paraná

Entrevista em 06/06/2012 - 18h20 às 19h10

A professora Maria Luiza Oliani faz parte da turma PDE 2010 e desenvolveu seu projeto de implementação no Colégio Estadual do Paraná, com os alunos do 1º ano do Ensino Médio. O título do projeto é: O USO DE UM MODELO MATEMÁTICA PARA MOSTRAR A MATEMÁTICA DA NATUREZA NA ARQUITETURA, tendo como objetivo geral,

Proporcionar ao estudante, por meio do conhecimento de elementos da matemática na arquitetura, a sensibilidade de preservar construções de obras patrimoniais conhecendo sempre o seu valor estético e histórico (OLIANI, 2011, p. 5)

Um dos objetivos específicos salienta o uso da Modelagem Matemática como metodologia de ensino.

A entrevista aconteceu no laboratório de matemática do Colégio Estadual do Paraná. Para iniciar a conversar entreguei a carta de apresentação à professora, apresentei as palavras que poderiam ser pontos a serem falados e solicitei que ela não se preocupasse com tempo ou sequência das palavras; falasse à vontade, pois a textualização da fala seria devolvida para sua aprovação. Foi dito, também, que a professora tem total liberdade para incluir partes no texto, caso considere necessário para dar fechamento à ideia ou tenha faltado falar alguma parte importante do desenvolvimento do projeto de implementação, ou ainda, excluir caso considere não pertinente algumas das falas que fez durante a entrevista.

Fala a professora.

A Modelagem Matemática é uma prática antiga e deveria estar sendo usada na atualidade, porém pela dificuldade que se tem em relação ao programa apresentado para o ensino médio ou para o ensino básico os problemas para utilização da metodologia de ensino ficam muito evidentes; a Modelagem Matemática permite trabalhar com conteúdos de 1º ano ao 3º ano do ensino médio (durante os 12 anos de educação básica), mas devido à quantidade de conteúdos a serem vencidos, vencer um programa, a metodologia Modelagem Matemática fica meio impraticável. A escolha de um tema é interessante porque abrange as necessidades de todas as turmas e a necessidade da escola, por exemplo, o tema horta. Nós queremos fazer a horta aqui no colégio, o tema horta é ótimo para trabalhar com conteúdos desde o 1º ano até o ensino médio. Como temos aqui turmas a partir do 6º ano, podemos trabalhar a modelagem com todas as turmas.

A professora continua, e diz:

Porém eu já tentei trabalhar com o 6º ano aqui no laboratório de matemática junto com a professora, a dificuldade foi colocar conteúdos, ampliar conceitos que eles ainda não conheciam, até onde deu para gente fazer a modelagem na horta com o 6º ano fizemos, foi bem interessante!

A pesquisadora solicitou que a professora falasse sobre a implementação do projeto na escola, projeto apresentado ao PDE, ela disse que:

Eu trabalhei com meu projeto em modelagem explorando as proporções no corpo humano salientando a razão áurea e, direcionada o estudo para a arquitetura.

A pesquisadora questiona como se deu o trabalho e também como foi que ela, professora, teve a ideia de buscar a Modelagem Matemática para desenvolver seu projeto. Se ela já sabia o que fazer quando entrou no PDE e como fazer. Ela então responde: - Eu não sabia como fazer, sabia apenas que queria pesquisar sobre o número áureo e ao ler o livro de Biembengut e Hein sobre proporção áurea, divina proporção na arquitetura e, também, relacionado ao corpo humano fiquei interessada em pesquisar sobre o tema e, com base nos autores acima citados, interessei-me por Modelagem Matemática; o homem sempre se baseou nas medidas da natureza, na matemática da natureza e que o corpo humano foi, assim ...uma medida ótima para trabalharmos o número de ouro, também, na arquitetura, o

número de outro está presente. O trabalho com a razão áurea e a modelagem ficou bem bacana, as duas casaram bem.

Na sequência, foi questionado sobre o projeto de implementação, foi solicitado que a professora falasse sobre todos os pontos, positivos e negativos, e ela falou:

A reação dos alunos foi a melhor possível, porque trabalhando com modelagem, eu trabalhei com desenho geométrico. Porém, no princípio houve rejeição ao novo porque eles não tinham as noções básicas de desenho geométrico por não constar no programa de matemática. Com o conhecimento do desenho geométrico, como subsídio para se chegar a proporção, nossa! Foi maravilhoso! Os alunos ficaram encantados, principalmente com o pentágono, porque dentro do pentágono forma-se o pentagrama e no pentagrama tem-se a proporção áurea, eles ficaram encantados!

Dando continuidade ao trabalho fomos visitar a casa estrela, que fica na PUCPR, campo de restauro. Um aluno fez a representação, em maquete da casa.

Então o resultado para mim, foi excelente! Eles aprenderam ali... e aplicaram os conhecimentos fazendo a maquete da casa. Eles pesquisaram na internet sobre alguns prédios construídos pelo mundo e um que chamou mais a atenção dos alunos foi a Catedral de Notredams, fizeram o desenho, destacando o retângulo áureo nessa catedral. Então, para mim, foi muito gratificante esta parte, este resultado; porque eles vivenciaram, realmente, uma aplicação da matemática na realidade, a modelagem permite isto, eles trabalham com a matemática e a realidade.

O trabalho foi muito gratificante, embora com pontos negativos, por exemplo: Tive dificuldade por não ser minha turma, trabalhei com uma turma de outro professor, e eu programei um valor "X" de aulas, mas tive que triplicar o número de aulas.

Quando a professora diz que teve que triplicar o número de aulas, questiono se foi a pedido dos alunos, e ela diz:

Não! Tive que triplicar porque à medida que surgiam fatos novos outras questões surgiam, outras dificuldades. Em razão disso tive que triplicar o número de aulas. As dificuldades precisavam ser resolvidas, no entanto, a turma não era minha, não era conteúdo específico do programa, e se a turma fosse minha? Apesar da turma não ser minha e o conteúdo não ser específico do programa, esforcei-me para



introduzir as sequências numéricas, preparei uma lista de exercícios, por causa da sequência de Fibonacci. Eles mesmos (aqui a professora está se referindo aos alunos) chegaram a sequência e viram na sequência de Fibonacci o número de ouro. A Modelagem Matemática como estratégia de ensino, (dentre as diversas, resolução de problemas, uso de tecnologias, entre outras) no meu ponto de vista, é a estratégia mais difícil que tem.

Senti não ter me aprofundando em outras tendências, como resolução de problemas, uso de tecnologias e demais.

Em reação aos alunos, a reação foi a melhor possível! Eles relutaram no início porque eles têm que buscar, eles têm que pesquisar, eles têm que trazer, essa é a maior dificuldade que encontramos, eles trazerem os materiais, trazerem a pesquisa para gente orientar, ser o mediador. Muitas vezes, mesmo trabalhando com a modelagem, o professor não é mediador, porque os alunos não fazem a parte deles.

Eles não estão acostumados a pesquisar, buscar, eles querem tudo pronto e na modelagem é ao contrário, é ele quem vai buscar. Ao professor cabe indicar caminhos, mostrar o que ele precisa naquele momento. Aí, talvez, esteja o grande problema. Tanto na pequena experiência que tive com alunos do 6º ano com a horta quanto com o meu projeto de implementação, essa foi a maior dificuldade, mas sempre há aqueles alunos que correspondem aí vem a recompensam. Então se for pensar no aprendizado 100% dos alunos, isso não acontece, por uma razão nós temos 36 alunos e para trabalhar a modelagem, no meu ponto de vista, tem que haver poucos alunos, 36 é um número excessivo, principalmente, porque há um professor na turma, com um professor auxiliar, nossa! O resultado seria muito mais rentável. Pela pouca experiência que eu tenho em modelagem, o número de aluno deve ser reduzido e não pode ser aula a aula, por exemplo, primeiro horário é matemática, segundo horário é física, terceiro horário é química, etc, eu teria que ter pelo menos 4 aulas com a turma para vencer a proposta, porque em uma aula verificamos o que o aluno trouxe de pesquisa e aí podemos efetivamente orientar.

A pesquisadora faz intervenção para salientar a importância da professora colaboradora explicitar a necessidade de atender as individualidades, parabenizando-a pelas observações. A colaboradora continua sua fala explicitando as dificuldades devido ao número de alunos e expondo o que ocorre.

Se você tem 36 alunos, quantos, você consegue orientar em uma aula? Você não atinge todos, mesmo que a atividade seja em grupos, você não consegue atingir todos; um tem dúvida em relação a um conteúdo e outro tem dúvida em relação a outro conteúdo que lhe coube resolver. Então essa é a dificuldade que a gente encontra em razão do número excessivo de alunos constantes, hoje, no sistema de ensino.

Como a pesquisadora queria que a professora falasse um pouco sobre seu primeiro contato com Modelagem Matemática, foi perguntando sobre sua formação inicial, e ela diz:

Fiz matemática na Universidade Federal do Paraná, fiz licenciatura plena. Em nenhum momento da formação inicial ouviu falar de modelagem, porém faz alguns anos que me formei. Meu primeiro contato com modelagem foi... já trabalhando com o ensino médio, nos encontros de formação continuada apresentada pelo governo do Paraná, não me lembro o ano, mas acredito que foi...

Só sei que o primeiro contato não foi no PDE. Eu já tinha visto em formação continuada as várias estratégias de ensino, mas foi no PDE que eu me aprofundi no estudo sobre modelagem e sinto não ter me aprofundado nas outras, que são cinco, mas devagar nós vamos aprendendo. O que eu percebi, aplicando a modelagem, é que nem sempre os resultados são satisfatórios. Você pode trabalhar alguns conteúdos com a modelagem e outros com outras metodologias, e... daí vai vencendo o programa da melhor maneira possível. Nem sempre mudanças são viáveis porque o programa vem estabelecido. Também acontecem remanejamentos de alunos, transferências e, possivelmente, no ano seguinte, não serei eu a professora daquele aluno.

Com a modelagem e a intervenção do professor, eles (alunos) assimilam o conteúdo e, o professor vai dando alguns esclarecimentos gerais e mesmo faltando alguns conceitos os alunos vão assimilando e vão trabalhando. Achei muito interessante trabalhar com modelagem e, em Educação Matemática, essas estratégias de ensino, eles pensam no todo, na formação do estudante, não especificamente no vestibular, mas na formação do estudante porque depois o aluno que vai escolher, a faculdade que ele quer fazer independente se vai usar matemática ou não, o curso que quer fazer porque ele vai está bem preparado. É uma preparação para vida porque ele vê a relação dos conteúdos e a realidade. É

muito difícil para nós trabalharmos com essas estratégias de ensino, pois não temos preparo para fazer essa correlação dos conteúdos com a realidade.

A entrevistadora questiona sobre a postura do professor, pois foi ressaltado acima, pela colaboradora, que os alunos não estão preparados para buscar as informações, que eles vêm de modelos de aulas onde eles recebem tudo pronto, logo apresentam dificuldades quando são convidados a pesquisar, diante disso, foi solicitado a colaboradora que falasse da dificuldade de vencer a postura de expositora, ou seja, se ela deixava que o aluno fizesse a pesquisa, ou se em alguns momentos fazia pelo aluno, e ela responde que:

O pior que no início a gente faz, agente dá preparadinho para o aluno, e aí, eu disse, Opa! Não é por aí, é ele que tem que buscar, então, vamos dar caminhos para ele. Muita dificuldade quanto a isso. Eu quero trabalhar melhor, vou trabalhar com o projeto horta, e quero não interferir muito, não quero dar pronto para o aluno eu quero que ele forme o conceito, mas é muito difícil, eu aprendi assim, estou com 28 anos de profissão e sempre fiz assim, sempre no método tradicional. Alguma coisa ou outra faço diferente, até os meus colegas dizem que eu sou quem faz mais coisas diferentes nas aulas de matemática, isso me faz pensar, será que eu... eu me acho 100% tradicionalista, preparo a aula, faço maior esforço. Aqui no laboratório é bom por causa disso, nós preparamos a prática, tem modelagem, tem investigação matemática, as vezes em uma atividade nós envolvemos as várias estratégias, porém continuamos meio que no tradicional. Nós explicamos para os alunos e eles fazem. E aí, opa! Tem algo errado, é ele que deve buscar, ele que deve investigar, né! Ele que vai verificar aquele conceito, e nós estamos fazendo isso para ele, então temos que nos policiar a todo momento, porque não fomos preparados para isso, não tivemos essa experiência, porque e a experiência que faz com que a gente vá vencendo as dificuldades. Sempre trabalhando com o método tradicionalista para mudar assim repentinamente a gente estranha bastante. Conversando com alguns colegas que já fizeram alguma atividade diferente em sala de aula ou usaram a modelagem, também não conseguem trabalhar com o programa não linear em todas as turmas, daí eles escolhem uma turma ou outra para trabalhar com a modelagem ou acabam nem trabalhando, mas faltando alguma coisa, não dando aquele projeto para o aluno desenvolver por causa dessas dificuldades encontradas e o próprio sistema, né...uma aula a cada 50 minutos. Até pedimos aulas geminadas, mas como o colégio é muito grande, nem sempre é possível atender. No módulo (sistema de

bloco) talvez fosse mais fácil trabalhar essas metodologias mais efetivamente, principalmente a modelagem, pois o número de aulas é maior. E daí as dificuldades vão fazendo com que a gente vá desistindo, deixando de aplicar as estratégias que demandam mais tempo.

Diante do que a colaboradora diz, foi questionado se atualmente ela estava desenvolvendo algum projeto que envolvia a modelagem, e ela responde:

Não especificamente, pois estou atualmente como laboratorista no laboratório de matemática, tento, na medida do possível, utilizar algumas questões que fazem parte da Modelagem Matemática. Pretendo trabalhar como modelagem com a sugerida pela professora Maria Salett Biembengut; aquela que permite ao professor sugerir tema, distribuir as atividades e induzindo os alunos à resolução dos problemas.

Estou com muita dificuldade em escrever o artigo (texto conclusivo do PDE), talvez, devido a carga horária de trabalho e os planejamentos. Porém quero ressaltar que a estratégia é ótima, auxilia o professor e aluno nas reflexões dos problemas do dia a dia.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante meu percurso pude perceber que não há *uma* maneira de se fazer Modelagem Matemática em sala de aula, mas maneiras que vão ao encontro das necessidades dos alunos, do professor e também da comunidade relacionada ao grupo que desenvolve projetos no contexto da estratégia de ensino.

Em relação aos textos dos pesquisadores da área (BARBOSA, SILVEIRA, NEGRELLI, BASSANEZI, BIEMBENGUT, ARAÚJO, BEAN, entre outros) percebi que mostram modelagens diferentes e todas como situações que proporcionam questões que levam a reflexões, sejam elas no sentido social e/ou matemática, com a preocupação não só produzir conhecimentos matemáticos, mas também de formar seres autônomos.

A dissertação de Silveira (2007) contribuiu para minha compreensão de que trabalhar com Modelagem Matemática não quer dizer deixar de lado os conteúdos da disciplina, principalmente no ponto em que o pesquisador apresenta um quadro com conteúdos trabalhados pelos autores das dissertações e teses pesquisadas usando como estratégia a Modelagem Matemática.

Ratificando o visto no texto produzido por Silveira (2007) fiz levantamento de trabalhos, das oito instituições de ensino superior que estão localizadas em diferentes regiões do Estado, um de cada Instituição, li e os agrupei em um quadro salientando os conteúdos de matemática que foram trabalhados e, mais uma vez, ficou explícito que as ações docentes com Modelagem Matemática não prescindem os conteúdos, pelo contrário, resgatam também aqueles que são de séries anteriores em que está sendo implementado o projeto e introduzem novos com situações menos abstratas para os alunos. Salientar os conteúdos abordados, não sei até que ponto está correto ou não. Mas como a preocupação com conteúdos não é exclusivamente minha, mas também das colaboradoras da minha pesquisa e dos colaboradores da pesquisa de Barbosa (2001), acreditei ser importante esse levantamento ressaltando que o trabalho como Modelagem Matemática não vai minimizar as possibilidades de aprendizagem ou redução de conteúdo, pelo contrário auxilia na formação de seres mais autônomos.

Pude perceber durante a leitura das produções que dois elementos se repetem em todos os trabalhos: questão geradora de reflexão e socialização das

ideias dos alunos. Ficou explícito que os professores autores, em nenhum momento, iniciaram diretamente com o conteúdo, mas buscaram questões que pudessem gerar reflexão e inquietação para provocar a pesquisa, reflexão e a discussão. Também foi possível registrar, por meio dos documentos lidos e, também, dos relatos que a Modelagem Matemática cabe em qualquer nível ou modalidade de ensino, pois Dotto (2008) desenvolveu seu projeto com alunos do 8º ano ou 7ª série, Kovalski (2008), com alunos de EJA ; Oliani (2010) com alunos do 1º ano do ensino médio e Terres (2010) como alunos do 7º ano (6ª série).

De acordo com as colaboradoras (DOTTO, 2008; KOVALSKI, 2008; OLIANI, 2010 E TERRES, 2010) conteúdos matemáticos explorados em situações reais são compreendidos pelos alunos quando envolvidos no processo de busca. E este envolvimento auxilia na formação de seres capazes de refletir sobre as ações que estão desenvolvendo, mostrando-se autônomos.

Em relação à autonomia, Burak (2010) diz que se o aluno tem o seu lado seguidor desenvolvido, terá o lado autônomo atrofiado. Quando tomamos a atitude tradicionalista, exposição de conteúdos, quando não envolvemos os alunos no processo de aprendizagem, estamos subtraindo destes as possibilidades de conjecturar, de refletir, estamos contribuindo para o atrofiamento da autonomia.

A modelagem que praticamos (incluo-me, pois também faço modelagem desta forma), preocupada com o conteúdo, está enquadrada entre o primeiro e o segundo caso descrito por Barbosa (2001), pois ainda estamos aprendendo a lidar com o fato de nossos alunos não terem domínio sobre os conteúdos, mas devem ser agentes, ativos no processo de aprendizagem. Ressalto também que a proposta do PDE, de acordo com as orientações<sup>54</sup>, projeto apresentado no primeiro semestre de afastamento, elaboração de material para auxiliar na implementação, dificulta para o alcance do terceiro caso em se tratando dos projetos para o programa, tendo em vista que o terceiro caso retratado por Barbosa (2001) alunos e professores devem discutir todas as etapas. Não quer dizer que o professor após ter passado, ou não, pelo Programa de formação PDE não possa implementar projetos dentro de um ambiente que contemple o envolvimento dos alunos e professor em todas as etapas da investigação.

---

<sup>54</sup> Professor ao ser selecionado é afastado da sala de aula e não conhece a realidade dos alunos que participarão do projeto tendo em vista que este será implementado no ano seguinte ao afastamento de 100%.

Parece-me que precisamos caminhar mais no mundo da pesquisa para que consigamos alcançar o terceiro caso, ou seja, todas as etapas da modelagem serem efetivadas pelos professores e alunos.

Por meio das entrevistas foram explicitados os pontos de vista dos professores de Matemática entrevistados sobre Modelagem Matemática me auxiliando na compreensão dos conceitos que são trazidos pelos estudiosos (BARBOSA, 2001, 2004, 2004a, SILVEIRA, 2007, NEGRELLI, 2007, 2008; BEAN, 2001; ARAÚJO 2002; entre outros)

As entrevistadas mostraram as Modelagens que estão ocorrendo em sala de aula e as dificuldades que encontraram para desenvolver seus projetos, pois se tratava de ação diferente daquelas que estamos acostumados, expositores de informações. As dificuldades vão desde nossa adaptação, enquanto professor, até a adaptação dos alunos, pois estes não estão acostumados a participar ativamente no processo de ensino e aprendizagem e nós professores não estamos acostumados a deixar o aluno buscar as informações, estamos acostumados a fornecê-las.

Pude perceber que as entrevistadas mostraram que os alunos, mesmo quando já viram o conteúdo de matemática a ser utilizado na resolução do problema, apresentam muita dificuldade para utilizá-lo em situações reais. Essa percepção vai ao encontro do observado por Ferreira e Wodewotzki (2007), pois afirmam que as dificuldades apresentadas pelos alunos são grandes em relação a utilização de conteúdos já vistos para solucionar situações reais.

Assim como Ferreira e Wodewotzki (2007) as professoras Antonia Dotto, Dioneia Kovalski, Marli Terres e Maria Luiza relatam que os alunos quando envolvidos para resolverem problemas matemáticos em situações reais fazem tudo o que é possível para encontrar uma solução, apesar de ainda terem dificuldade de testar a solução e validá-la.

São várias as indagações que surgiram e que poderão ser investigadas mais tarde, entre elas estão: como o aluno reage em ambientes de modelagem matemática? Como ele vê esse ambiente para sua aprendizagem? Esclareço que compreendi que utilizar estratégia Modelagem Matemática não prescinde conteúdos matemáticos, pelo contrário, necessita de muito mais conhecimento tanto da parte do professor quanto amplia a aprendizagem dos alunos, pois

“(...) a construção do conhecimento matemático é favorecida pelas inúmeras possibilidades de um mesmo conteúdo ser visto várias

vezes no decorrer do desenvolvimento de um tema” (BURAK, 2010, p. 36).

Espero que esta dissertação venha a auxiliar colegas que ainda não experimentaram a Modelagem Matemática em sala de aula a fazer uso dessa estratégia de ensino e, também, com os relatos feitos pelas colaboradoras e registrados, sirvam de mola propulsora para novas pesquisas e possam contribuir para o campo da Educação Matemática.

Ressalto aos colegas professores que querem trabalhar com ambientes de Modelagem Matemática que o objetivo do trabalho não pode ser apenas a matemática do currículo, mas formas diferentes de trabalhar a interdisciplinaridade (NEGRELLI, 2008). E ainda, saliento que em um ambiente de modelagem, conforme Barbosa (2001) o papel que deve ser desempenhado pelo professor envolve: o conhecimento de modelagem e matemática; a disposição para o diálogo com os alunos; e a direção das atividades dos alunos.

E para concluir, indo ao encontro do que penso trago a fala da professora Oliani (2010) em que ela diz: “Acredito que não podemos avaliar se uma determinada metodologia é boa ou não se dela não fizermos uso. (p. 43)”

E ainda, para Negrelli (2012)<sup>55</sup> “para fazer uso de uma metodologia precisamos conhecê-la, estudá-la, experimentá-la cuidadosamente. Não alimentar a prática do ensaio e erro.”

---

<sup>55</sup>

Colaboração da Professora Leônia Negrelli durante a Banca de defesa em 08/12/2012.



## Referencias

ARAUJO, J. de L. Cálculo, tecnologias e Modelagem Matemática: as discussões dos alunos. Tese (doutorado). Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro – SP, 2002

ARAUJO, J. de L. Relações entre matemática e realidade em algumas perspectivas de Modelagem Matemática na educação matemática in BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D. e ARAUJO, J. de L. (org.) Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. Cap. 1, p. 17 – 32.

BARBOSA, J. C. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem Modelagem Matemática. In. Revista eletrônica Acta Scientiae. Canoas. V. 10 n. 1 p. 47 – 58 jan/jun.2008

BARBOSA, J. C. As relações dos professores com a Modelagem Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. *Anais...* Recife: SBEM, 2004a. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: Concepções e experiências de futuros professores. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas Rio Claro - SP, 2001

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? *Veritati*, n. 4, p. 73- 80, 2004b

BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia. Ed. Contexto 3ª ed. São Paulo, 2006.

BEAN, Dale. O que é Modelagem Matemática? Educação Matemática em Revista. São Paulo, n. 9/10, p. 49-57, abril 2001.

Biembengut, Maria S. Modelagem Matemática & Implicações no ensino e aprendizagem da matemática. Ed. FURB. Blumenau, 1999.

BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. Modelagem, calculadora gráfica e interdisciplinaridade na sala de aula de um curso de ciências biológicas. Revista de Educação Matemática da SBEM-SP, [São José do Rio Preto], v. 5, n. 3, 1997, p. 63-70.

BRASIL, MEC. INEP. Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino médio, 1999.

BURAK, Dionísio. O Diálogo necessário do contexto histórico e cultural com a lógica na Modelagem Matemática. In. Brandt, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel. (Org) **Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação**. Ed. UEPG. Ponta Grossa. 2010. ISBN 978-85-7798-126-7.

CIFUENTES, Jose Carlos e NEGRELLI, Leônia Gabardo. Modelagem Matemática e o método axiomático. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D. e ARAUJO, J. de L.

(org.) Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. Cap. 4, p. 63 - 77.

DOTTO, Antonia Eloi de Mello. Modelagem em sala de aula. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2008. Curitiba: SEED/PR., 2011. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <<http://www.gestoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=20>>. Acesso em 01/03/2012. ISBN 978-85-8015-040-7

DOTTO, Antonia Eloi de Mello. O uso da Modelagem em sala de aula. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2008. Curitiba: SEED/PR., 2011. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <<http://www.gestoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=20>>. Acesso em 01/03/2012. ISBN 978-85-8015-039-1

FERREIRA, D. H. L.; WODEWOTZKI, M. L. L. Questões ambientais e Modelagem Matemática: uma experiência com alunos do ensino fundamental. In: BARBOSA, Jonei C.; CALDEIRA, Ademir D.; ARAÚJO, Jussara de L. (org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007, p. 115-132. (Biblioteca do Educador Matemático, v.3)

FREIRE, Paulo. Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

KOVALSKI, D. D. Modelagem Matemática e educação de jovens e adultos: possíveis interlocuções no estudo de um projeto de reurbanização. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2008. Curitiba: SEED/PR., 2011. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <<http://www.gestoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=20>>. Acesso em 30/03/2012. ISBN 978-85-8015-039-1

KOVALSKI, D. D. Modelagem Matemática e educação de jovens e adultos: possíveis interlocuções no estudo de um projeto de reurbanização. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2008. Curitiba: SEED/PR., 2011. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <<http://www.gestoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=20>>. Acesso em 30/03/2012. ISBN 978-85-8015-040-7

MALHEIROS, A. P. S. Educação Matemática online: a elaboração de projetos de Modelagem. Tese (Doutorado em Educação Matemática). UNESP, Rio Claro, 2008.

NEGRELLI, L. G. Uma reconstrução epistemológica do processo de Modelagem Matemática para a educação (em) matemática. Tese (doutorado) – Universidade Federal do Paraná – UFPR, Curitiba 2008.

SAVIANI, Dermerval. Escola e Democracia: teorias da educação, curvatura da vara, onze teses sobre educação e política. Campinas, SP: Mercado de Letras, 1994.

SILVEIRA, E. Modelagem Matemática em educação no Brasil: entendendo o universo de teses e dissertações. Dissertação (Mestrado) Setor de Educação – Universidade Federal do Paraná, Curitiba 2007

(1) PARANA, Diretrizes Curriculares da Rede Pública de Educação Básica do Estado do, Secretaria de Estado da Educação 2008

(2) PARANA. Secretaria de estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense: produção didático-pedagógica, 2008. Curitiba: SEED/PR., 2011. V. 2 (Cadernos PDE) . Disponível em: <<http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=20>>. Acesso em 01/03/2012. ISBN 978-85-8015-038-4.

(3) PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2008. Curitiba: SEED/PR., 2011. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <<http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=20>>. Acesso em 01/03/2012. ISBN 978-85-8015-039-1

(4) PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2007. Curitiba: SEED/PR., 2011. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <<http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=20>>. Acesso em 01/03/2012. ISBN 978-85-8015-037-7

Sites

<http://www.grupoemfoco.com.br/leandro/ed.htm>

GHOEM: <http://www.ghoem.com/>

## Anexos

## Cartas de Cessão

CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS:

Curitiba, 23 de OUTUBRO de 2012

Eu, MARLI LOURDES DE VARGAS TERRES, professora portadora do RG n° 3564760-0, declaro para os devidos fins que cedo os direitos de minha entrevista, concedida no dia 06 de novembro de 2011, para a Professora Angela Afonsina de Souza Barbosa usá-la integralmente ou em partes, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data. Da mesma forma, autorizo a terceiros a sua audição e uso do texto final que está sob a guarda da Professora Angela Afonsina de Souza Barbosa.

Abdicando de direitos e de meus descendentes, subscrevo a presente.

Marli Lourdes de Vargas Terres  
MARLI LOURDES DE VARGAS TERRES

## CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS:

Curitiba, 10 de 10 de 2012

Eu, ANTONIA ELOÍ DE MELLO DOTTO, professora portadora do RG nº 3933075-0, declaro para os devidos fins que cedo os direitos de minha entrevista, concedida no dia 07 de março de 2012, para a Professora Angela Afonsina de Souza Barbosa usá-la integralmente ou em partes, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data. Da mesma forma, autorizo a terceiros a sua audição e uso do texto final que está sob a guarda da Professora Angela Afonsina de Souza Barbosa.

Abdicando de direitos e de meus descendentes, subscrevo a presente.

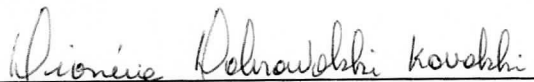
Antonia Eloí de Mello Dotto  
ANTONIA ELOÍ DE MELLO DOTTO

CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS:

Curitiba, 01 de 10 de 2012

Eu, DIONEIA DOBROWOLSKI KOVALSKI, professora portadora do RG nº 3104986-5, declaro para os devidos fins que cedo os direitos de minha entrevista, concedida no dia 20 de março de 2012, para a Professora Angela Afonsina de Souza Barbosa usá-la integralmente ou em partes, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data. Da mesma forma, autorizo a terceiros a sua audição e uso do texto final que está sob a guarda da Professora Angela Afonsina de Souza Barbosa.

Abdicando de direitos e de meus descendentes, subscrevo a presente.



**DIONEIA DOBROWOLSKI KOVALSKI**



# CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS:

Curitiba, 10 de OUTUBRO de 2012

Eu, **MARIA LUIZA OLIANI**, professora portadora do RG nº 3119444-0, declaro para os devidos fins que cedo os direitos de minha entrevista, concedida no dia 06 de junho de 2012, para a Professora Angela Afonsina de Souza Barbosa usá-la integralmente ou em partes, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data. Da mesma forma, autorizo a terceiros a sua audição e uso do texto final que está sob a guarda da Professora Angela Afonsina de Souza Barbosa.

Abdicando de direitos e de meus descendentes, subscrevo a presente.

Maria Luiza Oliani

MARIA LUIZA OLIANI

**Material produzido pelas colaboradoras – Artigos e Material didático**

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO  
SUPERINTENDÊNCIA DA EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL – PDE**

**Marli Lourdes de Vargas Terres**

**PRODUÇÃO DIDÁTICO-PEDAGÓGICA  
UNIDADE DIDÁTICA  
MODELAGEM MATEMÁTICA ATRAVÉS DA CONSTRUÇÃO DE  
MAQUETES NO 7º ANO ( 6ª SÉRIE)**

**Curitiba**

**2011**

**MARLI LOURDES DE VARGAS TERRES**

**MODELAGEM MATEMÁTICA ATRAVÉS DA CONSTRUÇÃO DE MAQUETES**

**NO 7º ANO**

**Material apresentado como requisito para certificação do PDE – Programa de Desenvolvimento Educacional – 2011, sob orientação do Profº Ms Antonio Amilcar Levandoski da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.**

**CURITIBA**

**2011**

**PROFESSORA PDE:** Marli Lourdes de Vargas Terres

**ÁREA:** Matemática

**NRE:** Curitiba

**LOTAÇÃO:** Colégio Estadual Senador Manoel Alencar Guimarães.

**ORIENTADOR:** Professor Ms Antonio Amilcar Levandoski

**IES VINCULADA:** Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**TEMA DE ESTUDO DO PROFESSOR PDE:** Modelagem Matemática

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>5</b>
<b>MODELAGEM MATEMÁTICA .....</b>	<b>6</b>
<b>Modelagem matemática na sala de aula .....</b>	<b>6</b>
<b>Modelagem e modelos .....</b>	<b>8</b>
<b>ATIVIDADES.....</b>	<b>10</b>
<b>Medindo comprimento .....</b>	<b>10</b>
<b>Ponto, reta e plano .....</b>	<b>12</b>
<b>Figuras geométricas planas e não planas .....</b>	<b>14</b>
<b>Estudando triângulos.....</b>	<b>15</b>
<b>Quadriláteros .....</b>	<b>17</b>
<b>Passeio em volta do quarteirão em que a escola está situada..</b>	<b>19</b>
<b>Figuras semelhantes, escala e planta baixa.....</b>	<b>20</b>
<b>Confecção da maquete .....</b>	<b>22</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>25</b>

## INTRODUÇÃO

Este trabalho é um requisito para certificação do PDE – Programa de Desenvolvimento educacional, está organizado na forma de unidade didática. Tem o objetivo de sugerir diversas atividades de Modelagem Matemática através da construção da maquete da sala de aula. É voltado para as séries iniciais do ensino fundamental podendo ser aprofundado e utilizado nas demais séries e ensino médio.

Estão abordados diversos conteúdos como medidas, geometria, perímetro, área, figuras semelhantes, escala e planta baixa, distribuídos em oito atividades distintas.

O tempo previsto para a aplicação desse projeto é de doze horas/aula.

De acordo com Biembengut & Hein (2005, p.9) a Matemática é o alicerce de quase todas as áreas do conhecimento e dotada de uma arquitetura que permite desenvolver os níveis cognitivo e criativo, tem sua utilização defendida nos mais diversos graus de escolaridade, como meio para fazer emergir essa habilidade em criar, resolver problemas, modelar. Todas as ciências dependem da matemática. Através da matemática as leis do universo podem ser expressas em uma linguagem acessível ao homem. O principal desafio dos sistemas de ensino é despertar nas novas gerações o interesse pela Matemática e pelas ciências em geral, pois o uso de novas tecnologias está diretamente ligada ao uso da matemática.

Sabe-se através dos resultados de diversas provas que aprendizagem da matemática esta defasada. Devem-se buscar alternativas de pesquisa e meios para que a matemática seja contextualizada e que os assuntos apresentados sejam significativos.

O ensino da matemática precisa voltar-se para a promoção do conhecimento humano e habilidade para utilizá-lo. Isso significa ir além da simples resolução de problemas muitas vezes sem significado para o aluno.

A modelagem matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente. Isso porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problema por meio de pesquisa, desenvolvendo o seu interesse e aguçando seu senso crítico. (BIEMBENGUT & HEIN, 2005, p.18)

## **MODELAGEM MATEMÁTICA**

A arte de expressar situações problema de nosso meio está presente desde os primórdios da nossa história. A representação formal de vivências se deram através da sistematização das idéias presentes na tentativa de solucionar problemas do dia a dia. Portanto a modelagem é tão antiga quanto a própria Matemática.

A modelagem matemática tem se apresentado como uma metodologia alternativa para o ensino de matemática, pois aluno tem a oportunidade de experimentar, testar, analisar, comprovar e tomar decisões

De acordo com Bassanezi (2009, p.18) o objetivo fundamental do “uso” da matemática é de fato extrair a parte essencial da situação-problema e formalizá-la em um contexto abstrato onde o pensamento possa ser absorvido com extraordinária economia de linguagem.

A busca do conhecimento científico deve consistir em:

- Aceitar somente aquilo que seja claro;
- Dividir os grandes problemas em problemas menores;
- Argumentar partindo do simples para o complexo;
- Verificar o resultado final.

### **A modelagem matemática em sala de aula**

A modelagem matemática enquanto metodologia alternativa parte do seguinte princípio: o interesse do grupo ou dos grupos.

A adoção da Modelagem Matemática, como uma alternativa Metodológica para o ensino da Matemática, pretende contribuir para que gradativamente se vá superando o tratamento estanque e compartimentalizado que tem caracterizado o seu ensino, pois, na aplicação dessa metodologia, um conteúdo matemático pode se repetir várias vezes no transcorrer do conjunto das atividades em momentos e situações distintas. (BURAK, 2010, p.4)

Na modelagem matemática o processo é compartilhado com grupo de alunos. Segundo Burak (2010, p.2) para a aprendizagem, o processo gerado a partir do interesse do grupo ou dos grupos resulta em ganho, pois o grupo ou os grupos de alunos trabalham com aquilo que gostam, aquilo que para eles apresenta significado, por isso tornam-se co-



responsáveis pela aprendizagem. Decorrem daí aspectos importantes a serem destacados:

- Maior interesse do(s) grupo(s). O trabalho parte de temas propostos pelo grupo. O ensino da Matemática torna-se mais dinâmico, mais significativo, sobre determinado conteúdo, a partir do conhecimento que o aluno já possui sobre o assunto. Isso permite o estabelecimento de relações matemáticas, a compreensão e o significado dessas relações.

- Interação maior no processo de ensino aprendizagem. Há maior possibilidade para a socialização do conhecimento dentro desse grupo e em seguida para os demais grupos.

- Demonstração de uma forma diferenciada de conceber a educação e, adoção de uma nova postura do professor. O papel do professor fica redefinido, ele passa a se constituir como mediador entre o conhecimento elaborado e o conhecimento do grupo.

O compartilhamento do processo na modelagem matemática favorece o estabelecimento de vínculos afetivos entre alunos e entre alunos e professores, isso representa ponto positivo.

Para dar conta dos aprendizados escolares e sua conexão com o desenvolvimento, Vygotsky produz a hipótese da “zona de desenvolvimento proximal”, que evidencia o caráter orientador da aprendizagem. Trata-se de um espaço “dinâmico”, no qual aquilo que uma criança só puder fazer com a ajuda de outro, no futuro poderá fazer sozinha. A intervenção de professores ou outros adultos contribui para orientar o desenvolvimento rumo à apropriação dos instrumentos de mediação cultural. ( CASTORINA , 2003 p.19).

Para fins de encaminhamento do trabalho em sala de aula, a Modelagem Matemática é desenvolvida em cinco etapas:

- Escolha do tema
- Pesquisa exploratória: define-se o conteúdo a ser trabalhado
- Levantamento dos problemas;
- Resolução do(s) problema(s) e desenvolvimento da matemática relacionada ao tema;
- Análise crítica da(s) solução(ões)

O professor sugere que os alunos formem grupos incentivando-os na escolha do tema. Essa escolha nem sempre atende a todos os membros do grupo. A atuação do professor nesse momento volta-se para a utilização de estratégias que facilitem a escolha de um tema abrangente e motivador, sobre o qual seja fácil obter informações.

A característica dos problemas na modelagem matemática é distinta dos trabalhados nos livros didáticos, pois são provenientes da coleta de dados, de natureza quantitativa e qualitativa, oriundos da pesquisa exploratória.

- São elaborados a partir de dados da pesquisa;
- Estimulam a busca e a organização de dados;
- Favorecem a compreensão de uma determinada situação.

O conteúdo matemático a ser trabalhado é determinado por problemas levantados em decorrência da pesquisa de campo, que passa a ganhar importância e significado. É nessa etapa que se oportuniza a construção dos modelos matemáticos que, embora simples, são momentos privilegiados e ricos para a formação do pensar matemático. No ensino usual ocorre o contrário, o conteúdo a ser trabalhado é estabelecido pelo programa.

### **Modelagem e modelos**

Modelo é a representação de um objeto ou fato concreto. O modelo pode ser real ou imaginário. Segundo o dicionário da língua portuguesa, o termo modelo designa “uma representação de alguma coisa (uma maquete, por exemplo), um padrão a ser alcançado por uma pessoa. A noção de modelo está presente em quase todas as áreas: Arte, Moda, Arquitetura, História, Economia. O objetivo de um modelo pode ser explicativo, pedagógico, heurístico, diretivo, de previsão entre outros.

Para Bassanezi (2009, p.20) modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado.

Gilbert, Boulter e Elmer (2000,apud CERQUEIRA, 2009, p. 70 ), por exemplo, classificaram os modelos em termos de sua representação: concreto, o qual envolve materiais manipuláveis; verbal, que consiste de descrições de um sistema; visual, o que envolve gráficos, diagramas, animações, etc.; gestual, o que envolve uso do corpo ou partes do corpo; e finalmente a simbólica, que consiste de representações pictóricas, fórmulas, expressões matemáticas.

Um modelo matemático relata aspectos de uma situação pesquisada. De acordo com o conhecimento matemático que se tem acontece a elaboração de um modelo.

Segundo Bienbengut & Hein (2005, p.13) a modelagem matemática é a arte de formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam como suporte para outras aplicações e teorias.

O uso da matemática em outras áreas do conhecimento tem crescido. É possível que boa parte dos matemáticos não demonstre habilidade para empregar matemática em outras áreas. Habilidade neste caso significa capacidade de tomar um problema definido em uma situação prática ou complexa e transformá-lo em um modelo matemático e procurar uma solução que possa ser reinterpretada em termos da solução original.

Essa interação, que permite representar uma situação real como ferramenta matemática, “modelo matemático”, envolve uma série de procedimentos, a saber:

- a) Interação
- b) Matematização
- c) Modelo matemático

Modelo matemático Interação – Após definir que se pretende estudar é necessário um estudo indireto (revistas, livros, jornais, entre outros) ou direto através da pesquisa de campo. Esta etapa está subdividida em duas, reconhecimento da situação- problema e familiarização. A situação-problema torna-se mais clara à medida que se interage com os dados. A contribuição de um matemático pode ser fundamental no sentido de direcionar a pesquisa.

Matematização – nessa etapa acontece a tradução da situação-problema para a linguagem matemática. O objetivo principal é chegar a um conjunto de expressões aritméticas, fórmulas, equações algébricas, gráfico ou representações, que permitem a resolução do problema. Em seguida passa-se à resolução ou análise do problema, isso requer um aguçado conhecimento do ferramental que se dispõe.

Modelo matemático – Para concluir o modelo torna-se necessária uma análise para testar o grau de confiabilidade na sua utilização. Também é necessário verificar a sua adequabilidade, avaliando se a solução é significativa (validação). A interpretação dos resultados obtidos através dos modelos pode ser feita com o uso de gráfico das soluções que facilita a avaliação das previsões ou mesmo sugerir um aperfeiçoamento dos modelos. Se o modelo não atender as necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado da segunda etapa matematização.

Encerrando a etapa do processo pode-se deixar um precedente para uma retomada e possível melhoria do modelo.

Novos desafios podem ser propostos aos alunos, de modo a estimulá-los a pensar, levantar hipóteses e testá-las.

A modelagem matemática como alternativa metodológica favorece a educação básica, pois vem ao encontro com as expectativas dos estudantes, favorece a interação

com seu meio partindo do cotidiano do aluno. Dessa forma o aluno vê sentido naquilo que estuda, em função da satisfação de suas necessidades. Trabalha com entusiasmo e perseverança. Isso dá início à formação de atitudes positivas em relação à Matemática.

## **ATIVIDADES**

### **ATIVIDADE 1**

#### **MEDINDO COMPRIMENTO**

**CONTEÚDO:** Medidas de comprimento

**OBJETIVOS:**

Identificar os diferentes tipos de medidas de comprimento, inclusive as medidas baseadas no corpo humano.

Reconhecer as principais medidas de comprimento usadas.

Usar adequadamente as medidas de comprimento, especialmente o centímetro e o metro.

**RECURSOS:**

- Caderno
- Caneta
- Lápis
- Régua
- Laboratório de informática

**PROCEDIMENTOS:**

Os alunos deverão pesquisar no laboratório de informática os diferentes tipos de medidas de comprimento baseadas no corpo humano usadas ao longo da história e as medidas de comprimento oficiais usadas hoje. Deverão pesquisar também o significado de medida padrão e instrumentos usados para medir.

Sites sugeridos:

[www.somatematica.com.br/.../comprimento/comprimento.php](http://www.somatematica.com.br/.../comprimento/comprimento.php) - [Em cache](#) - [Similares](#)

[www.inmetro.gov.br/.../unidLegaisMed.asp](http://www.inmetro.gov.br/.../unidLegaisMed.asp) - [Em cache](#) - [Similares](#)

## EXERCÍCIOS

- 1) De acordo com o que você pesquisou responda:
  - a) Escreva as unidades de medidas de comprimento eram (ou são) usadas no Brasil baseadas no corpo humano.
  - b) Explique o significa medida padrão.
  - c) Quais são as unidades de medida de comprimento?
  - d) Dentre as unidades de medida citadas na resposta anterior, quais são as mais usadas.
  
- 2) Desenhe os instrumentos mais comuns que são usados para medir comprimento.
  
- 3) Usando a régua ou fita métrica meça em centímetros os seguintes objetos em seguida transforme essa medida em metro.:
  - a) o seu caderno
  - b) a carteira
  - c) o quadro-negro
  - d) a sala de aula
  
- 4) Converse com seus avós ou com pessoas antigas (idosas) como eram as medidas quando eles eram crianças. Faça um relatório para entregar ( antes deve apresentar aos demais colegas).

## ATIVIDADE 2

### PONTO RETA E PLANO

**CONTEÚDO:** Ponto, reta e plano

**OBJETIVOS:**

Identificar ponto, reta e plano.

Reconhecer e representar ponto, reta e plano.

**RECURSOS:**

- Caderno
- Régua
- Papel sulfite
- Jornais
- Revistas
- Cola
- Tesoura

**PROCEDIMENTOS:**

O professor deverá dar aos seus alunos a noção de que o ponto não possui dimensões para representá-lo basta apenas fazer um ponto no caderno por exemplo. Usamos letras maiúsculas para fazer sua indicação. A reta é imaginada sem espessura, não tem começo nem fim e é ilimitada. Uma quadra esportiva ou piso da sala de aula nos dão noção de um plano. O plano é indicado por letras maiúsculas do alfabeto grego:  $\alpha$  (alfa),  $\beta$  (beta),  $\gamma$  (gama),....

Em seguida os alunos deverão realizar algumas atividades para demonstrar se realmente aprenderam.

**ATIVIDADES**

1) Observe a natureza, as construções, o transporte, os fios elétricos, as ruas, o céu, durante o trajeto da escola até sua casa. Liste os objetos que nos dão noção de:

a) Ponto:

b) Reta:

c) Plano:

2.) Pesquise em jornais e revistas figuras de objetos que nos não idéia de ponto, reta e plano. Recorte-as e cole em seu caderno formando grupos que apresentam semelhanças.

## CURIOSIDADES

### OS GREGOS E A GEOMETRIA

Sabemos que, muitos séculos antes do florescimento da cultura grega, tanto egípcios quanto babilônios já haviam construído canais de irrigação, aquedutos colossais e pirâmides orientadas pelo norte verdadeiro (não pelo magnético) com erro inferior a um grau ( $1^\circ$ ). Cortar imensos blocos de pedra com a finalidade de obter encaixes perfeitos e formar uma pirâmide é trabalho de geômetras de alto nível.

Esses povos, no entanto, nunca tiveram interesse em especular sobre espaço desocupado. Para eles, não havia forma ou espaço abstrato: as grandezas sempre estavam relacionadas com a quantidade de alguma coisa; as unidades de contagem sempre estavam relacionadas com a quantidade de sementes a plantar; o espaço imaginado era ocupado por plantações.... Coube aos gregos esse grande salto qualitativo; pela primeira vez, o intelecto humano volta-se para a forma divorciada do concreto.

Os pensadores gregos dedicaram-se a procurar - e achar – as relações internas das figuras que eles destacavam na natureza. Encontrando intenso prazer intelectual em suas descobertas, chegaram a acreditar que estariam às voltas com seres místicos, com os segredos da formação do cosmo.

No século III a.C., o matemático Euclides dedicou-se à exploração do espaço abstrato com base em definições e relações entre os elementos supostamente necessários à construção das figuras geométricas. Para ele, o ponto, a reta, o plano e outros seriam suficientes para o estudo das formas existentes. Estava inaugurando o verdadeiro método para explorar o Universo, que seria reproduzido, de modo semelhante, em vários outros campos da ciência. Basta lembrar que, na Academia de Platão, onde eles promoviam debates sobre os mais variados temas, lia-se logo à entrada: “Não entre quem não for geômetra”.

Pode-se considerar que, com o estudo da Geometria, o ser humano tomou consciência do abstrato e inaugurou seu exercício intelectual.

**Fonte:** Toledo e Toledo (2009)

### **ATIVIDADE 3**

#### **FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS E NÃO PLANAS**

**CONTEÚDO:** Figuras geométricas planas e não planas.

**OBJETIVOS:**

Diferenciar figuras geométricas planas (bidimensionais) e não planas (tridimensionais).

Identificar em seu ambiente figuras planas e não planas.

**RECURSOS:** Régua, lápis, papel sulfite, papel colorido, tesoura, cola, embalagens diversas.

**ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO:** Em duplas, se necessário com auxílio do professor.



**PROCEDIMENTOS:** Cada aluno deverá trazer para a aula os materiais acima que deverão ser solicitados com antecedência. Após breve explicação do professor sobre figuras geométricas planas e não planas, os alunos deverão fazer o contorno de algumas faces das embalagens em papel colorido. Essas figuras deverão ser recortadas e coladas em papel sulfite. Como todos os pontos dessas figuras estão apoiadas sobre o mesmo plano deverão ser identificadas como figuras planas ou bidimensionais. Em seguida as embalagens devem ser analisadas e devem ser classificadas como sólido geométrico (figura não plana ou tridimensional). Poderão também desmanchar essas embalagem e observar o resultado dessa transformação

**Observação:** Figura plana é aquela que possui todos os pontos apoiados sobre o mesmo plano. Por exemplo, uma gravura qualquer. Figura não plana é aquela que tem os pontos apoiados em planos diferentes. Por exemplo, uma caixa de giz sobre a mesa.

#### **ATIVIDADES**

- 1) Desenhe em papel colorido o contorno de algumas embalagens. Recorte e cole em seu caderno essas figuras.
  - a) Que nome recebe cada figura?
  - b) Verifique como elas podem ser chamadas. Planas (bidimensionais) ou não planas (tridimensionais). Escreva a sua justificativa.
- 2) Como devem ser classificadas as embalagens?
- 3) Desmanche uma embalagem somente descolando as partes coladas. Cuidado para não rasgar. Explique o que aconteceu com essa embalagem principalmente com relação a forma.

Sugestão:Pesquisar e assistir no You tube filmes sobre Theo Jansen.

### **ATIVIDADE 4**

#### **ESTUDANDO TRIÂNGULOS**

**CONTEÚDO:** Triângulos

**OBJETIVOS:**

Identificar e representar triângulos.

Reconhecer e representar os vértices, os lados e os ângulos internos de um triângulo.

Classificar e representar triângulos, considerando as medidas de seus lados.

Classificar e representar triângulos, considerando as medidas de seus lados.

Calcular o perímetro de um triângulo

Calcular a área de um triângulo.

**RECURSOS:**

- Régua
- Lápis
- Caderno
- Papel colorido de várias cores.
- Laboratório de informática

**PROCEDIMENTOS:**

Os alunos deverão pesquisar no laboratório de informática sobre triângulos: elementos, classificação de acordo com os lados e de acordo com os ângulos, perímetro e área. Os alunos deverão apresentar os resultados dessa pesquisa através de registro escrito e recorte das figuras em papel colorido. O professor poderá também levar para a sala de aula vários triângulos diferentes em papel cartão, cartolina colorida ou EVA recortados. Cada aluno, após a pesquisa deverá ser capaz de identificar os elementos dos triângulos, classificar de acordo com os lados e o ângulos, calcular o perímetro e a área.

## LEMBRE-SE

- Em todo triângulo, a medida do comprimento de cada lado é menor que a soma das medidas dos comprimentos dos outros dois lados.

- Perímetro é a soma da medida dos lados.

- Os triângulos são classificados de acordo com os ângulos em:

**Retângulo** apresenta um ângulo reto ( $90^\circ$ );

**Acutângulo** apresenta três ângulos agudos ( com menos de  $90^\circ$ )

**Obtusângulo** apresenta um ângulo obtuso ( com mais de  $90^\circ$ )

- Os triângulos são classificados de acordo com os lados em:

**Eqüilátero** todos os lados são iguais.

**Isósceles** dois lados são iguais.

**Escaleno** os três lados são diferentes.

- Para encontrar a área de um triângulo basta multiplicar a base pela altura em seguida dividir por dois.

## ATIVIDADES

- 1) Desenhe em seu caderno um triângulo um triângulo retângulo, um triângulo acutângulo e um triângulo obtusângulo em seguida calcule seu perímetro.
- 2) Escolha três triângulos diferentes desenhe-os em seu caderno, classifique-os de acordo com os lados e calcule sua área.
- 3) Utilizando malha quadriculada ou papel quadriculado faça uma composição com triângulos utilizando apenas três cores diferentes.

## ATIVIDADE 5

### QUADRILÁTEROS

**CONTEÚDO:** quadriláteros.

**OBJETIVOS:**

Identificar e representar quadriláteros.

Reconhecer e representar os vértices, os lados e os ângulos de um quadrilátero.

Identificar e representar paralelogramos.

Reconhecer paralelogramos especiais: retângulo, losango e quadrado.

Identificar e representar trapézios.

Calcular a área e o perímetro dos diversos quadriláteros.

**RECURSOS:** livro didático, régua, lápis, papel colorido.

**ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO:** Em duplas.

**PROCEDIMENTO:** Os alunos deverão pesquisar em seu livro, com a orientação do professor sobre os quadriláteros. O resultado da pesquisa deverá ser formalizado através do desenho, recorte e classificação dos quadriláteros. O professor deverá apresentar aos alunos diversos quadriláteros já recortados em cartolina ou EVA. Cada aluno deverá reconhecer e identificar cada um deles reconhecendo os elementos, o nome, como calcular o perímetro e a área. Além disso deverão observar a sua sala de aula demais dependências da escola e identificar os as diferentes formas geométricas existentes.

### **ATIVIDADES**

- 1) Observe a sua sala de aula e escreva quais as formas geométricas você encontra.
- 2) Qual é a forma predominante? Como você pode calcular sua área? E seu perímetro?
- 3) Qual o instrumento e qual a unidade de medida de comprimento é mais adequada para medir:
  - a) o caderno
  - b) o livro de matemática
  - c) a carteira
  - d) o quadro negro
  - e) o piso
  - f) a parede
- 4) Usando régua ou fita métrica calcule o perímetro e a área de cada item citado na atividade anterior.
- 5) Pesquise imagens da obra de Alfredo Volpi e de Paul Klee. Com papel colorido de diversas cores construa sobre uma cartolina preta ou papel cartão a releitura de uma dessas obras.

## ATIVIDADE 6

### PASSEIO EM VOLTA DO QUARTEIRÃO EM QUE A ESCOLA ESTÁ SITUADA

**CONTEÚDO:** geometria e medidas.

**OBJETIVOS:**

- Observar a geometria presente nas construções.
- Reconhecer a geometria presente na divisão do espaço.
- Cronometrar o tempo gasto para o percurso no quarteirão em volta da escola.
- Verificar a vegetação presente nessa região.

**RECURSOS:** caneta, prancheta, papel.

**TEMPO PREVISTO PARA A ATIVIDADE:** uma aula.

**PROCEDIMENTOS:** Após os alunos terem estudado as principais figuras geométricas planas, área e perímetro, deverão realizar um passeio em volta do quarteirão da escola para observar a divisão dos terrenos, ocupação, a geometria nas construções e a vegetação existente. Cada aluno deverá apresentar um relatório do passeio e desenhar o que mais chamou sua atenção.

**Sugestão:** Essa atividade poderá ser realizada de forma interdisciplinar com as demais disciplinas como: arte, história, geografia, ciências e português. Poderão ser explorados aspectos históricos como por exemplo a história do bairro e da escola, tempo de existência, alterações geográficas, da vegetação, das construções, etc.

## ATIVIDADE 7

### FIGURAS SEMELHANTES, ESCALA E PLANTA BAIXA

**CONTEÚDO:** Figuras semelhantes, escala e planta baixa.

**OBJETIVOS:**

Identificar figuras semelhantes.

Reconhecer a importância da escala de um desenho e o seu significado.

Ler a escala de um desenho.

Calcular as dimensões de uma casa e de cada um dos seus cômodos a partir do desenho da planta baixa.

Construir a planta baixa da sala de aula.

**RECURSOS:**

Régua

Lápis

Fita métrica

Papel quadriculado

Papel milimetrado

Folders de propaganda de imóveis fornecidos pelo mercado imobiliário

Mapas

**ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO:** Em grupos de no máximo quatro alunos, porém todos devem realizar a atividade.

**PROCEDIMENTOS:**

O professor deverá dar aos seus alunos noções de proporcionalidade (figuras semelhantes – figuras que tem a mesma forma) partindo de exemplos práticos da própria sala de aula. Por exemplo: deverão comparar se são semelhantes o teto e o piso; a porta

e o quadro negro; a mesa com as carteiras e assim por diante, através de diversos questionamentos para que os alunos percebam formas, ângulos, dimensões até perceber que os alunos estão dominando o assunto. Deverá em aula anterior pedir aos alunos que tragam para a aula folders com propaganda de imóveis fornecidos pelo mercado imobiliário. Com o auxílio desses folders deverá iniciar a discussão sobre os desenhos dos imóveis (prédios, casas) que são semelhantes ao tamanho original dos imóveis construídos. Nesse momento poderá explicar que o recurso usado para que o desenho seja semelhante ao imóvel construído é a escala. Também deverá levar alguns mapas para que os alunos observem a escala. Deverá explicar o que é escala e sua utilidade. Poderão observar também nesses folders o desenho da planta baixa e a importância da mesma em uma obra durante sua execução, também para o comprador que irá adquirir esse imóvel. Em seguida os alunos deverão construir a planta baixa da sala de aula, primeiramente sem o uso da escala apenas usando papel quadriculado. Em seguida deverão desenhar a planta baixa usando a escala.

### **Observações:**


- Nas figuras semelhantes a razão entre cada par de medidas correspondentes é a mesma.
- O processo utilizado para reduzir ou aumentar um desenho, sem alterar a forma, é denominado escala. Por exemplo 1 cm da planta (1 m da casa ou 1 : 100 (escala de 1 por 100)).

### **ATIVIDADES**

- 1) Imagine que você está olhando sua sala de aula de cima para baixo. Agora desenhe em papel quadriculado o que observou.
- 2) Usando fita métrica ou régua meça o comprimento e a largura dos seguintes objetos de sua sala de aula. Anote essas medidas em centímetros.
  - a) Quadro negro
  - b) Carteiras
  - c) Mesa do professor

- d) Porta
- e) Janelas
- f) Piso

3) Faça a conversão das medidas anotadas na atividade anterior em metros.



Para transformar uma medida de centímetros para metro dividimos por cem (100), porque em um metro cabem cem centímetros.

Para converter uma medida de metro para centímetro realizamos a operação inversa, ou seja, multiplicamos por cem.

4) Construa novamente a planta baixa de sua sala de aula em papel milimetrado usando a seguinte escala 2:100. Não esqueça que a parede tem uma espessura. Compare com a planta baixa da atividade 1. Veja se existem semelhanças e diferenças. Anote a sua conclusão.

## ATIVIDADE 8

### CONFECÇÃO DA MAQUETE

**CONTEÚDO:** geometria e proporcionalidade.

**OBJETIVOS:**

Aplicar conceitos de medidas, geometria, escala, e planta baixa.

Ampliar e reduzir escalas.



Calcular área do quadrado e do retângulo.

Construir a maquete da sala de aula.

Verificar se os conceitos estudados nas etapas anteriores foram assimilados.

### **RECURSOS:**

- Régua
- Lápis
- Tesoura
- Estilete
- Cartolina
- Papelão
- Isopor
- Palitos
- Cola
- Alfinete
- Tinta de diversas cores

**ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO:** Em grupos de no máximo quatro alunos. Cada grupo deverá fazer uma maquete.

### **PROCEDIMENTOS:**

A construção da maquete é um trabalho artesanal agradável. A sala de aula se transforma em uma oficina.

O primeiro passo para a construção da maquete é a escolha do material adequado, deve ser a critério de cada grupo em aulas anteriores, Pode ser cartolina, papelão, madeira, isopor e outros. Com isopor fica menos trabalhoso para lidar. Para a base deve ser usado um material firme. A planta baixa deverá ser ampliada de acordo com o tamanho da maquete que irá construir. Todas as medidas da sala deverão ser adequadas com a escala usadas na planta baixa. É necessário fazer um levantamento de todas as peças e suas respectivas medidas. Deverão ser desenhadas todas as partes necessárias para a confecção da maquete sobre o material, efetuando o corte. Após tudo estar

devidamente cortado é só montar. O Professor deverá supervisionar as atividades para que não haja desperdício de material.

## **ATIVIDADES**

Para a confecção da maquete da sua sala de aula siga as seguintes instruções:

### **1º Passo:**

Forme grupos de no máximo quatro alunos.

### **2º Passo:**

Escolha o material que o grupo julgar mais adequado para confeccionar a maquete. Pode ser cartolina, isopor, madeira, papelão e outros. Com isopor fica mais fácil para lidar. É importante que a base seja de um material firme.

### **3º Passo:**

Amplie a planta baixa da sala, se desejar poderá usar o desenho da atividade número 7 (sete).

### **4º Passo**

Calcule os valores correspondentes da maquete a partir das medidas reais da sala.

Para fazer o desenho, primeiro faça uma tabela que mostre todas as dimensões que você tem. Depois usando a escala adequada, calcule o valor do comprimento dos segmentos que representarão estas dimensões.

### **5º Passo**

Faça um levantamento do número de paredes e de peças que serão necessárias.

### **6º Passo**

Desenhe cada uma das partes sobre o material.

### **7º Passo**

Recorte todas as peças. Monte a maquete.

## REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. Modelagem e Modelos Matemáticos na Educação Científica. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**: Universidade Estadual de Feira de Santana, v.2, n.2, p.69-85, jul.2009.

BASSANEZI, Rodney C. **Ensino aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo. Contexto, 2009.

BIEMBENGUT, Maria Salete ; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo. Contexto, 2005.

BURAK, D. **Modelagem Matemática e a Sala de Aula**. Disponível em: <http://dionisiobrak.com.br/EPEM.pdf>. Acessado em 27/09/2010

CASTORINA, J. A. et. all. **Piaget – Vygotsky**: Novas contribuições para o debate. 6 ed. São Paulo. Ática, 2003.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte. Autêntica, 2005.

DANTE, Luis Roberto. **Didática da resolução de problemas de Matemática**. São Paulo. Ática, 2005.

DCEs: **DIRETRIZES CURRICULARES DA EDUCAÇÃO BÁSICA**

**MATEMÁTICA**. Governo do Paraná. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. Departamento de Educação Básica. 2008.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula**. São Paulo. Livraria da Física, 2009.

MOISÉS, Lúcia. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. 3 ed. Campinas. Papirus, 2001.

MOREIRA, M. A. e MASINI, E. S. **Aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo. Moraes, 1982.

RAMOS, M.N. **A contextualização no currículo de ensino médio**: a necessidade da crítica na construção do saber científico. Mimeo, 2004?

TOLEDO, M. B. A. e TOLEDO, M. A. **Teoria e prática de matemática: como dois e dois**. São Paulo. FTD, 2009.

<http://www.matemática.seed.pr.gov.br/modules/notícias/article.php?storyid=378>.

Acessado em 21/03/2011

# MODELAGEM MATEMÁTICA ATRAVÉS DA CONSTRUÇÃO DE MAQUETES NO 7º ANO

Autor: Marli Lourdes de Vargas Terres<sup>1</sup>

Orientador: Antonio Amílcar Levandoski<sup>2</sup>

## Resumo

Este artigo apresenta os resultados da implementação do projeto “Modelagem matemática através da construção de maquetes no 7º ano”, na área de tendências matemáticas. A atividade foi desenvolvida com alunos do 7º ano do Colégio Estadual Senador Manoel Alencar Guimarães no Bairro Mercês, na cidade de Curitiba, Paraná. A modelagem foi utilizada como estratégia de ensino. Situações diversas da sala de aula como formas geométricas, perímetro, área, razão, proporção, escala, planta baixa foram desenvolvidas com os educandos. Conceitos diferenciados foram aplicados na modelagem através de alguns recursos utilizados na sociedade, que auxiliaram na construção das maquetes, como: folder de divulgação de empreendimentos imobiliários que contém a planta baixa do imóvel anunciado. Esse material permite selecionar os elementos matemáticos como base da produção da planta baixa da sala de aula, desenvolver o conceito de dimensão, proporção e escala matemática, formalizados na construção da maquete da sala de aula. Tudo isso foi feito para que se atingissem os objetivos propostos. As atividades desenvolvidas permitiram aos estudantes uma maior compreensão dos conteúdos trabalhados.

**Palavras-chave:** Modelagem matemática. Maquete. Geometria.

---

<sup>1</sup> Professora Especialista em Magistério de 1º e 2º graus pelo Instituto Brasileiro de Pós-Graduação e Extensão (IBPEX). Graduada em Ciências com habilitação em Matemática através das Faculdades Reunidas de Administração, Ciências Contábeis e Ciências Econômicas de Palmas (FACEPAL)

<sup>2</sup> Mestre em Engenharia de Produção- UFSC. Professor do Departamento Acadêmico de Matemática da UTFPR (Unidade Curitiba).

## **1. Introdução**

De acordo com dados estatísticos publicados no jornal Folha de São Paulo em 13/09/2010, um quinto dos alunos que terminam o ensino médio no Brasil não sabe em matemática nem o que se espera que um estudante do 5º ano (ou 4ª série) do fundamental saiba. Apenas 11% têm conhecimento adequado para este nível de ensino da disciplina. No caso, estudantes com conhecimento abaixo do 5º ano fazem apenas operações básicas como soma e divisão. Ao se depararem com gráficos com mais de uma coluna ou na hora de converter medidas apresentam dificuldades. Os dados foram obtidos pela Folha a partir da Prova Brasil e do Saeb, exames do Ministério da Educação, que avaliam os alunos das escolas públicas e particulares em matemática e português.

Na comparação com 2005, o resultado de 2009 de alunos com nível adequado caiu de 13% para 11%. Em matemática, aumentou de 20% para 33% o percentual de alunos com conhecimento adequado ao 5º ano.

De acordo com Ramos (Folha de São Paulo, 13/09/2011), nas séries iniciais é mais fácil ensinar operações básicas. Nos níveis seguintes, a matéria fica mais complexa, e faltam professores com formação específica.

A pedagogia tradicional ainda permanece em nossas escolas. Apatia e desmotivação para aprender matemática são conseqüências da maneira como os conteúdos são ensinados, muitas vezes usando listas de exercícios de repetição descontextualizados.

Diante dessa situação, torna-se imprescindível repensar o ensino da matemática. Devem-se buscar alternativas de pesquisa e meios para que a matemática seja contextualizada e que os assuntos apresentados sejam significativos. O novo cidadão deverá ter capacidade de enfrentar os desafios, analisar, refletir e tomar decisões.

Para tanto, este estudo mostra os conceitos da modelagem matemática, para que o aluno aprenda com mais facilidade cálculos de perímetro, área, formas geométricas, medidas e escala, tornando a matemática interessante de ser trabalhada.

## **2. Ensino da Matemática**

A matemática tem sido uma poderosa ferramenta utilizada para solucionar problemas do cotidiano, compreender e interpretar a natureza. O ensino da matemática precisa voltar-se para a promoção do conhecimento humano e habilidade para utilizá-lo. Isso significa ir além da simples resolução de problemas, muitas vezes, sem significado para o aluno.

A modelagem matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente. Isso porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problema por meio de pesquisa, desenvolvendo o seu interesse e aguçando seu senso crítico. (BIEMBENGUT & HEIN, 2005, p.18)

A matemática tem sido ensinada de forma mecânica, descontextualizada e fragmentada. Para que se possa lidar com problemas reais é necessário que o observador tenha grande flexibilidade e domine conhecimentos variados.

Surge, nos meios educacionais, uma nova educação matemática, onde os conceitos estudados tenham uma ligação com o mundo real. A partir do momento que o aluno percebe onde pode usar a matemática formal ensinada nas escolas, ela passa a ter outro significado.

Para Ausubel (MOREIRA & MASINI, 1982, p.8), aprendizagem significativa é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo. A aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se em conceitos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva de que aprende. Estrutura cognitiva significa uma estrutura hierárquica das abstrações da experiência do indivíduo, os conceitos.

Segundo Ausubel (MOREIRA & MASINI, 1982, p.9), a aprendizagem de novas informações com pouca ou sem nenhuma associação com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva é a mecânica. A nova informação é armazenada de maneira arbitrária. Não há interação entre a nova informação e aquela já armazenada.

A arte de expressar situações problema de nosso meio está presente desde os primórdios da nossa história. A representação formal de vivências se deu através da sistematização das idéias presentes na tentativa de solucionar problemas do dia a dia. Portanto, a modelagem é tão antiga quanto a própria Matemática.

A modelagem matemática tem se apresentado como uma metodologia alternativa para o ensino da matéria de matemática, pois o aluno tem a oportunidade de experimentar, testar, analisar, comprovar e tomar decisões.

Segundo Bassanezi (2009, p.16) a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

De acordo com Biembengut & Hein (2005, p.9) a Matemática é o alicerce de quase todas as áreas do conhecimento e dotada de uma arquitetura que permite desenvolver os níveis cognitivo e criativo. Tem sua utilização defendida nos mais diversos graus de escolaridade, como meio para fazer emergir essa habilidade em criar, resolver problemas, modelar. Todas as ciências dependem da matemática. Através da matemática, as leis do universo podem ser expressas em uma linguagem acessível ao homem. O principal desafio dos sistemas de ensino é despertar nas novas gerações o interesse pela Matemática e pelas ciências em geral, pois o uso de novas tecnologias está diretamente ligada ao uso da matemática.

A educação inspirada nos princípios da liberdade e da solidariedade humana tem por fim o preparo do indivíduo e da sociedade para o domínio dos recursos científicos e tecnológicos que lhes permitem utilizar as possibilidades e vencer as dificuldades do meio (Lei 4024 – 20/12/61)

De acordo com Bassanezi (2009, p.18) o objetivo fundamental do “uso” da matemática é, de fato, extrair a parte essencial da situação-problema e formalizá-la em um contexto abstrato onde o pensamento possa ser absorvido com extraordinária economia de linguagem.

A busca do conhecimento científico deve consistir em:

- Aceitar somente aquilo que seja claro;
- Dividir os grandes problemas em problemas menores;
- Argumentar partindo do simples para o complexo;
- Verificar o resultado final.

### **3. A modelagem matemática na sala de aula**



A modelagem matemática enquanto metodologia alternativa parte do seguinte princípio: o interesse do grupo ou dos grupos. Isso permite encontrar na psicologia argumentos que norteiam esse princípio sustentador.

Segundo Cunha (2000, p. 74) Piaget diz que se não houver vínculos desafiadores entre o indivíduo e a matéria a ser ensinada, o educando não será impulsionado a estudar.

Para Piaget (CASTORINA, J. A. ET. ALL, 2003 p.17) o sujeito constrói seu mundo de significados ao transformar sua relação com o real, penetrando cada vez mais o objeto do conhecimento em sua própria maneira de pensar.

De acordo com Cunha (2000, p. 74) na concepção epistemológica de Piaget, o aluno na sala de aula deve ser despertado para a relevância daquilo que vai ser ensinado. O conhecimento acontece da ação do Sujeito sobre o objeto, isso provoca um desequilíbrio. Esse desequilíbrio exerce uma pressão sobre o Sujeito desencadeando motivação interna para agir sobre o objeto. O conhecimento acontece quando o Sujeito age para superar o desequilíbrio.

O desenvolvimento cognitivo do indivíduo acontece através de constantes desequilíbrios e equilibrações.

Para Cunha (2000, p.77), Piaget diz que para ocorrer o equilíbrio é necessário que sujeito e objeto estabeleçam uma relação que envolve dois processos, as vezes simultâneos: a assimilação e a acomodação. A assimilação é um processo externo que faz com que o homem incorpore idéias. O sujeito tenta compreender o objeto trazendo-o para esses referenciais. Acomodação acontece quando as estruturas antigas são modificadas pela aquisição de conhecimento, informações e comportamentos, com propósito de ajustar essa nova situação. Quando o indivíduo tem interesse por algum fato ou sente necessidade de conhecê-lo acontece um desequilíbrio que provoca uma ação. Satisfeita essa necessidade, volta ao estado de equilíbrio, e assim sucessivamente.

A adoção da Modelagem Matemática, como uma alternativa Metodológica para o ensino da Matemática, pretende contribuir para que gradativamente se vá superando o tratamento estanque e compartimentalizado que tem caracterizado o seu ensino, pois, na aplicação dessa metodologia, um conteúdo matemático pode se repetir várias vezes no transcorrer do

conjunto das atividades em momentos e situações distintas.  
(BURAK, 2010, p.4)

Na modelagem matemática o processo é compartilhado com o grupo de alunos. Segundo Burak (2010, p.2) o processo gerado a partir do interesse do grupo resulta em ganho para a aprendizagem, pois o grupo ou os grupos de alunos trabalham com aquilo que gostam, aquilo que para eles apresenta significado, por isso tornam-se co-responsáveis pela aprendizagem. Decorrem daí aspectos importantes a serem destacados:

- Maior interesse do(s) grupo(s). O trabalho parte de temas propostos pelo grupo. O ensino da Matemática torna-se mais dinâmico, mais significativo, sobre determinado conteúdo a partir do conhecimento que o aluno já possui sobre o assunto. Isso permite o estabelecimento de relações matemáticas, a compreensão e o significado dessas relações.

- Interação maior no processo de ensino aprendizagem. Há maior possibilidade para a socialização do conhecimento dentro desse grupo e em seguida para os demais grupos.

- Demonstração de uma forma diferenciada de conceber a educação e, adoção de uma nova postura do professor. O papel do professor fica redefinido, ele passa a se constituir como mediador entre o conhecimento elaborado e o conhecimento do grupo.

O compartilhamento do processo na modelagem matemática favorece o estabelecimento de vínculos afetivos entre alunos e entre alunos e professores, isso representa ponto positivo.

Para dar conta dos aprendizados escolares e sua conexão com o desenvolvimento, Vygotsky produz a hipótese da “zona de desenvolvimento proximal”, que evidencia o caráter orientador da aprendizagem. Trata-se de um espaço “dinâmico”, no qual aquilo que uma criança só puder fazer com a ajuda de outro, no futuro poderá fazer sozinha. A intervenção de professores ou outros adultos contribui para orientar o desenvolvimento rumo à apropriação dos instrumentos de mediação cultural.  
(CASTORINA, 2003 p.19).

Para fins de encaminhamento do trabalho em sala de aula, a Modelagem Matemática é desenvolvida em cinco etapas:

- Escolha do tema
- Pesquisa exploratória- o conteúdo a ser trabalhado é definido
- Levantamento dos problemas;
- Resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da matemática relacionada ao tema;
- Análise crítica da(s) solução(es)

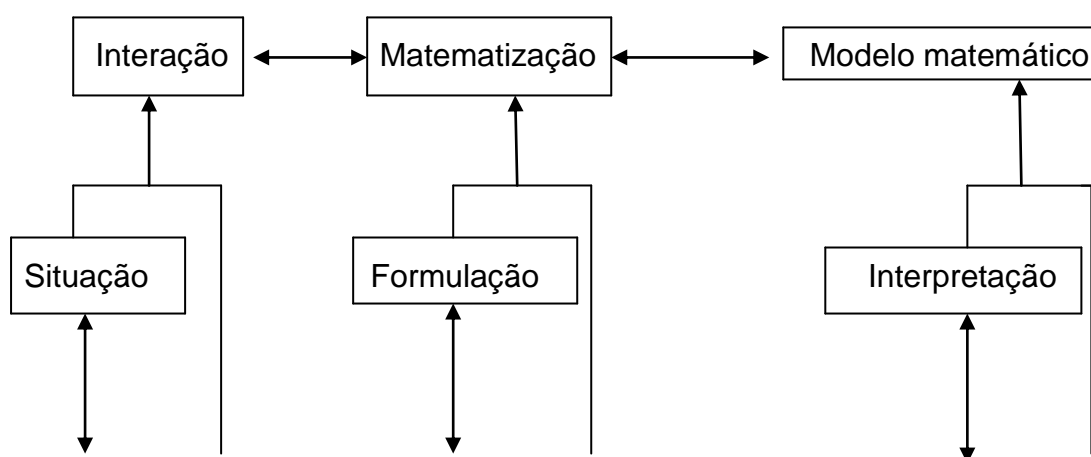
O professor sugere que os alunos formem grupos, incentivando-os na escolha do tema. Essa escolha nem sempre atende a todos os membros do grupo. A atuação do professor nesse momento volta-se para a utilização de estratégias que facilitem a escolha de um tema abrangente e motivador, sobre o qual seja fácil obter informações.

A característica dos problemas na modelagem matemática é distinta dos trabalhos nos livros didáticos, pois são provenientes da coleta de dados, de natureza quantitativa e qualitativa, oriundos da pesquisa exploratória.

- São elaborados a partir de dados da pesquisa;
- Estimulam a busca e a organização de dados;
- Favorecem à compreensão de uma determinada situação.

O conteúdo matemático a ser trabalhado é determinado por problemas levantados em decorrência da pesquisa de campo, que passa a ganhar importância e significado. É nessa etapa que se oportuniza a construção dos modelos matemáticos que, embora simples, é um momento privilegiado e rico para a formação do pensar matemático. No ensino usual ocorre o contrário, o conteúdo a ser trabalhado é estabelecido pelo programa.

#### Dinâmica da modelagem matemática



Familiarização

Resolução

Validação

---

Interação – Após definir o que se pretende estudar, é necessário um estudo indireto (revistas, livros, jornais, entre outros) ou direto através da pesquisa de campo. Esta etapa está subdividida em duas, reconhecimento da situação-problema e familiarização. A situação-problema torna-se mais clara à medida que se interage com os dados. A contribuição de um matemático pode ser fundamental no sentido de direcionar a pesquisa.

Matematização – nessa etapa acontece a tradução da situação-problema para a linguagem matemática. O objetivo principal é chegar a um conjunto de expressões aritméticas, fórmulas, equações algébricas, gráfico, ou representações, que permitam a resolução do problema. Em seguida passa-se à resolução ou análise do problema, isso requer um aguçado conhecimento do ferramental que se dispõe.

Modelo matemático – Para concluir o modelo torna-se necessária uma análise para testar o grau de confiabilidade na sua utilização. Também é necessário verificar a sua adequabilidade, avaliando se a solução é significativa (validação). A interpretação dos resultados obtidos através dos modelos pode ser feita com o uso de gráfico das soluções que facilita a avaliação das previsões ou mesmo sugerir um aperfeiçoamento dos modelos. Se o modelo não atender às necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado na segunda etapa matemática.

Encerrando a etapa do processo pode-se deixar um precedente para uma retomada e possível melhoria do modelo.

Novos desafios podem ser propostos aos alunos, de modo a estimulá-los a pensar, levantar hipóteses e testá-las.

## **4 – Modelo proposto**

### **4.1 – Metodologia**

A metodologia proposta foi a modelagem matemática como metodologia alternativa. Foi elaborada uma proposta para trabalhar a teoria aliada à prática através da construção da maquete da sala de aula.

#### **4.2 – Sujeitos da pesquisa**

A implementação desse projeto ocorreu com 26 alunos da 6ª série (7º ano) do Colégio Estadual Senador Manoel Alencar Guimarães no Bairro Mercês, Curitiba. Todos com faixa etária adequada, inteligentes, criativos e bastante agitados.

A escola possui aproximadamente 800 alunos no ensino fundamental e médio, funciona nos períodos da manhã, tarde e noite, sendo que a maioria é oriunda de bairros vizinhos.

#### **4.3 – Proposta de trabalho**

O objetivo desse projeto foi trabalhar os conceitos matemáticos: ponto, reta e plano; figuras bidimensionais e tridimensionais; triângulos; quadriláteros; semelhança; escala e planta baixa, de forma contextualizada para que pudessem perceber a aplicação no cotidiano formalizados na construção da maquete da sala de aula.

#### **4.4 – Desenvolvimento das atividades**

A primeira atividade desenvolvida foi identificar ponto, reta e plano, observando a natureza, as construções, o transporte, os fios elétricos, as ruas, o céu, durante o trajeto da escola até sua casa. Em seguida, deveriam listar objetos,

pesquisar e recortar figuras em jornais, revistas, destacando o ponto, a reta e o plano.

A segunda atividade realizada foi diferenciar figuras geométricas planas (bidimensionais) e não planas (tridimensionais). Para isso, deveriam trazer para a aula diferentes embalagens. Desenharam as faces, fizeram a planificação. Perceberam que as figuras bidimensionais são as que têm todos os pontos apoiados sobre a carteira e as demais são tridimensionais. Além disso, classificaram e separaram em grupos de acordo com as semelhanças.

Na terceira etapa, pesquisaram no laboratório de informática sobre triângulos: elementos, classificação de acordo com os lados e de acordo com os ângulos, perímetro e área. Os resultados dessa pesquisa deveriam ser apresentados através de registro escrito e recorte das figuras em papel colorido.

A quarta atividade realizada foi o estudo dos quadriláteros através de pesquisa sob a orientação do professor. Foram apresentados diversos quadriláteros já recortados em cartolina, EVA, madeira e isopor. Cada aluno deveria identificar cada um deles pelo nome, reconhecer seus elementos, calcular perímetro e área.

Em seguida foi feita a pesquisa de campo propriamente dita, ou seja, a observação da sala de aula. Os educandos registraram a forma geométrica predominante, o instrumento adequado para medir seus componentes, realizaram as medidas, calcularam o perímetro e a área. Além disso, pesquisaram na internet imagens das obras de Alfredo Volpi e Paul Klee. Perceberam que na arte também está presente a matemática.

A etapa seguinte foi identificar figuras semelhantes; reconhecer a importância da escala de um desenho e o seu significado, ler uma escala. Calcular as dimensões de uma casa e de seus cômodos a partir do desenho da planta baixa e construção da planta baixa da sala de aula.

Alguns mapas e folders de divulgação de empreendimentos imobiliários foram observados para analisar a planta baixa.

Com uso de régua e papel milimetrado construiu-se a planta baixa da sala de aula na escala 1:25, que depois foi ampliada para a escala 1:50, tamanho ideal para a confecção da maquete na etapa seguinte.

A última fase do trabalho foi a construção da maquete. Os alunos formaram grupos de quatro integrantes. Verificaram os materiais que poderiam ser utilizados, levantaram pontos positivos e negativos de cada um.

Como anteriormente já haviam desenhado a planta baixa com tamanho ideal para a maquete, foi necessário desenhar cada peça sobre o material escolhido, recortar e montar. Para finalizar o trabalho, realizaram a pintura, sendo fiéis ao original em tudo.

### **GTR (Grupo de Trabalho em Rede)**

Outra parte importante foi o Grupo de Trabalho em Rede (GTR) grupo de estudos on-line, no qual participaram treze professores da rede estadual de diversos municípios do Estado do Paraná. Isso ocorreu nos meses de outubro, novembro e dezembro.

Na primeira fase, houve um fórum de apresentação dos participantes, onde cada um pôde dizer da sua origem, de sua formação, onde e com quem atuam.

Na segunda fase ocorreu a socialização e a análise desse projeto e das atividades propostas. Cada professor discorreu sobre o projeto e um participante comentou que “O que me chamou a atenção no Projeto é quando ele recorre do princípio muito simples, mas fundamental na matemática: a observação”.

Outro professor sugeriu para se observar tudo em volta da pessoa, pois ali a matemática está inserida. O projeto demonstra a importância da observação até mesmo do professor na sala de aula para atividades simples, ele também trabalha com material concreto ao alcance de todos na sala de aula.

Todos puderam estudar a possibilidade de aplicação das atividades sugeridas.

Coordenar um grupo de estudos on-line foi uma atividade inédita e interessante. Não imaginava que seria capaz. Foi ótimo poder trocar idéias sobre o projeto e as atividades sugeridas com vários colegas. O diálogo e a troca de informações são enriquecedores

## **5 - Análise dos resultados**

A primeira atividade “Estudo do ponto, reta e plano” teve boa aceitação e participação por parte dos educandos. Todos conseguiram realizar a atividade com facilidade.

Essa atividade veio de encontro com o que diz Ramos (2004, p.2) o processo de ensino-aprendizagem contextualizado é um importante meio de estimular a curiosidade e fortalecer a confiança do aluno.

Durante a realização da segunda atividade diferenciação de figuras bidimensionais e tridimensionais, houve grande envolvimento e participação. O simples fato de procurarem e trazerem as embalagens para a escola provocou grande curiosidade. O conhecimento surge da interação entre o sujeito e o objeto do conhecimento, segundo Piaget (1998).

Sair da sala de aula e ter aula em outro local é interessante para os alunos, especialmente no laboratório de informática. Durante a pesquisa tudo deu certo, a maioria tem familiaridade com o computador. Os registros ficaram bons apenas na hora de desenhar e recortar os triângulos, alguns tiveram dificuldade por não estarem habituados a usar a régua.

Segundo Cunha (2000, p. 74) Piaget diz que se não houver vínculos desafiadores entre o indivíduo e a matéria a ser ensinada o educando não será impulsionado a estudar.

A execução da quarta atividade foi um pouco agitada, cada um queria manusear a fita métrica para medir ao mesmo tempo. Aos poucos, tudo foi se acalmando. Na hora de anotar, veio a dúvida: se deveriam anotar em centímetro ou em metro. Tornou-se necessário o estudo da conversão entre medidas especialmente de metro para centímetro.

. [...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. Essas se constituem como integrantes de outras disciplinas ou do dia-a-dia; os seus atributos e dados quantitativos existem em determinadas circunstâncias (BARBOSA, 2001, p. 06).

Na realização da quinta etapa “Reconhecimento da importância e construção da planta baixa da sala de aula”, as atividades foram bastante trabalhosas, o tempo gasto foi mais do que o dobro que havia sido previsto, muitos alunos apresentaram



dificuldades para realizá-las. Apesar de tantas dúvidas, fizeram um trabalho de qualidade.

Para Bassanezi (2009, p.20) o modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado.

Por ser uma atividade inédita, deu bastante confusão, nem sempre os alunos estavam acostumados a respeitar a idéia do colega. Eles tiveram muitas dúvidas que foram sanadas no decorrer do processo.

Houve um envolvimento total por eles e o resultado foi melhor do que o esperado. Houve muita emoção quando o trabalho foi concluído.

[...] aprender Matemática é mais do que manejar fórmulas, saber fazer contas ou marcar x nas respostas: é interpretar, criar significados, construir seus próprios instrumentos para resolver problemas, estar preparado para perceber estes mesmos problemas, desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de conceber, projetar e transcender o imediatamente sensível (PARANÀ, 1990,p. 66).

## **6 - Conclusões**

A realização desse projeto não foi nada fácil, deu bastante trabalho. Houve muitas horas de sono perdidas, pois a clientela trabalhada era um tanto agitada.

Pode-se notar que os alunos que tem dificuldades para fazer registro de cálculos são excelentes para desenhar, medir, recortar, pintar, enfim, realizar atividades diversas.

As informações veiculam com velocidade fantástica, tudo acontece com rapidez. Há vários modelos de configuração familiar. Os valores já não são os mesmos de outrora, as novas gerações são impacientes, querem as coisas imediatamente sem esforço ou compromisso. Tudo mudou, apenas a escola continua a mesma. Estamos presos demais ao livro didático e ao ensino tradicional o que é novo sempre assusta. Jamais deve-se abandonar o que já se domina com segurança, as mudanças devem ocorrer aos poucos.

A modelagem matemática como alternativa metodológica favorece a educação básica, pois vem de encontro com as expectativas dos estudantes, favorece a interação com seu meio, partindo do cotidiano do aluno. Dessa forma, o aluno vê sentido naquilo que estuda. Isso dá início à formação de atitudes positivas em relação à Matemática. Deve-se recorrer a novas alternativas metodológicas ou os educadores não darão conta no desempenho de suas funções.

O trabalho realizado superou as expectativas, mesmo não aplicando todas as atividades previstas na unidade didática devido a falta de tempo.

Portanto como diz o grande escritor Fernando Pessoa: “Tudo vale a pena, se a alma não é pequena”.

## 6 – Referências

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação.

**Bolema:** Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n.15, p.5-23, 2001.

BARBOSA, J. C. Modelagem e Modelos Matemáticos na Educação Científica.

**ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia:** Universidade Estadual de Feira de Santana, v.2, n.2, p.69-85, jul.2009.

BASSANEZI, Rodney C. **Ensino aprendizagem com modelagem matemática.**

São Paulo. Contexto, 2009.

BIEMBENGUT, Maria Salete; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino.**

São Paulo. Contexto, 2005.

BURAK, D. **Modelagem Matemática e a Sala de Aula.** Disponível em:

<http://dionisiobrak.com.br/EPeM.pdf>. Acessado em 27/09/2010

CASTORINA, J. A. et. all. **Piaget – Vygotsky:** Novas contribuições para o debate. 6

ed. São Paulo. Ática, 2003.

CUNHA, Marcos Vinícius da. **Psicologia da Educação**. Rio de Janeiro. DP&A, 2000.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte. Autêntica, 2005.

DANTE, Luis Roberto. **Didática da resolução de problemas de Matemática**. São Paulo. Ática, 2005.

DCEs: **DIRETRIZES CURRICULARES DA EDUCAÇÃO BÁSICA MATEMÁTICA**. Governo do Paraná. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. Departamento de Educação Básica. 2008.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula**. São Paulo. Livraria da Física, 2009.

MOISÉS, Lúcia. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. 3 ed. Campinas. Papyrus, 2001.

MOREIRA, M. A. e MASINI, E. S. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo. Moraes, 1982.

PIAGET, Jean. **Seis Estudos de Psicologia**. 23ª. Edição, Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1998.

RAMOS, M.N. **A contextualização no currículo de ensino médio: a necessidade da crítica na construção do saber científico**. Mimeo, 2004?

<http://www.matemática.seed.pr.gov.br/modules/noticias/article.php?storyid=378>

Acessado em 21/03/2011



Versão Online ISBN 978-85-8015-040-7  
Cadernos PDE

VOLUME II

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS  
DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE  
Produção Didático-Pedagógica

2008

**SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO**  
**SUPERINTENDÊNCIA DE EDUCAÇÃO**  
**PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL – PDE**  
**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**CADERNO PEDAGÓGICO**  
**MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA**

**CURITIBA**

**2008**

**ANTONIA ELOÍ DE MELLO DOTTO**

**JOSÉ AUGUSTO SUKOW**

**ROSENI DE JESUS CORRÊA**

**CADERNO PEDAGÓGICO**

**MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA**

**Material apresentado como requisito parcial para a certificação do PDE – Programa de Desenvolvimento Educacional – 2008, sob orientação da Prof<sup>ª</sup>. Ms. Violeta Maria Estephan da Universidade Tecnológica Federal do Paraná e co-orientado pelo Prof<sup>º</sup>. Ms. Ailton Batista Vieira Filho.**

**CURITIBA**

**2008**

## AUTORES

**PROFESSORA PDE:** Antonia Eloí de Mello Dotto

**ÁREA:** Matemática

**NRE:** Curitiba

**ORIENTADORA:** Prof<sup>ª</sup>. Ms Violeta Maria Estephan

**CO-ORIENTADOR:** Prof<sup>º</sup>. Ms Ailton Batista Vieira Filho

**IES VINCULADA:** Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**TEMA DE ESTUDO DO PROFESSOR PDE:** Modelagem Matemática

**PROFESSOR PDE:** José Augusto Sukow

**ÁREA:** Matemática

**NRE:** Área Metropolitana Sul

**ORIENTADORA:** Prof<sup>ª</sup>. Ms Violeta Maria Estephan

**CO-ORIENTADOR:** Prof<sup>º</sup>. Ms Ailton Batista Vieira Filho

**IES VINCULADA:** Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**TEMA DE ESTUDO DO PROFESSOR PDE:** Modelagem Matemática e  
Resolução de Problemas.

**PROFESSORA PDE:** Roseni de Jesus Corrêa

**ÁREA:** Matemática

**NRE:** Curitiba

**ORIENTADORA:** Prof<sup>ª</sup>. Ms Violeta Maria Estephan

**IES VINCULADA:** Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**TEMA DE ESTUDO DO PROFESSOR PDE:** Modelagem Matemática



## Sumário

MODELAGEM MATEMÁTICA.....	5
CONSTRUÇÃO DE UM REFEITÓRIO .....	10
O PESO DA MOCHILA .....	28
A EMBALAGEM .....	51
REFERÊNCIAS.....	70

## MODELAGEM MATEMÁTICA

Desde o início do século XX, educadores matemáticos apontavam para a necessidade de se compreender como acontecia o ensino da Matemática, de forma a delimitar nos currículos escolares, a possibilidade dos estudantes executarem análises, discussões, conjecturas, apropriação de conceitos e formulação de idéias (Diretrizes curriculares de matemática, 2008).

Seguindo essa linha de pensamento, o objetivo da Educação Matemática é fazer com que o aluno construa, por meio do conhecimento matemático, valores e atitudes diversas, visando à formação total do ser humano e do cidadão (MIGUEL e MIORIN, 2004).

As Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica prevê a formação de um estudante crítico, capaz de agir com autonomia nas suas relações sociais e, para isso, é preciso que ele se aproprie também de conhecimentos matemáticos (PARANÁ, 2006, p. 24).

O uso de uma metodologia que não permite a participação ativa dos alunos na sua aprendizagem não possibilita uma mudança no cotidiano da sala de aula. Sendo assim, trabalhar de forma contextualizada precisa ser uma prática rotineira dos professores. Concorda-se com D'Ambrósio (1993) quando afirma que a forma descontextualizada da Matemática é um dos maiores equívocos da educação moderna.

O uso de metodologias que privilegiem a interação entre os alunos e destes com o professor, a criatividade e o estímulo à curiosidade, serão muito significativos para a melhoria da aprendizagem. Portanto, a nosso ver, tanto a Modelagem quanto a Resolução de problemas, podem contribuir para que isto aconteça. Contudo, é preciso que os professores do Ensino Médio, tenham a consciência de que a nossa prática na área educacional não pode se restringir apenas aos conhecimentos específicos da nossa disciplina, pois exige outros conhecimentos necessários. Estephan observa que: “quanto mais o professor do ensino médio é dominado pela disciplina que leciona, menos ele se interessa pela pedagogia como tal. Esta falta de interesse nesta área faz com que muitos professores atualizem o conteúdo, mas não o método.” (ESTEPHAN, 2000).

Atualmente, no âmbito da Educação Matemática, diversas tendências vêm se destacando, como forma de proporcionar ao aluno uma aula mais motivadora e significativa. Dentre elas a Modelagem Matemática se destaca, haja vista que trabalha com situações reais e apresenta uma forma de construção de conhecimento que flui de maneira natural e não por imposição, facilitando o entendimento e as relações com o cotidiano do aluno.

Seguindo a mesma forma de pensamento Barbosa (2001, p.6):

Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e /ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. Essas se constituem como integrantes de outras disciplinas ou do dia-a-dia; os seus atributos e dados quantitativos existem em determinadas circunstâncias.

A modelagem matemática possibilita trabalhar com o cotidiano do aluno, auxilia a dar respostas sobre o uso de determinados conteúdos no dia-a-dia, bem como possibilita aos alunos “fazerem matemática”.

Segundo D’Ambrosio (1986, p. 11): “Modelagem é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial”.

Nessa concepção a Modelagem Matemática surge a partir de problemas e de aspectos da realidade vivida pelos participantes do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, para chegar-se à construção de um modelo.

Para Biembengut (2004), utilizar modelagem matemática em sala de aula implica:

- Levar os alunos a escolherem um tema. Se o professor não se sentir preparado o mesmo pode propor um tema pertinente aos conteúdos que deseja desenvolver em sala de aula;
- Fazer com que eles levantem questões sobre o tema escolhido ou sugerido;
- Traduzir as questões em linguagem matemática até chegar a um modelo - fórmulas, tabela, gráfico e outros.

Para Biembengut (2004) existem algumas vantagens e dificuldades na implementação da modelagem matemática em sala de aula.

## Vantagens

a) Em relação ao modelo-guia:

- Proporciona ao educando melhor compreensão dos conteúdos desenvolvidos e melhora o seu grau de interesse pela matemática;
- Permite maior segurança ao professor na condução das aulas.

b) Em relação ao trabalho de modelagem:

- Leva o aluno a atuar / fazer e não apenas receber pronto sem compreender o significado do que estava estudando;
- Fazer pesquisa;
- Adquirir conhecimento, criatividade e senso crítico;
- Interagir com os trabalhos dos demais grupos;
- Aplicar as normas da metodologia científica, ao elaborar uma exposição escrita do trabalho;
- Permite ao professor estar mais atento às dificuldades do aluno.

## Dificuldades

a) Para o professor:

- Interpretação do contexto
- Aperfeiçoamento
- Bibliografia
- Orientação
- Planejamento
- Disponibilidade para aprender para orientar

b) Para o aluno:

- Interpretação de um contexto
- Disponibilidade para pesquisa
- Escolha do tema
- Trabalho em grupo

Gazeta (1989) enumera alguns benefícios em trabalhar com Modelagem Matemática:

- 1) Motivação dos alunos e do próprio professor;

- 2) Facilitação da aprendizagem. O conteúdo matemático passa a ter mais significação, deixa de ser abstrato e passa a ser concreto;
- 3) Preparação para a profissão;
- 4) Desenvolvimento do raciocínio lógico e dedutivo em geral;
- 5) Desenvolvimento do aluno como cidadão crítico e transformador de sua realidade;
- 6) Compreensão do papel sócio-cultural da matemática, tornando-a assim, mais importante.

Além de trabalhar numa abordagem que exige do professor uma postura totalmente diferente da usada no ensino tradicional surge a dificuldade de conciliar o currículo a essa estratégia de ensino, uma vez que em sua essência a escolha do tema deve partir do aluno. Porém muitos autores colocam que se pode adaptar o trabalho de Modelagem com as condições de trabalho do professor. BIEMBENGUT & HEIN (2005), afirmam que a escolha do tema pode partir do professor ou propor que os alunos escolham. A grande vantagem da escolha do tema ser feita pelos alunos é que se sentem participantes do processo, por outro lado o tema pode ser muito complexo ou não ser adequado para desenvolver o programa, exigindo do professor um tempo que não dispõe para aprender e ensinar. Diante dessa dificuldade BASSANEZI (2002, p. 185), sugere que se trabalhe modelagem parcial e resolução de problemas, ou seja, “trabalhar com modelagens curtas de temas distintos a cada tópico introduzido, completando com problemas propostos que se relacionem com o conteúdo estudado.”

O uso de modelagem como estratégia de ensino, quando bem aplicado torna o ensino uma atividade prazerosa, onde professores e alunos estão tão envolvidos na investigação da situação problema em estudo, que os conteúdos matemáticos vão surgindo naturalmente, aprendê-los é uma necessidade para vencer o desafio de resolver o problema, sendo assim, esse processo se torna muito mais significativo para ambos. Aos professores colocamos aqui um convite ao conhecimento e possível aplicação dessa metodologia, cabendo a eles fazerem as adaptações necessárias às suas condições de trabalho. Acreditamos que não podemos avaliar se uma determinada metodologia é boa ou não, se dela não fizermos uso. Ao se propor em realizar um trabalho com Modelagem Matemática o professor pode descobrir um universo novo que irá apoiá-lo em sua prática.

Desta maneira, acreditamos que o professor escolhendo o tema, poderá desenvolver o seu trabalho planejando as suas ações desde o princípio e possibilitando assim, o cumprimento dos prazos estabelecidos pela escola. Não podemos aplicar uma metodologia cuja aplicação seja contrária às condições que os professores encontram na sua rotina de trabalho. Precisamos inovar a nossa prática, entretanto, de uma forma gradual e bem planejada para que os alunos não sejam prejudicados com as nossas possíveis falhas.

### **SUGESTÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA A SALA DE AULA**

A seguir damos três sugestões para serem aplicadas com os alunos: a construção de um refeitório, o peso da mochila e a embalagem.

Este material foi elaborado com a intenção de auxiliar aqueles professores que pretendem introduzir esta metodologia na sua prática escolar. Em cada unidade serão dadas sugestões de como o professor pode proceder e também atividades que permitam trabalhar os conteúdos matemáticos da série a que se destinam.

Esperamos, desta forma, dar uma pequena contribuição na divulgação e estímulo para o trabalho com a Modelagem Matemática.

## CONSTRUÇÃO DE UM REFEITÓRIO

*Antonia Eloí de Mello Dotto<sup>1</sup>*

### INTRODUÇÃO

O objetivo deste material pedagógico é propor atividades de modelagem matemática para serem aplicadas em sala de aula no ensino fundamental, sendo que as mesmas podem ser também, adaptadas ao Ensino Médio.

A situação problema proposta é a construção de um refeitório e os conteúdos envolvidos são pertinentes à 7ª série ou 8º ano do Ensino Fundamental.

Nesta unidade serão sugeridas atividades que fazem parte das etapas da construção de um refeitório e, cada uma, apresenta uma seqüência com conteúdos, objetivos, recursos e encaminhamentos. O tempo total previsto para desenvolver estas atividades é de 16 horas/aula. Ressalta-se, entretanto, que esse número pode variar conforme o interesse e aprofundamento dado a cada etapa. Intercalado às atividades, podem ser inseridas aulas convencionais para aprofundar e aplicar em outros problemas, os conteúdos pertinentes a cada uma das etapas.

A elaboração desta unidade didático-pedagógica tem como base as pesquisas e estudos sobre Modelagem Matemática da Dra. Profª Maria Salett Biembengut.

Autora de vários livros que propõem o uso da Modelagem Matemática em sala de aula, Biembengut incentiva os professores a usarem os modelos pesquisados na sua íntegra ou então adaptados conforme a realidade da sua escola.

---

<sup>1</sup> Professora Licenciada em Ciências – Habilitação Matemática, lotada no Colégio Estadual Professor Brandão em Curitiba e participante do Programa de Desenvolvimento Educacional, turma 2008, antoniadotto@hotmail.com.

## **ATIVIDADE 1: Esboço da planta**

Segundo Biembengut (2005), esta atividade pode ser livre, sem qualquer orientação ou modelo. Além de estimular a criatividade, serve também para avaliar os conhecimentos dos alunos sobre os conceitos de geometria e de medidas.

### **Conteúdos:**

- Noções básicas de geometria plana.
- Noções básicas de medidas de comprimento.

### **Objetivos:**

- Investigar quais conteúdos matemáticos os alunos utilizam para construir o esboço da planta baixa do refeitório.
- Verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre geometria plana e medidas de comprimento.

### **Recursos:**

- Lápis e caneta
- Papel milimetrado
- Régua

### **Encaminhamentos:**

O trabalho será iniciado com uma discussão informal sobre a construção de um refeitório. O objetivo é verificar o que eles sabem a respeito do tema e quais conceitos precisarão aprender para o desenvolvimento das atividades.

Para estimular os alunos, você pode realizar as seguintes perguntas:





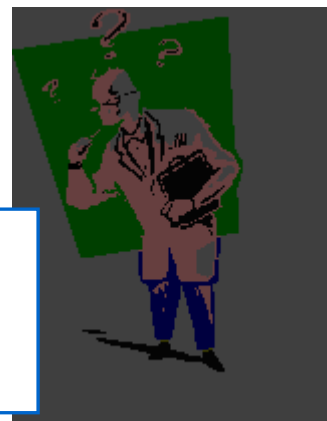
**O que é preciso para se construir um refeitório?**

Sugestão de resposta: terreno, mão de obra, material, projeto do refeitório (planta baixa e maquete), orçamento, entre outras.

Anote todas as respostas no quadro para que eles escrevam um pequeno relatório no final da atividade.

**Como o construtor sabe o tamanho e o modelo do refeitório?**

Sugestão de resposta: O construtor executa a obra por meio da planta – desenho que deve ser semelhante ao refeitório que se quer construir, porém de tamanho bem reduzido.



Concluída a discussão é o momento de solicitar aos alunos a elaboração do esboço da planta baixa.

Essa atividade pode ser realizada individualmente ou em equipe, o professor pode citar os ambientes que farão parte do refeitório ou então, deixar que os alunos usem a criatividade e esbocem os ambientes que devem constar no refeitório.

Sugere-se distribuir folhas de papel milimetrado, constando a medida da largura e do comprimento total desse terreno.

Durante a realização da atividade, o professor deve observar e anotar as dificuldades que os alunos encontram para a elaboração da planta baixa com a finalidade de orientar melhor a condução dos assuntos que serão explorados.



Depois de terminada a tarefa, peça um relatório onde deve constar: os encaminhamentos, as decisões, do que mais gostaram, do que menos gostaram, o que sabiam antes da atividade e o que aprenderam depois dela.

## **ATIVIDADE 2: Confeção da planta baixa**

Na primeira atividade o professor observou e anotou as dificuldades. Agora é o momento de trabalhar os conteúdos necessários para que o aluno possa construir

corretamente a planta baixa. Por isso, é muito importante retomar e explorar os conceitos matemáticos presentes no esboço da planta baixa.

Na seqüência são apresentados alguns conteúdos essenciais para essa atividade.

## **2.1 Medidas**

Muitos profissionais, tais como: engenheiros, arquitetos, pedreiros, marceneiros e outros trabalham o tempo todo com medidas na execução de seus projetos. Na realidade, medir está presente na vida de todas as pessoas, exemplos de medidas: medir o tempo para chegar à escola, medir a dosagem certa do remédio, medir a velocidade, medir a temperatura e outros.

Quando medimos algo, comparamos duas grandezas de mesma natureza e para isso usamos uma unidade de medida denominada medida padrão.

### **Conteúdos:**

- Medidas de comprimento.
- Números racionais.

### **Objetivos:**

- Compreender a importância dos números e medidas na resolução de problemas do dia-a-dia.
- Pesquisar a medida padrão de comprimento utilizada em nosso país e perceber sua utilidade.

### **Recursos:**

- Barbante.

- Régua.
- Trena.
- Fita métrica.
- Lápis.
- Caneta.
- Tabela.

### Encaminhamentos:



A partir das dificuldades que os alunos encontraram para a elaboração do esboço da planta serão trabalhados os conceitos matemáticos necessários para a confecção da planta baixa:

**medida, escala e elaboração da planta baixa.**

No desenvolvimento desta atividade, solicitar aos alunos um levantamento dos materiais existentes na escola que podem ser medidos, tais como, quadra, caderno, livro, portas, janelas, quadro-verde, mural, carteira, mesa do professor, armário e outros. Ao lado do nome de cada objeto registrar a medida estimada.

Após anotar as medidas, os alunos deverão comprovar através do uso da fita métrica, da trena e da régua as medidas reais.

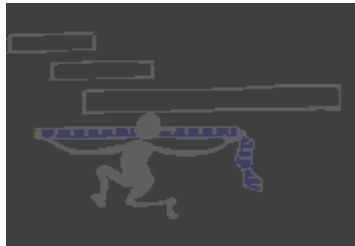
Sugestão de tabela:

OBJETO	MEDIDA ESTIMADA	MEDIDA REAL
QUADRA		
CADERNO		
LIVRO		
CARTEIRA		
MESA		
PORTA		
LARGURA DA SALA		

Ao concluir as medições e completar a tabela, fazer questionamentos, buscando resgatar o conhecimento do aluno em relação às medidas de comprimento:

- Quem se aproximou mais da medida real da quadra? E da caneta?
- Que unidade padrão de grandeza deve ser utilizada para medir a quadra? E a caneta?
- Quem estimou para mais estas medidas? E para menos?
- Quem concluiu que sua medida foi exagerada para mais ou para menos?
- O que os levou a pensar assim?
- Qual a medida real da fita métrica?
- Quais as medidas de comprimento mais utilizadas no nosso dia-a-dia?

Ao término dessa atividade é muito importante sugerir aos alunos uma pesquisa sobre o histórico das medidas e a unidade padrão de medida linear no Brasil.



## CURIOSIDADE:

Segundo Biembengut e Hein (2005), desde a Antiguidade o ser humano vem procurando encontrar meios ou objetos para usar como unidades de medidas. Por exemplo: algumas partes do próprio corpo, tais como: o polegar, o palmo, a mão, o pé, o braço. Porém o tamanho das partes do corpo varia de pessoa para pessoa e, por esse motivo, procurou-se estabelecer uma unidade padrão. No Brasil, a unidade padrão utilizada é o **metro**. Mesmo assim, são utilizadas partes do corpo humano como unidade de medida, desde que seja estabelecido um tamanho padrão. Exemplo: a bitola de cano é medida em polegadas; a polegada equivale a 2,54 cm (medida padrão).

## 2.2 Escala

O processo utilizado para reduzir ou ampliar um desenho, sem alterar a forma, é denominado escala.

Na elaboração dos seus projetos, os engenheiros e arquitetos trabalham o tempo todo com escala. Para a execução desses projetos o conhecimento de escala se faz necessário, pois é a razão entre a medida do comprimento do desenho e a medida correspondente ao comprimento real.

### Conteúdos:

- Escala: redução e ampliação de segmentos.
- Regra de três simples.

### Objetivos:

- Representar um segmento em escalas diferentes.
- Compreender a importância do uso de escalas na resolução de problemas do dia-a-dia.
- Desenvolver o conceito de escala.
- Explorar a noção de ampliação e redução de segmentos.
- Comparar segmentos de comprimentos diferentes.
- Revisar números racionais.

### Recursos:

- Fita métrica.
- Papel milimetrado.
- Régua.
- Trena.
- Barbante.
- Lápis.
- Calculadora.

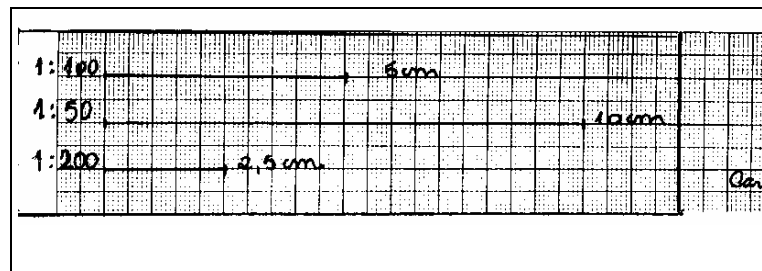
### Encaminhamentos:

Retomar o conceito de escala e a importância da compreensão dos números, para que os alunos utilizem corretamente esses dados na elaboração da planta.

Solicitar aos alunos que meçam a largura da sala e representem o segmento encontrado, numa folha de papel.

Levá-los a perceber que fica muito difícil encontrar uma folha de papel para representar esse segmento.

Nesse momento é oportuno discutir com os alunos sobre a forma de se reduzir as medidas para que a largura da sala de sala de aula caiba no papel, sem perder a proporcionalidade.



Exemplo de como ficariam os segmentos se a largura da sala de aula fosse 5 m, conforme a escala usada.

Após a discussão, distribuir folhas de papel milimetrado para cada aluno e pedir que representem a largura da sala de aula nas seguintes escalas: 1:100, 1: 50 e 1:200. Solicite, também, os cálculos.

Os modelos abaixo têm a finalidade de auxiliar na transformação das medidas reais em medidas do desenho, ou medidas do desenho em medidas reais, onde:

**MR = Medida Real**

**MD: Medida do Desenho**

Se tomarmos a medida da largura da sala como sendo 5,6 m encontraremos os diferentes modelos de acordo com a escala usada.

Por exemplo:



Utilizar a escala de 1: 100, isto é, cada 1 cm no papel corresponde a 1 m na medida real.

### Aplicando a escala 1: 100

Usando a regra de três simples:

MD (cm)	MR (cm)
---------	---------

1	100
---	-----

x	560
---	-----

$$100 x = 560 \quad x = 560/100$$

$$x = 5,6 \text{ cm}$$

MR (m)	MD (m)
--------	--------

1	0,01
---	------

5,6	x
-----	---

$$x = 0.056 \text{ m}$$



Utilizar a escala de 1: 50 isto é, cada 2 cm no papel corresponde a 1 m na medida real.

### Aplicando a escala 1: 50

Usando a regra de três simples:

MD (cm)	MR (cm)
---------	---------

1	50
---	----

x	560
---	-----

$$50 x = 560 \quad x = 560/50$$

$$x = 11,2 \text{ cm}$$

MR (m)	MD (m)
--------	--------

1	0,02
---	------

5,6	x
-----	---

$$x = 0,112 \text{ m}$$





Utilizar a escala de 1: 200, isto é, cada 1cm no papel corresponde a 2 m na medida real.

### Aplicando a escala 1: 200

Usando a regra de três simples:

MD (cm)	MR (cm)
1	200
x	560

$$200 x = 560 \quad x = \frac{560}{200}$$

$$x = 2,8 \text{ cm}$$

MR (m)	MD (m)
2	0,01
5,6	x

$$2 x = \frac{0,056}{2} \quad x = 0,028 \text{ m}$$

### 2.3 Elaboração da planta baixa

A partir da compreensão e assimilação dos conteúdos, os alunos irão trabalhar com a elaboração da planta definitiva.

O refeitório deve ser projetado para que possa ser usado como auditório, sala de artes e outros. Dessa forma, são sugeridos os seguintes ambientes:

- 3 sanitários masculinos, sendo um deles com acessibilidade.
- 3 sanitários femininos, sendo um deles com acessibilidade.



- 1 almoxarifado



- 1 local para as funcionárias, a qual deve constar um banheiro, uma lavanderia e uma sala



1 cozinha



Na seqüência foi proposto um modelo de planta de refeitório para que a mesma possa ajudar o professor na orientação dessa atividade com os alunos. Essa planta foi baseada em informações de como a Escola Estadual Professor Brandão gostaria que fosse o refeitório. As dimensões dos azulejos e cerâmicas ficam a critério do professor dar ou não tais valores. Uma sugestão é que os alunos façam uma pesquisa para encontrar as medidas mais adequadas e o preço desse material. A Modelagem Matemática parte de um problema real e então são utilizados os conhecimentos matemáticos para resolver o problema levantado.

Professor peça para os alunos completarem os dados que estão faltando na tabela para responder as situações problemas sugerida:

Atenção: ao responder as questões problemas considerar 15 cm para a espessura das paredes:

Dados:

Medida da cerâmica:

Medida do azulejo:

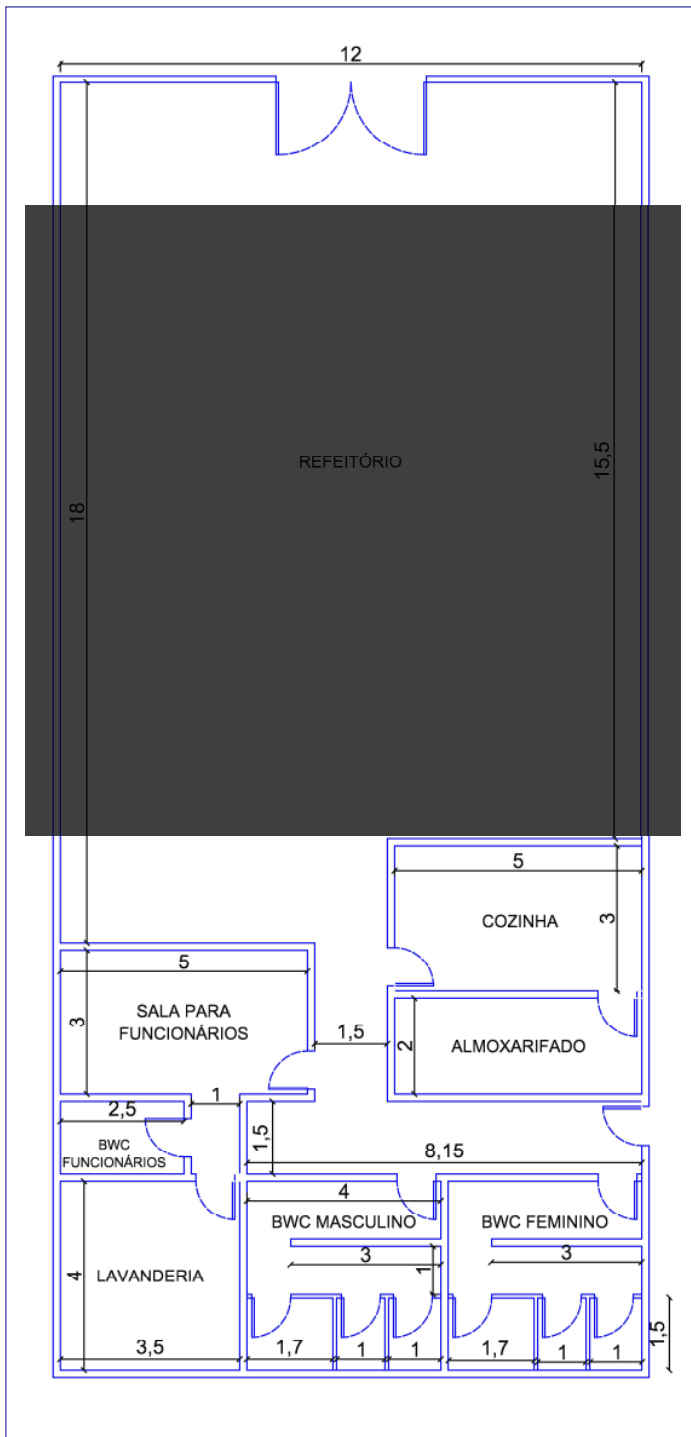
Medidas da porta:

Medida das janelas dos banheiros:

Medidas das janelas dos outros ambientes:

Altura do refeitório:

## Refeitório



1. Qual é a área total do refeitório?

2. Qual a área total da cozinha?

3. Qual a quantidade de cerâmica por metro quadrado? Supondo que a cerâmica meça 30 cm x 45 cm.

4. Qual a quantidade de azulejo por metro quadrado? Supondo que o azulejo meça 15 cm x 15 cm.

5. Qual a quantidade de cerâmica que deve ser utilizada:

a) Na cozinha?

b) Nos banheiros?

c) Na lavanderia?

d) Na sala para funcionários?

e) No almoxarifado?

f) No restante do refeitório?

6. Sendo que o refeitório será composto de sete banheiros. Qual deve ser a quantidade de azulejos necessários para esses banheiros?

### **ATIVIDADE 3: CONFECÇÃO DA MAQUETE**

A confecção da maquete é o momento de materializar o layout proposto nos passos anteriores.

A maquete é também um modelo do refeitório que se quer construir e tem como finalidade a visualização de como será esse refeitório.

#### **Conteúdos:**

- Números.
- Medidas.
- Escalas.
- Geometria plana e espacial (noções básicas).

#### **Objetivos:**

- Aplicar os estudos realizados nos passos anteriores para a confecção da maquete do refeitório;
- Introduzir noções de geometria plana e espacial.
- Trabalhar em equipe.

#### **Recursos:**

- Papelão, isopor, madeira ou palitos.
- Tesoura.
- Régua.
- Lápis.
- Planta baixa.
- Cola.
- Alfinete.
- Outros materiais apropriados para a confecção da maquete.

**Encaminhamentos:**

Para a confecção da maquete do refeitório sugere-se adaptar alguns passos que Biembengut (2005) utilizou para a construção de uma casa:

**1º Passo: Formação da equipe**

A elaboração da maquete deverá ser feita em grupo formado por três alunos, no máximo, e em sala de aula.

**2º Passo: Escolha do material**

A escolha do material para a confecção da maquete fica a critério do grupo, porém, lembrando que para montar a maquete é necessário que a base seja bem firme (um material ideal é o isopor ou o papelão).

**3º Passo: Base da maquete**

Para fazer a maquete, sugere-se que a equipe amplie a planta definitiva de modo que caiba no material escolhido para ser a base. Essa etapa é um bom momento para o professor avaliar se os alunos adquiriram os conhecimentos de escala.

**4º Passo: Paredes da maquete**

A partir das medidas reais do refeitório calculam-se os valores correspondentes da maquete e delinham-se as partes sobre o material, efetuando assim, o corte. Depois das paredes cortadas, é só montar.

Para que se possa montar a maquete, uma alternativa é fazer um levantamento do número de paredes e suas respectivas medidas e, em seguida,

cortá-las todas de uma vez. É preciso analisar a maneira ideal para o corte da folha de isopor ou papelão, riscar primeiro e só depois cortar.

As paredes da maquete do refeitório, uma vez cortadas e montadas, sugerem a forma de um prisma. É um momento oportuno para o professor explicar aos alunos que o prisma é um sólido geométrico e sugerir a investigação de suas propriedades.

#### **ATIVIDADE 4: ORÇAMENTO**

O orçamento nos orienta sobre o tempo da construção e também o custo para fazer o refeitório, tais como: materiais, mão-de-obra, impostos e outros.

##### **Conteúdos:**

- Porcentagem.
- Operações básicas.

##### **Objetivos:**

- Calcular a quantidade de material básico para a construção do refeitório.
- Calcular o custo para levantar as paredes do refeitório.
- Pesquisar os preços de alguns itens indispensáveis para a construção do refeitório.
- Fazer uma reflexão sobre as diferenças de preços sobre o mesmo item pesquisado.

**Recursos:**

- Tabela.
- Revistas.
- Lápis e caneta.
- Calculadora.
- Internet.

**Encaminhamentos:**

Propor aos alunos que façam uma pesquisa sobre os tipos de materiais utilizados na construção civil, entrevistas com profissionais da área, pesquisa em revistas e sites especializados e, se possível, visita a algumas obras.

Solicitar aos alunos que organizem uma tabela (quantidade, material, unidade, valor unitário e valor total) com os preços dos materiais levantados durante a pesquisa.

Ao término da atividade, os alunos irão socializar os resultados obtidos.

Sugestão de Tabela:

<b>Quantidade</b>	<b>Material</b>	<b>Unidade</b>	<b>Valor unitário</b>	<b>Valor total</b>
	Tijolos	pç		
	Telhas	pç		
	Pisos	m <sup>2</sup>		
	Azulejos	m <sup>2</sup>		
	Cimento	kg		
	Areia	m <sup>3</sup>		
	Mão-de-obra	m <sup>2</sup>		
	.....			
<b>Valor Total</b>				

## **AVALIAÇÃO**

Para a avaliação das atividades o professor pode propor:

- Um relatório referente a cada atividade proposta;
- Uma avaliação escrita composta por questões abertas e fechadas – abordando os conteúdos trabalhados e tendo como objetivo avaliar se houve aprendizagem dos mesmos.
- Debate: onde cada equipe vai expor o que aprendeu com essas atividades;
- Exposição das maquetes na escola;
- É muito importante também o professor avaliar a participação e o envolvimento dos alunos nas atividades desenvolvidas.
- Pode ser feito um questionário para que os alunos exponham os pontos positivos e negativos da atividade.

### **Obras Consultadas:**

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino e Aprendizagem de Matemática**. 2ª ed. Blumenau: Edifurb, 2004.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Editora Contexto, 2005.

### **Documentos consultados Online**

[http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/Escalas/mat\\_escalas.swf](http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/Escalas/mat_escalas.swf)

[http://www.seed.pr.gov.br/portals/folhas/frm\\_detalharFolhas.php?codInscr=3781&PHPSESSID=2008120215400321](http://www.seed.pr.gov.br/portals/folhas/frm_detalharFolhas.php?codInscr=3781&PHPSESSID=2008120215400321)

<http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/modelagem/index.html>



## O PESO DA MOCHILA

*José Augusto Sukow<sup>1</sup>*



Figura 1- imagem do autor,

Esta atividade de modelação é dirigida aos alunos da primeira série do Ensino Médio, mas poderá ser adaptada para outras séries.

O trabalho será dividido em onze atividades, sendo que em cada uma serão dadas sugestões dos conteúdos que podem ser abordados e exercícios.

O objetivo é mostrar as possíveis situações que podem ocorrer no uso da Modelagem Matemática na sala de aula.

### ATIVIDADE I

#### 1. Justificativa da escolha do tema:

Todo início de ano letivo as conversas sobre materiais escolares são inevitáveis. Pais e filhos entram nas papelarias de todo o País em busca dos materiais solicitados nas extensas “listas” fornecidas pelas escolas. São cadernos, livros, canetas, lápis e todo um arsenal que, na opinião de muitos, são necessários para um bom trabalho escolar. No entanto, dificilmente observamos a preocupação com o “peso” que o estudante terá que carregar diariamente. Escolher o material correto e também a viabilidade de para levá-lo à escola, nos parece ser muito pertinente neste debate.

Nos Estados Unidos, foi estabelecido o dia 19 de setembro como o “Dia Nacional de Sensibilização da Mochila Escolar”. Isto se deve ao fato de estarem ocorrendo muitos problemas causados pelo excesso de peso carregado pelos estudantes.

No Rio de Janeiro, desde 1997 já existe uma lei que determina o peso máximo que um estudante pode carregar. A chamada “Lei das mochilas” (ver anexo II). Existem leis que tratam

---

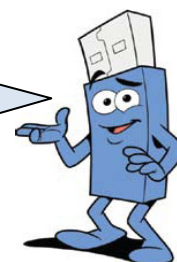
<sup>1</sup> Professor licenciado em Matemática, lotado no Colégio Estadual Padre Arnaldo Jansen em São José dos Pinhais e participante do Programa de Desenvolvimento Educacional, turma 2008, [profejoseaugusto@seed.pr.gov.br](mailto:profejoseaugusto@seed.pr.gov.br).

deste assunto em vários estados e municípios. Na Câmara Federal, tramita desde 2005 um projeto que dispõe sobre o peso da mochila é o PL nº 6.338/05 (ver anexos III e IV).

Notamos que a discussão sobre este tema está presente nas várias esferas, mas nos parece que ainda não chegou ao interior de muitas escolas. É necessário tentarmos modificar esta realidade e os alunos, principais prejudicados com o problema, devem participar desta discussão e também fazer sugestões para as mudanças possíveis.

Existem alguns vídeos que mostram reportagens sobre o peso das mochilas e que podem ser baixados para a TV multimídia. Aqui vão algumas sugestões:

<http://br.youtube.com/watch?v=1PO-6qkBRsk>  
<http://br.youtube.com/watch?v=AhDh2UWeyVE>  
<http://br.youtube.com/watch?v=qQ83o2kdsLU>  
<http://br.youtube.com/watch?v=xKbdAJ-lhRc>  
<http://www.youtube.com/watch?v=Bd7cj-7uXUM>



## 2. Organização das equipes:

- Serão formadas equipes de quatro ou cinco alunos, as quais se denominarão equipe A, equipe B, equipe C e assim por diante.
- As equipes serão as mesmas até a conclusão dos trabalhos. No caso de sair algum participante, o próximo aluno que for transferido para a turma, o substituirá.

## 3. Pesquisa:



Será solicitada às equipes, uma pesquisa sobre o tema “O peso das mochilas escolares”. Todas as fontes serão aceitas (revistas, jornais, internet, consulta à especialistas, etc...). O objetivo desta pesquisa é dar embasamento para a segunda atividade.

Para esta pesquisa podemos usar o laboratório de informática e é aconselhável que o professor sugira alguns sites para começarem os trabalhos. Damos aqui algumas sugestões:

[http://www.educacaopublica.rj.gov.br/discutindo/discutindo.asp?cod\\_per=29](http://www.educacaopublica.rj.gov.br/discutindo/discutindo.asp?cod_per=29)  
<http://teses.eps.ufsc.br/defesa/pdf/7701.pdf>  
[http://www.itu.com.br/noticias/detalhe.asp?cod\\_conteudo=11543&adm=1](http://www.itu.com.br/noticias/detalhe.asp?cod_conteudo=11543&adm=1)  
<http://www.klickeducacao.com.br/2006/conteudo/pagina/0,6313,POR-90-283-,00.html>  
<http://www.escoladepostura.com.br/main.asp?link=noticia&id=178>

## ATIVIDADE II

### 1. Seminário:



Terminado o prazo para a pesquisa, as equipes participarão de um seminário. As regras serão:

- Cada equipe terá um orador e os outros integrantes auxiliarão nas argumentações;
- Serão formados dois círculos na turma. No círculo interno ficarão os oradores e no círculo externo, atrás do orador, os demais integrantes;
- Cada equipe terá cinco minutos para apresentar os resultados das pesquisas;
- A forma de apresentação fica a critério de cada equipe;
- Todos os participantes poderão fazer questionamentos em momento oportuno e de forma adequada;

### 2. Levantamento das questões:

Concluído o seminário, será reunida a turma e os alunos indicarão as questões mais relevantes apresentadas durante as discussões.

Algumas questões que poderão surgir:

- Segundo os especialistas, qual é o peso máximo que um estudante pode carregar?
- Qual é o peso do material carregado em cada dia da semana?
- Em qual dia da semana o peso dos materiais é maior?
- Qual é o peso do aluno e qual é o peso carregado por ele?
- É possível reduzir o peso dos materiais sem deixar de levar para a escola o que é necessário? Como?
- Quantos alunos carregam mais peso do que deveriam?

### ATIVIDADE III



Feito o levantamento das questões, serão formadas cinco duplas para fazer a pesquisa de campo numa quinta série.

Foi optado por fazer a pesquisa numa quinta série para que haja uma integração entre os alunos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Outro motivo é que os alunos mais velhos, provavelmente se sentirão mais motivados ao observarem que o problema atinge crianças e isto poderá contribuir para um melhor desenvolvimento do trabalho.

Desenvolvimento da atividade:

A pesquisa de campo iniciará numa segunda-feira. As duplas, acompanhadas pelo professor, com uma balança, farão a pesagem de cada aluno e da sua mochila. Nos dias seguintes, até sexta-feira, retornarão à mesma turma e farão a pesagem das mochilas. Terminadas as pesagens, os dados levantados serão levados à turma para serem analisados.

Tendo em mãos os resultados da pesquisa, as equipes voltam a se reunir para montar uma tabela que facilite a análise dos dados.

Esta pesquisa poderá ser tabulada no laboratório de informática usando-se um editor de planilhas disponível.

Obs.: para não causar constrangimentos, a informação “peso do aluno” poderá ser conseguida com o (a) professor (a) de Educação Física que já faz este levantamento no início do ano letivo.

Para a montagem da tabela a seguir, foi feita a pesquisa numa quinta série de escola pública estadual, no período de 10/11/2008 à 14/11/2008. Estes dados foram utilizados posteriormente pela professora para o estudo dos conteúdos matemáticos com os mesmos alunos.

TABELA I

Nº	PESO DO ALUNO	PESO DA MOCHILA 2ª FEIRA	PESO DA MOCHILA 3ª FEIRA	PESO DA MOCHILA 4ª FEIRA	PESO DA MOCHILA 5ª FEIRA	PESO DA MOCHILA 6ª FEIRA
01	43	3	3	3	4	4
02	38	4	4	4	4	4
03	65	7	5	5	5	6
04	31	3	3	4	4	4
05	42	4	4	3	3	4
06	40	3,5	4	4	4	4,5
07	32	5	5	5	5	4,5
08	45	2,5	5	3	2	4
09	40	5	3	3	3	4
10	53	3	5	2	3	5
11	68	4	4	4	2	4
12	29	3	2	2	3	3,5
13	41	6	6	5	5	4,5
14	40	5	3	3	4	3
15	39	4	4,5	4	3,5	4
16	47	3,5	4	4	4	4
17	34	4	4	4	4,5	4
18	56	6	5	5	4,5	5,5
19	35	4	3,5	4	4,5	4
20	31	4	4	4	3	4
21	46	5	4	5	4,5	4,5
22	45	3	3	4	4,5	5
23	33	4,5	3,5	3	4	4
24	35	3	3,5	3	4	3,5
25	39	4	4	3	4	3

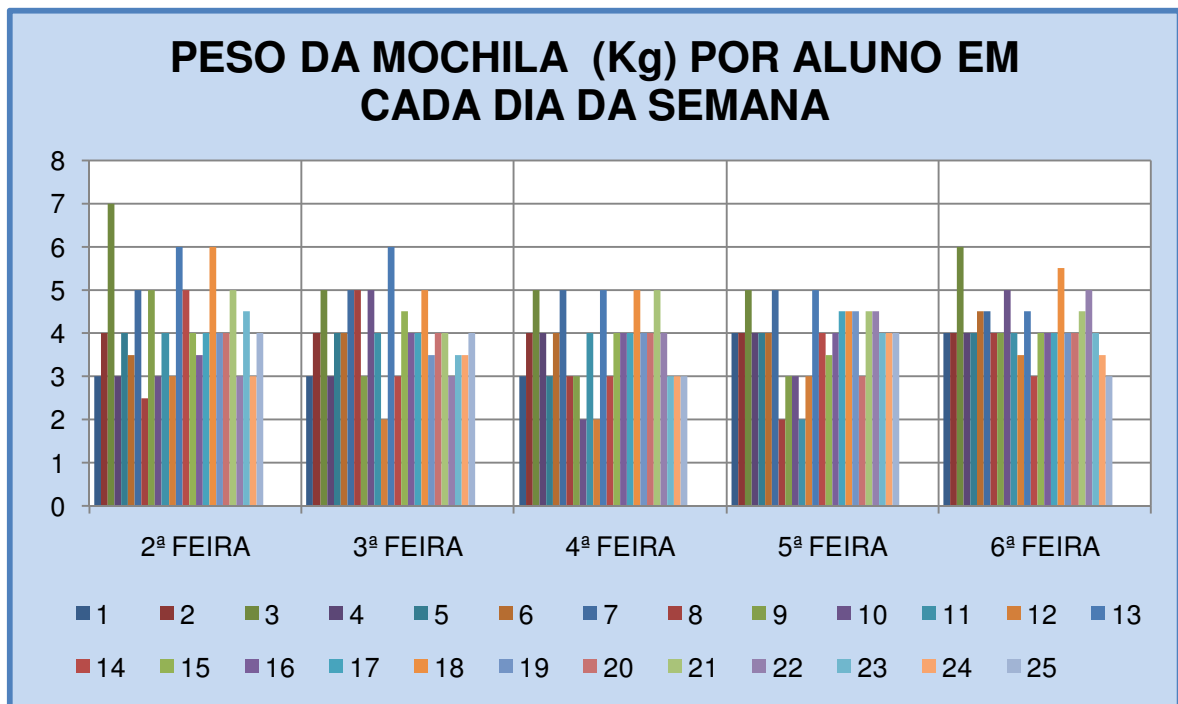
**ATIVIDADE IV**

Construída a tabela, será feita a representação gráfica que mostre o peso da mochila de cada aluno em cada dia da semana.

O professor pode aproveitar a oportunidade para falar sobre as diferentes representações gráficas. É importante que os alunos saibam o porquê da escolha de determinado tipo de gráfico em cada caso.

Esta atividade também pode ser feita no laboratório de informática usando um editor de gráficos disponível.

GRÁFICO I



Neste gráfico podemos perceber os alunos que carregam mais peso e também os dias em que isto acontece.



Para explorar mais este conteúdo estruturante “tratamento da informação”, sugerimos no Livro Didático Público (2ª edição), a unidade 14 (LEITURA, IMAGEM E INFORMAÇÃO).

### ATIVIDADE V

Segundo alguns especialistas, o peso máximo que uma pessoa pode transportar, em curtas distâncias, não deve ultrapassar 10% do seu peso corporal. Levando em conta essa recomendação, vamos montar uma tabela que mostre o peso máximo ideal da mochila de um aluno em relação ao seu peso.

Com esta tabela o professor pode aplicar um exercício de investigação matemática pedindo aos alunos que descubram regularidades entre as duas colunas. O objetivo é que eles consigam descobrir a relação que existe entre a coluna “peso do aluno” (x) e a coluna “peso da mochila” (y). A relação encontrada será a “lei de formação” da função. Algumas leis que poderão ser encontradas:

- $y = 10\%.x$
- $y = 0,10.x$
- $y = 0,1.x$
- $y = x/10$

O professor deve dar outras tabelas para que os alunos encontrem a lei de formação.

TABELA II

PESO EM KG DO ALUNO (x)	PESO MÁXIMO EM KG DA MOCHILA (y)
29	2,9
30	3,0
31	3,1
32	3,2
33	3,3
34	3,4
35	3,5
36	3,6
37	3,7
38	3,8
39	3,9
40	4,0
41	4,1
42	4,2
43	4,3
44	4,4
45	4,5
46	4,6
47	4,7
48	4,8
49	4,9
50	5,0
51	5,1
52	5,2
53	5,3
54	5,4
55	5,5
56	5,6
57	5,7
58	5,8
59	5,9
60	6,0
61	6,1
62	6,2
63	6,3
64	6,4
65	6,5
66	6,6
67	6,7
68	6,8

### PROCURANDO REGULARIDADES

- Um jogo interessante para o exercício de achar a “lei de formação” de uma função é a Torre de Hanói. Os alunos devem descobrir a “fórmula” que dá a quantidade mínima de movimentos ( $y$ ) em função da quantidade de discos ( $x$ ).

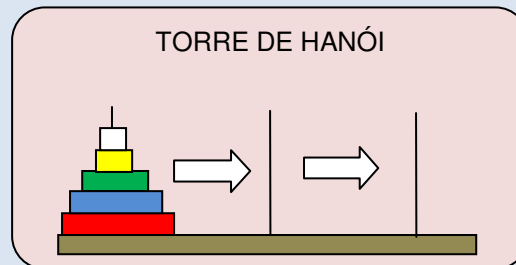


Figura 2 - imagem do autor, 2008

**Resposta:**  $y = 2^x - 1$

Mais informações sobre a Torre de Hanoi, consultar:

[http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diaadia/arquivos/File/conteudo/artigos\\_teses/MATEMATICA/Artigo\\_Manuel.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diaadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Manuel.pdf)

- Verifique se existe alguma regularidade nas tabelas abaixo e, em caso afirmativo, estabeleça a relação entre  $x$  e  $y$ .

X	1,2	2,2	3,2	4,2
y	4,6	7,6	10,6	13,6
<b>R: <math>y = 3x + 1</math></b>				

X	2	5	7	8
y	6	0	-4	-6
<b>R: <math>y = -2x + 10</math></b>				

X	2	3	4	5
Y	4	9	16	25
<b>R: <math>y = x^2</math></b>				

X	2	3	4	5
y	5	10	17	26
<b>R: <math>y = x^2 + 1</math></b>				

- Pesquise o preço de uma tabela que dê o preço das corridas de um quilômetro até 30 quilômetros (bandeira 1 preço da “bandeirada” e do quilômetro rodado cobrados pelos táxis da sua cidade. Em seguida descubra a fórmula para o cálculo do preço de uma corrida em função da quantidade de quilômetros rodados nas bandeiras 1 e 2. Construa num editor de planilhas, usando as fórmulas encontradas, e bandeira 2).

**As respostas dependem dos valores cobrados em cada cidade. A fórmula geral será:**

**Preço da corrida = bandeirada + valor do quilômetro rodado X quantidade de quilômetros rodados.**



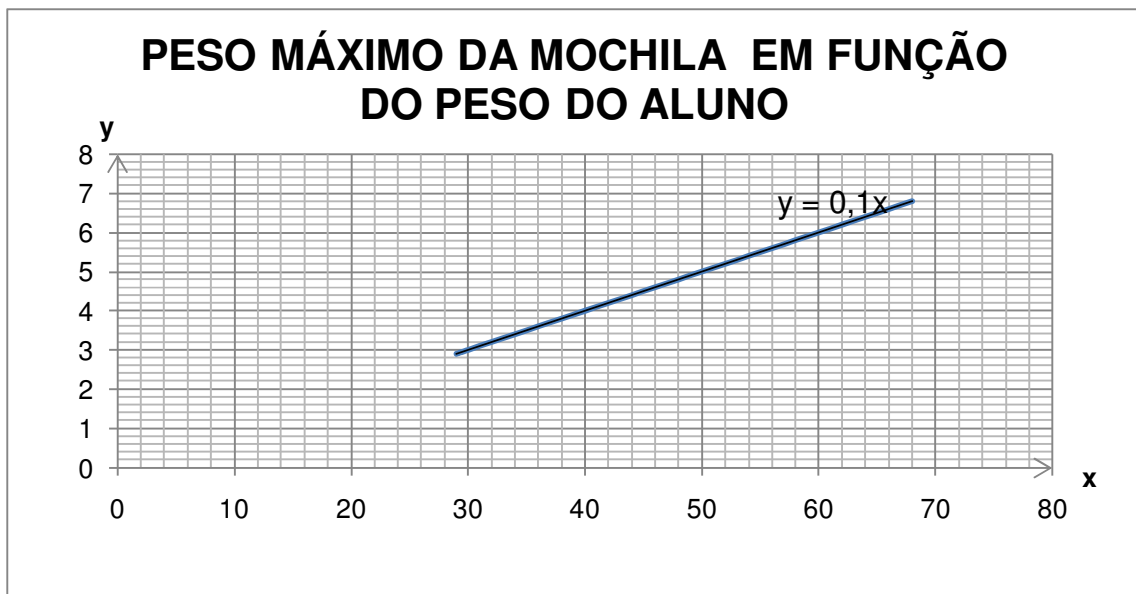
## ATIVIDADE VI

### 1. O gráfico

Neste momento o professor deve introduzir a construção de gráficos no Plano Cartesiano. Muitos alunos das primeiras séries já viram este conteúdo, mas muitos ainda não. É necessária uma atenção especial, pois função é um dos conteúdos estruturantes e os gráficos são ferramentas importantes para a interpretação matemática dos fenômenos.

Vamos construir o gráfico da função que dá o peso máximo ideal das mochilas em função do peso do aluno ( $y = 0,1x$ ). Como o peso dos alunos está entre 29 kg e 68 kg, construiremos o gráfico neste intervalo.

GRÁFICO II

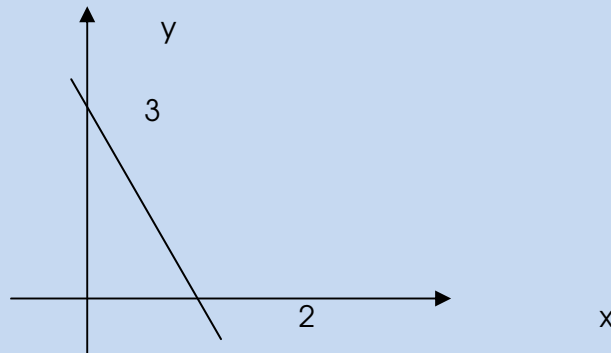


Com este gráfico podemos trabalhar:

- O domínio e a imagem de uma função;
- Problemas envolvendo domínio e imagem;
- As notações de intervalos numéricos .

Mais algumas sugestões de exercícios para esta fase dos trabalhos:

- 1) A Lei nº 6338 (peso das mochilas escolares), quando aprovada, terá uma “emenda” que muda o peso máximo das mochilas de 10% para 15%. Baseado nisso, escreva a fórmula que dá o peso máximo ( $y$ ) da mochila de um estudante em função do seu peso corporal ( $x$ ). Em seguida construa o gráfico desta função.
- 2) Construa o gráfico das funções  $y = x + 2$ ,  $y = -x + 2$ ,  $y = 2x$  e  $y = 2$ .
- 3) Que diferenças você encontrou entre os quatro gráficos? A que se deve esta diferença? Pesquise o que é função crescente, decrescente e constante. Como você classificaria cada função do exercício anterior?
- 4) A figura abaixo representa o gráfico de uma função afim. Escreva esta função.



- 5) O número mínimo de movimentos ( $y$ ) em função da quantidade de discos ( $x$ ) na Torre de Hanói é  $y = 2^x - 1$ . Faça o gráfico desta função:

Obs.: Neste caso podemos “ligar” os pontos da curva? Por quê? Justifique.

- 6) Dê o domínio e a imagem da função do exercício anterior.
- 7) Atividades em equipes:
  - a) Escrever um problema cuja solução seja uma função. Após a validação do problema, o professor (a), passará os problemas para todas as equipes resolverem. No final haverá um debate envolvendo as soluções encontradas.
  - b) Cada equipe criará uma tabela  $x$  e  $y$ , com  $y = f(x)$ . Todas as equipes terão que achar a lei de formação das tabelas.

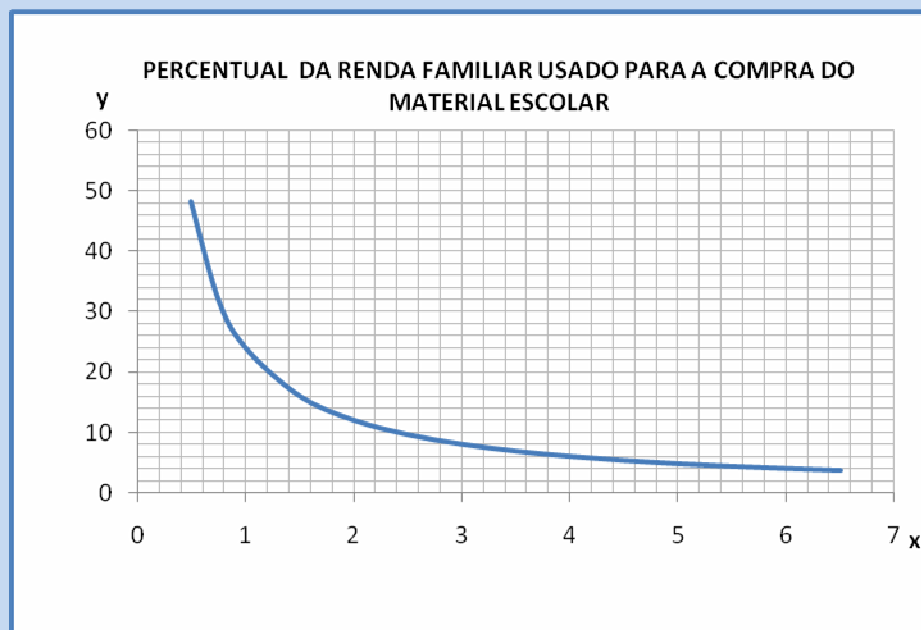
Os livros didáticos trazem vários exercícios com este conteúdo, no entanto, precisamos cuidar com a repetição excessiva e os “modelos” que nem sempre contribuem para o desenvolvimento do conhecimento matemático do aluno.

## ATIVIDADE VII



Outro fator importante com relação aos materiais escolares é o custo que eles representam para uma família. Não entendemos que o gasto com educação seja uma despesa, mas sim investimento. Entretanto, este investimento representa um percentual grande da renda de muitas famílias. Por este motivo, pode-se fazer uma pequena investigação a respeito disto:

Pesquisar o preço médio do custo de todos os materiais da lista fornecida pela sua escola e o valor do salário mínimo. Em seguida, Construir um gráfico que mostre o percentual da renda familiar (y) comprometido com a compra dos materiais. A renda familiar (x) será dada em salários mínimos.



OBS.: Para a construção deste gráfico utilizamos o valor de R\$ 415,00 para o salário mínimo e um custo de R\$ 100,00 para a compra dos materiais escolares.

Com este gráfico podemos trabalhar mais algumas questões envolvendo as funções. Por exemplo, se este gráfico representa uma função, se a lei de formação é do tipo  $y = ax + b$ , se a função é crescente ou decrescente, o domínio e a imagem, etc..

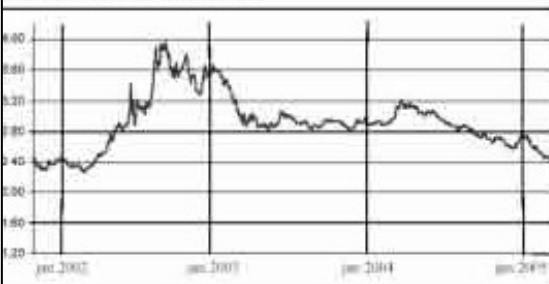
No entanto, pedir aos alunos que achem a lei de formação neste momento nos parece inoportuno. Será melhor deixar isto para quando eles estiverem estudando as funções exponenciais.



O professor pode ter acesso às questões a seguir e várias outras, em:  
<http://www.diaadia.pr.gov.br/eureka/>

(ENEM) – No gráfico abaixo, mostra-se como variou o valor do dólar, em relação ao real, entre o final de 2001 e o início de 2005.

Por exemplo, em janeiro de 2002, um dólar valia cerca de R\$2,40.



Fonte: Banco Central do Brasil

Durante esse período, a época em que o real esteve mais desvalorizado em relação ao dólar foi no:

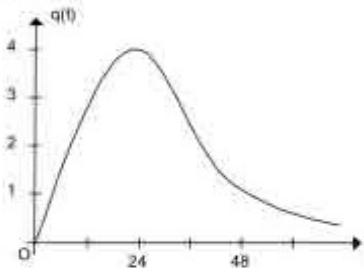
- final de 2001.
- final de 2002.
- início de 2003.
- final de 2004.
- início de 2005.

(UTFPR) – Newton quer imprimir folhetos com a propaganda da sua empresa.

Na gráfica A, o custo para montagem deste folheto é de R\$ 120,00 e o valor da impressão por unidade é R\$ 0,20. A gráfica B cobra R\$ 80,00 para a montagem e R\$ 0,25 para a impressão de cada unidade. Após análise cuidadosa, Newton conclui que:

- é vantagem fazer encomenda na gráfica B para qualquer quantidade de folhetos.
- a gráfica A oferece um custo menor que a B para um número de folhetos menos que 800.
- se encomendar 1000 folhetos da gráfica B, irá gastar R\$ 320,00
- se desejar 1000 folhetos gastará menos se encomendar da empresa A.
- para a quantidade de 800 folhetos, o custo de qualquer das empresas é igual a R\$ 290,00.

(UFPR) – Um estado feito com certo tipo de bactéria detectou que, no decorrer de uma infecção, a quantidade dessas bactérias no corpo de um paciente varia aproximadamente segundo uma função  $q(t)$  que fornece o número de bactérias em milhares por  $\text{mm}^3$  de sangue no instante  $t$ . O gráfico da função  $q(t)$  encontra-se esboçado abaixo. O tempo é medido em horas, e o instante  $t = 0$  corresponde ao momento do contágio.



Com base nessas informações, considere as seguintes afirmativas:

- A função  $q(t)$  é crescente no intervalo  $[0,48]$ .
- A quantidade máxima de bactérias é atingida 24 horas após o contágio, aproximadamente.
- 60 horas após o contágio, a quantidade de bactérias está abaixo de 1500 por  $\text{mm}^3$ .

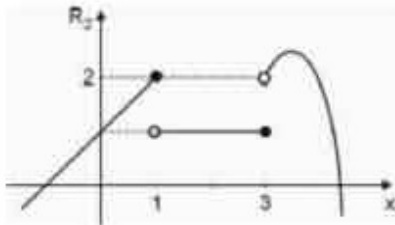
Assinale a alternativa correta:

- Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
- Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
- Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
- Somente a afirmativa I é verdadeira.
- Somente a afirmativa III é verdadeira.

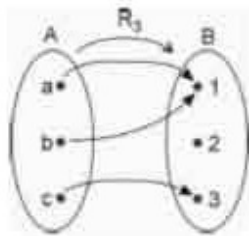
(UTFPR) – Assinale a alternativa que contem uma relação que NÃO é função.

a)  $R_1 = \{(-2, 1), (-1, 1), (0, 2), (1, 2), (2, 3)\}$

b)



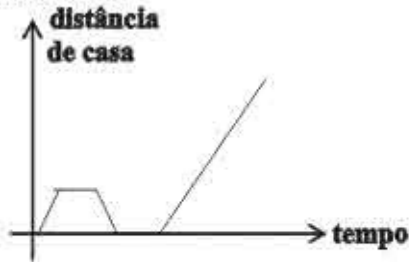
c)



d)  $R_4 = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{R} / y^2 = x\}$

e)  $R_5 = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{R} / y = \sqrt{x}\}$

(UFPR) Qual das histórias melhor se adapta ao gráfico abaixo?



a) Saí de casa calmamente, mas quando vi que poderia me atrasar, comecei a caminhar mais rápido.

b) Eu tinha acabado de sair de casa quando tive a sensação de ter esquecido as chaves do escritório. Parei para procurá-las na minha mala, mas não as encontrei. Voltei para buscá-las e depois pude seguir para o escritório.

c) Tinha acabado de sair de casa quando o pneu furou. Como meu carro estava sem estepe, precisei ficar horas esperando pelo borracheiro. Ele veio, consertou o pneu, e eu pude seguir viagem.

d) Logo que saí de casa encontrei um amigo que não via há muito tempo. Parei para conversar um pouco e depois segui para o escritório.

e) Saí de casa sem destino, dei uma volta na quadra e resolvi voltar para casa. O tempo estava para chuva e resolvi não sair mais de casa.

(UEL – PR) – Uma turma de torcedores de um time de futebol quer encomendar camisetas com o emblema do time para a torcida. Constataram com um fabricante que deu o seguinte orçamento:

- Arte final mais serigrafia: R\$ 90,00, independente do número de camisetas.
- Camiseta costurada, fio 30, de algodão: R\$ 6,50 por camiseta.

Quantas camisetas devem ser encomendadas com o fabricante para que o custo por camiseta seja de R\$ 7,00?

- 18
- 36
- 60
- 180
- 200

(UTFPR) – Uma máquina foi adquirida pela Empresa Bons Negócios por R\$ 16.000,00. Após 12 anos, esta máquina estará totalmente depreciada, isto é, seu valor será zero. Supondo que a depreciação ocorra de forma linear no tempo, a empresa poderá vender esta máquina, após 4,5 anos, em R\$, por:

- 8.000.
- 6.000.
- 10.000.
- 9.600.
- 7.200.

É importante que os nossos alunos tenham contato já na primeira série do Ensino Médio, com as questões que aparecem nos vestibulares.



Sugerimos no Livro Didático Público (2ª edição), duas unidades interessantes para esta fase do estudo das funções (“Energia Elétrica: cálculos para entender o quanto se gasta e o quanto se paga” e “Condomínio Horizontal ou Loteamento Fechado?”). Elas podem ser interessantes para complementar o nosso trabalho.

### ATIVIDADE VIII

Esta atividade será feita em equipe. A partir de agora, os alunos farão a análise de todas as tabelas e gráficos construídos. Eles devem discutir as questões que acharem importantes. Uma delas é a quantidade de alunos que carregam a mochila com um peso superior ao indicado. Outra questão que pode despertar curiosidade é que o peso das mochilas em determinados dias é maior do que em outros. Com o intuito de verificar isto, faremos uma análise do material carregado pelos alunos da quinta série e as disciplinas em cada dia da semana.

Será solicitado aos alunos que pesem os materiais utilizados em cada disciplina. Estes dados serão colocados em uma tabela fornecida pelos alunos pesquisadores:

Para esta atividade é necessária a colaboração do professor (a) da quinta série. As tabelas já devem ser levadas prontas para uma boa organização da turma pesquisada. Outra questão é a postura ética dos alunos pesquisadores que devem ser preparados para que não tenham atitudes discriminatórias com os alunos pesquisados e nem prejudiquem o bom andamento da aula.

TABELA III

Aluno: _____ nº: _____ Turma: _____		
DISCIPLINA	MATERIAIS	PESO
Artes	1 caderno	0,4Kg
Português	1 caderno, 1 livro e 1 dicionário	1,6Kg
Inglês	1 caderno, 1 livro e 1 dicionário	1,2Kg
Matemática	1 caderno e 1 livro	1,2Kg
Ciências	1 caderno	1,0Kg
Geografia	1 caderno e 1 livro	0,95Kg
História	1 caderno e 1 livro	1,0Kg
Ed. Física	1 caderno	0,4Kg
Ens. Religioso	1 caderno	0,4Kg
Materiais diversos	Mochila, agenda, régua, estojo, lápis, canetas, lápis de cor, cola, tesoura, corretivo, apontador, borracha, garrafa de água, celular e canetas hidrográficas.	2,5Kg

TABELA IV

DISTRIBUIÇÃO DAS AULAS SEMANAIS – TURMA: _____				
2ª FEIRA	3ª FEIRA	4ª FEIRA	5ª FEIRA	6ª FEIRA
Artes	Ciências	Ciências	Ciências	História
Português	Geografia	Geografia	Artes	Ens. Religioso
Português	Matemática	Geografia	Português	História
Inglês	Inglês	História	Matemática	Ed. Física
Matemática	Matemática	Inglês	Ed. Física	Português

Com o peso de cada aluno (tab. I), peso carregado pelos alunos em cada dia (tab. I), peso máximo recomendado (tab. II), peso dos materiais de cada disciplina (tab. III) e a distribuição diária das aulas (tab. IV), os alunos pesquisadores preencherão a tabela V (abaixo) para cada aluno pesquisado.

TABELA V

Aluno: _____ nº: _____ Peso: _____ Turma: _____					
DIA	2ª FEIRA	3ª FEIRA	4ª FEIRA	5ª FEIRA	6ª FEIRA
Peso máximo*					
Peso real**					
Peso necessário***					
<p>* O peso máximo recomendado é 10% do peso do aluno.  ** Peso que o aluno está carregando diariamente.  *** Peso dos materiais usados pelas disciplinas do dia.</p>					



Esta tabela ajudará na análise do problema. Poderá nos dizer se realmente os alunos estão carregando muito peso. Podemos a partir destes dados, construirmos gráficos que demonstrem a realidade da escola com relação a este assunto.

## ATIVIDADE IX



Este é o momento de socialização dos resultados. Será feita a reunião de todas as equipes e promovido um debate. As questões serão:

- Quais os motivos do excesso de peso nas mochilas?
- Sugestões para reduzir a carga excessiva dos alunos:
  - Para a escola;
  - Para os professores;
  - Para a família;
  - Para os alunos.

Os alunos poderão, com a orientação do (a) Professor (a) de Língua Portuguesa, redigir um texto explicativo contendo sugestões para cada segmento, de como diminuir o peso carregado pelos alunos.

## ATIVIDADE X

Agora cada equipe terá que montar uma mochila com todos os materiais necessários e que não ultrapassem o peso máximo recomendável. Será usado como referência, o peso com mais frequência (moda) dos alunos pesquisados. Por exemplo, se o peso dos alunos que aparece com maior frequência é 40 kg, então a mochila deverá ter no máximo 4 kg. Mas, é importante destacar a necessidade de se trazer todos os materiais necessários. A diminuição do peso deve acontecer com a escolha de materiais mais leves.

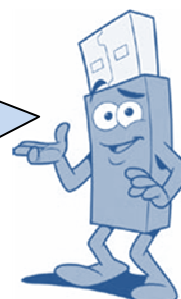
Depois de concluírem os trabalhos, os alunos pesquisadores poderão doar as mochilas para alguma escola que as repassará a algum aluno carente.



## ATIVIDADE XI

Apresentação dos resultados para a comunidade escolar usando uma reunião com os pais convocada pela escola. Nesta apresentação além das tabelas e gráficos, devem ser mostradas algumas soluções para resolver, ou pelo menos diminuir, o problema do excesso de peso das mochilas. Podemos organizar uma exposição mostrando alternativas de materiais e também opções mais baratas. Explorar questões como consumismo, poluição do meio-ambiente e outros assuntos pertinentes também podem ser interessantes para a conclusão deste trabalho.

Uma sugestão para esta atividade: os alunos podem preparar uma apresentação ou um vídeo para a TV MULTIMÍDIA. Podem mostrar as fases dos trabalhos e também a comparação dos pesos das mochilas com outros pesos como, por exemplo, tijolos, garrafas de refrigerantes, etc...



## ANEXOS

### ANEXO I

#### ATIVIDADES PARA AS TURMAS PESQUISADAS

Damos aqui algumas sugestões de atividades para serem aplicadas nas quintas-séries onde se fará a pesquisa e que o professor (a) da turma poderá usar no decorrer do ano letivo. O objetivo é que os alunos possam trabalhar os conteúdos curriculares com os dados levantados.

#### RECURSOS

Serão usadas para estas atividades a TV multimídia, balança, calculadoras e tabelas impressas.

#### DESENVOLVIMENTO

- Será solicitado aos professores de Educação Física, os pesos dos alunos;
- Em cada dia da semana, a partir da segunda-feira, os alunos pesquisadores pesarão as mochilas dos alunos pesquisados e registrarão os resultados em uma tabela conforme o modelo abaixo:

Nº	PESO DO ALUNO	PESO DA MOCHILA 2ª FEIRA	PESO DA MOCHILA 3ª FEIRA	PESO DA MOCHILA 4ª FEIRA	PESO DA MOCHILA 5ª FEIRA	PESO DA MOCHILA 6ª FEIRA
01						
02						
03						
....						
....						

- Na sexta-feira, os alunos pesquisadores entregarão uma cópia da tabela para a professora da turma.

Estes dados serão utilizados para as atividades a seguir.

#### ATIVIDADES

1. Atividade individual: cada aluno deve calcular o peso médio carregado por ele durante a semana.

Obs.: Para esta atividade o professor (a) deve falar sobre média aritmética.

2. Atividade em equipe: As equipes deverão calcular o peso médio das mochilas dos alunos da turma em cada dia da semana.

Obs.: É conveniente que os alunos usem calculadoras para fazer a atividade.

3. Atividade de investigação matemática em equipe: Cada equipe receberá a tabela com os dados (pesos dos alunos e das mochilas) e através da observação da mesma, eles deverão achar o peso que mais aparece (moda). Após isto, as equipes devem fazer um levantamento sobre quantos alunos carregam mais do que o peso médio, o peso médio e menos do que o peso médio.

4. Atividade individual: Cada aluno irá calcular o peso máximo recomendado para ele carregar. Pode-se trabalhar com porcentagem (10% do peso do aluno) ou com fração (décima parte do peso do aluno). Em seguida, eles construirão um gráfico de colunas (em papel quadriculado) que mostre o peso máximo que cada um deveria carregar e o peso que está sendo carregado em cada dia da semana.

Obs.: O professor pode falar aos alunos a opinião de alguns especialistas sobre o peso das mochilas escolares (não deve ultrapassar 10% do peso corporal) e pode exibir na TV MULTIMÍDIA, um dos vídeos sugeridos no início deste trabalho.

5. Atividade de investigação matemática em equipe: As equipes deverão fazer um levantamento do(s) dia(s) da semana em que o peso das mochilas é maior, as causas disto e, após este levantamento, a turma participará de um seminário com os resultados e com as sugestões de cada equipe para diminuir o peso das mochilas sem deixar de trazer o que é necessário.

Muitas outras atividades podem ser elaboradas tendo estes dados como referência.

## AVALIAÇÃO

Os alunos serão avaliados durante todo o processo através da observação direta do professor e os critérios sugeridos são:

- Participou de todas as atividades?
- Demonstrou interesse na execução dos exercícios?
- Teve atitudes éticas de companheirismo e respeito?
- Soube aplicar os conhecimentos adquiridos para resolver novos problemas?

## ANEXO II

O Presidente da Assembléia Legislativa do Estado do Rio de Janeiro, nos termos do § 7º do Artigo 115 da Constituição Estadual, promulga a Lei nº 2.772 de 25 de agosto de 1997, oriunda do Projeto de Lei nº 805-A, de 1996.

LEI Nº 2772, DE 25 DE AGOSTO DE 1997.

**DISPÕE SOBRE O PESO MÁXIMO TOLERÁVEL DO MATERIAL ESCOLAR TRANSPORTADO DIARIAMENTE POR ALUNOS DO PRÉ-ESCOLAR E 1º GRAU DA REDE ESCOLAR PÚBLICA E PRIVADA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO.**

**AUTOR: DEPUTADO CARLOS MINC**

**A Assembléia Legislativa do Estado do Rio de Janeiro D E C R E T A :**

**Art. 1º** - O peso máximo total do material escolar transportado diariamente por alunos do pré-escolar e 1º grau em mochilas, pastas e similares não poderá ultrapassar:

I - 5% do peso da criança do pré-escolar;

II - 10% do peso do aluno do 1º grau.

**Art. 2º** - Caberá à escola, através de seus coordenadores, a definição do material escolar a ser transportado diariamente.

**Art. 3º** - O material que exceder o peso máximo permitido deverá ficar guardado em armários fechados individuais ou coletivos.

§ 1º - No caso dos armários coletivos, será designado pela escola um responsável pela abertura do mesmo no início das aulas, e seu fechamento ao final das mesmas.

§ 2º - Não poderá ser feito nenhum tipo de cobrança pela guarda do material.

**Art. 4º** - O desrespeito aos limites de peso previstos nesta Lei implicará a atribuição das seguintes penalidades à escola transgressora:

I - advertência;

II - multa de 3 (três) UFERJs por aluno com excesso de material escolar.

**Art. 5º** - É obrigatória a afixação das normas contidas nesta Lei em local visível aos alunos, pais e docentes.

**Art. 6º** - Esta lei entrará em vigor na data de sua publicação, revogadas todas as disposições em contrário.

**Assembléia Legislativa do Estado do Rio de Janeiro, 25 de agosto de 1997.**

**DEPUTADO SÉRGIO CABRAL FILHO**

**Presidente**

## ANEXO III

(Lei ainda não sancionada)

**PROJETO DE LEI Nº 6.338, DE 2005  
(Do Sr. SANDES JÚNIOR)**

Dispõe sobre o peso da mochila e similares a ser transportado pelo estudante.

O Congresso Nacional decreta:

Art. 1º. O estudante não poderá transportar material escolar em mochilas ou similares cuja carga seja superior a 10% do seu peso corporal.

Art. 2º. A aferição do peso do aluno será feita mediante declaração escrita do próprio aluno, quando no ensino médio, ou por seus pais ou responsáveis, quando em creches, pré-escola ou ensino fundamental.

Art. 3º. O Poder Público promoverá ampla campanha educativa sobre o peso máximo total aconselhável do material escolar a ser transportado.

Art. 4º. Esta lei entra em vigor na data de sua publicação.

**JUSTIFICAÇÃO**

Transportar material escolar com peso excessivo pode acarretar sérios problemas de saúde para os estudantes. A preocupação atinge pais, professores, médicos e profissionais esportivos.

Recentemente, em São Paulo (capital), esse projeto foi sancionado transformando-se na Lei N.º 13.460/02 de autoria do Vereador Raul Cortez que *determina medidas a serem adotadas pelas escolas municipais objetivando evitar que seus alunos sejam obrigados a transportar peso incompatível com a sua estrutura física e dá outras providências.*

Inspirado naquela iniciativa gostaria de estender a todos os estudantes brasileiros um benefício legal que proteja, previna e sensibilize a saúde dos nossos jovens.

A Sociedade Brasileira de Ortopedia prevê que cerca de 60% a 70% dos problemas de coluna na fase adulta, são causadas pelo peso e esforços repetitivos na adolescência, sendo comum ver nos consultórios uma maior movimentação de estudantes se queixando de dores, durante o período letivo.

A campanha a ser encampada pelo Poder Público visa à conscientização dos males que esse excesso de peso pode provocar, com vícios de postura, dores musculares, lombalgias e problemas de crescimento nas crianças e adolescentes. Estes alunos estão em época de crescimento rápido que vai dos 10 aos 16 anos, onde as meninas são mais propensas à doença por possuírem massa óssea e muscular mais delicadas.

Esperamos contar com o apoio dos nobres Pares para esta iniciativa que procura proteger e prevenir os nossos jovens brasileiros.

Deputado **SANDES JÚNIOR**

## ANEXO IV

**COMISSÃO DE EDUCAÇÃO E CULTURA****PROJETO DE LEI Nº 6.338, DE 2005**

Dispõe sobre o peso da mochila e similares a ser transportado pelo estudante.

**EMENDA MODIFICATIVA Nº 1**

Dê-se ao art. 1º do projeto a seguinte expressão:

*"Art. 1º. O estudante não poderá transportar material escolar em mochilas ou similares cuja carga seja superior a 15% do seu peso corporal"*

Deputado César Bandeira  
Relator

2006\_4601\_César Bandeira

## OBRA CONSULTADA

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Livro Didático Público.**

Matemática/vários autores, 2ª.edição. Curitiba: SEED-PR, 2006. Disponível em: <[http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/livro\\_e\\_diretrizes/livro/matematica/seed\\_mat\\_e\\_book.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/livro_e_diretrizes/livro/matematica/seed_mat_e_book.pdf)>. Acesso em 14 nov. 2008.

## SITES CONSULTADOS

<http://www.diaadia.pr.gov.br/eureka/>

<http://br.youtube.com/watch?v=1PO-6qkBRsk>

<http://br.youtube.com/watch?v=AhDh2UWeyVE>

<http://br.youtube.com/watch?v=qQ83o2kdsLU>

<http://br.youtube.com/watch?v=xKbdAJ-lhRc>

<http://www.youtube.com/watch?v=Bd7cj-7uXUM>

[http://www.educacaopublica.rj.gov.br/discutindo/discutindo.asp?cod\\_per=29](http://www.educacaopublica.rj.gov.br/discutindo/discutindo.asp?cod_per=29)

<http://teses.eps.ufsc.br/defesa/pdf/7701.pdf>

[http://www.itu.com.br/noticias/detalhe.asp?cod\\_conteudo=11543&adm=1](http://www.itu.com.br/noticias/detalhe.asp?cod_conteudo=11543&adm=1)

<http://www.klickeducacao.com.br/2006/conteudo/pagina/0,6313,POR-90-283-00.html>

<http://www.escoladepostura.com.br/main.asp?link=noticia&id=178>

[http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos\\_teses/MATEMATICA/Artigo\\_Manoel.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Manoel.pdf)

<http://www.minc.com.br/cumpra-se/leis/L2772-97.htm>

<http://www.camara.gov.br/sileg/integras/362281.pdf>

<http://www.camara.gov.br/sileg/integras/401447.pdf>

## A EMBALAGEM

*Roseni de Jesus Corrêa<sup>1</sup>*

Vivemos em um mundo de produtos embalados. Praticamente, todos os produtos vendidos são embalados, seja na sua forma final, seja nas fases intermediárias de fabricação e transporte. Nossa economia tem uma estrutura muito complexa, e a importância da embalagem dentro desse sistema está se tornando cada vez mais significativa. Ela contribui tanto para a diminuição das perdas de produtos primários, quanto para a preservação do padrão de vida do homem moderno. As embalagens apresentam uma ampla variedade de formas, modelos e materiais e fazem parte de nossa vida diária de diversas maneiras, algumas reconhecidas facilmente, outras de influência bem sutil, todas, porém, proporcionando benefícios que justificam a sua existência. O produto e a embalagem estão tão inter-relacionados que não podem ser considerados um sem o outro. O produto não pode ser planejado separado da embalagem, que por sua vez, deve ser definida com base na engenharia, marketing, comunicação, legislação, economia e inovação.

Todos lutam por atenção na prateleira do ponto-de-venda. Aprimoramentos na conveniência de uso, aparência, possibilidade de reaproveitamento, volume, peso, portabilidade, características de novos materiais são itens que promovem a modificação da embalagem de forma a adequá-la ao processamento moderno, reciclagem de lixo e estilo de vida. Os padrões gráficos numa embalagem moldam a personalidade dos produtos, principalmente aqueles de distribuição em massa exibidos nas prateleiras, os quais freqüentemente enviam mais mensagens do que algumas exposições publicitárias. Esta é uma razão pela qual é importante dar tanta atenção à embalagem quanto ao produto. A indústria de embalagens, por sua vez, não é exceção, ou seja, à medida que aumentam as exigências de qualidade de produtos, cresce igualmente a necessidade de fazer embalagens mais adequadas, convenientes e competitivas.

---

<sup>1</sup> Professora licenciada em Matemática, lotada no Colégio Estadual São Pedro Apóstolo em Curitiba. Participante do Programa de Desenvolvimento Educacional, turma 2008, roseni@seed.pr.gov.br.



## ANALISANDO FORMAS E TIPOS DE EMBALAGENS

Que formas geométricas estão presentes nas embalagens, caixas e latas?

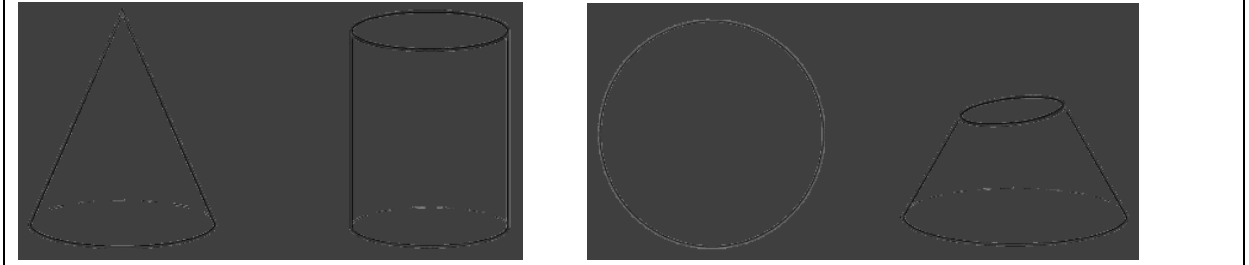


Para realizar essa atividade, solicite aos alunos, embalagens ou objetos de diversos tamanhos e formas. É interessante que o professor também traga embalagens, principalmente aquelas que possuem formas diferentes e que os alunos podem esquecer-se de trazer, como casquinha de sorvete, cone de lã, copos descartáveis, embalagens em forma de pirâmides e tronco de pirâmides entre outras.

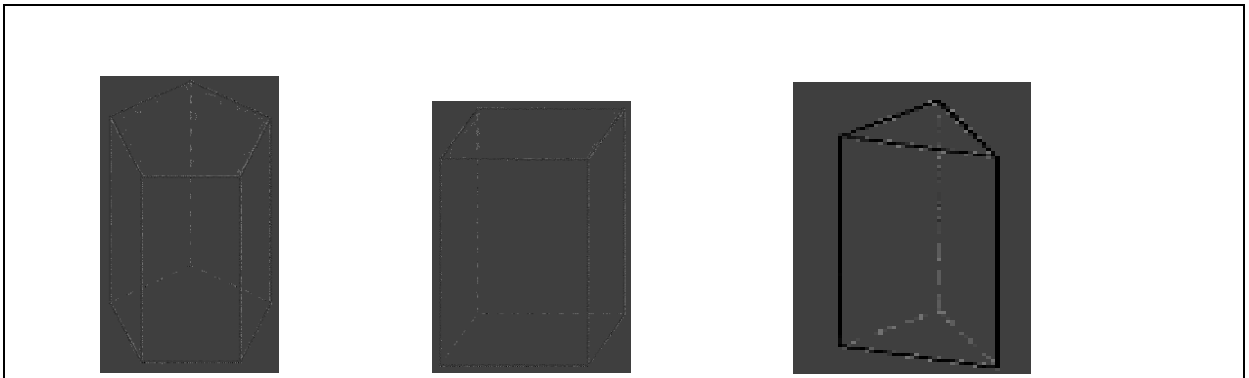
Peça aos seus alunos que montem uma tabela onde irão classificar as embalagens em corpos redondos, prismas e pirâmides.

Corpos redondos	Prismas	Pirâmides e tronco de pirâmide
Nescau	extrato de tomate	panetone
.....	.....	.....

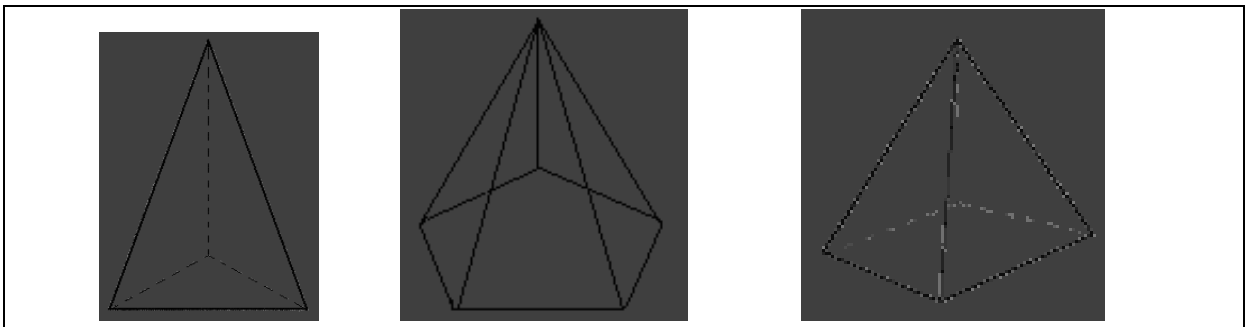
Os corpos redondos são os sólidos geométricos que têm superfícies curvas. Ex:  
Cilindro, cone, tronco de cone e esfera.



Os prismas são sólidos geométricos que têm bases paralelas em forma de polígonos e faces laterais em forma de paralelogramos.



As pirâmides são sólidos geométricos que possuem uma base em forma de polígono e cujas faces laterais são triângulos que possuem um vértice em comum.



## IDENTIFICANDO NAS EMBALAGENS AS FACES, OS VÉRTICES E ARESTAS

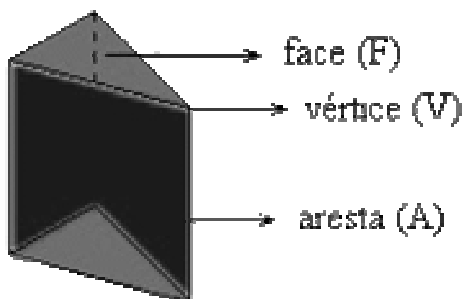
Nesta tabela podemos trabalhar os conceitos de arestas, vértices e faces.

Nome da embalagem	Nome do poliedro	Nº de vértices	Nº de faces	Nº de arestas
<i>caixa de bombom</i>	<i>paralelepípedo</i> <i>(prisma retangular)</i>	<i>8</i>	<i>6</i>	<i>12</i>
<i>Panetone</i>	<i>tronco de cone</i>	<i>8</i>	<i>6</i>	<i>12</i>
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.

Os polígonos que formam os lados do poliedro são chamados de faces.

Uma aresta é o encontro de duas faces, é o “vinco”, a “dobra” que se observa no poliedro.

Vértice é o encontro das arestas, o “canto” do poliedro.



É uma ótima oportunidade para trabalhar também a **RELAÇÃO DE EULER**. Para isso é necessário que o professor disponibilize aos alunos poliedros com número de faces bem variadas, como tetraedro, pentaedro, hexaedro, heptaedro, octaedro, decaedro, icosaedro e outros.

- Completar a tabela contando o número de faces, de vértices e de arestas dos poliedros.

Nome do poliedro	Nº de Vértices (v)	Nº de Faces (F)	Nº de Arestas (A)	
<i>Hexaedro</i>	<i>8</i>	<i>6</i>	<i>12</i>	
<i>Dodecaedro</i>	<i>20</i>	<i>10</i>	<i>30</i>	
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.

Pedir para que observem atentamente a tabela procurando descobrir alguma regularidade. Caso não percebam, induza-os com alguns questionamentos:

- Existe alguma relação entre o número de faces e vértices com o número de arestas? Explique sua resposta. (Caso não consigam, peça para usar a última coluna para fazer a soma do número faces com o número de vértices)

- Qual a relação do número faces com o número de vértices como número de arestas?

-Escreva a relação que descobriu no quadro abaixo. Essa relação chama-se:

## RELAÇÃO DE EULER



### CONSTRUÇÃO DE UM MODELO PARA CAIXINHA DE LEITE LONGA VIDA

Para essa atividade pedir para cada equipe trazer uma embalagem de leite longa vida.

#### Procedimentos:

- 1- Usar a régua para obter as medidas da caixinha.
- 2- Calcular a área (externa) e o volume da caixinha de leite longa vida.
- 3- Completar a tabela com os valores obtidos.

Comprimento(a)	Largura(b)	Altura(c)	Área(cm <sup>2</sup> )	Volume(cm <sup>3</sup> )
9,5cm	6,4cm	16,7cm	652,66 cm <sup>2</sup>	1015,36 cm <sup>3</sup>

- 4- É possível conseguir o mesmo volume com menor gasto de material?

5- Criar um modelo de embalagem para um litro de leite com menor gasto de material.

6- Apresentar os cálculos da área (externa) e do volume. Confeccionar o seu modelo de caixinha em papel cartaz.

Lembre-se:

1 litro = 1 000 ml	1 ml = 1 cm <sup>3</sup>
--------------------	--------------------------

7- Cada grupo deverá apresentar seu modelo de embalagem, explicitando suas dimensões, sua área e volume. (Completar a tabela com os valores obtidos.)

<b>MODELO DE EMBALAGEM PARA UM LITRO DE LEITE</b>				
Comprimento (a)	Largura(b)	Altura(c)	Área (cm <sup>2</sup> )	Volume (cm <sup>3</sup> )

Após as apresentações, discutir no grande grupo:

- Qual embalagem apresenta menor área?

- Essa embalagem seria adequada ao manuseio?- Dentre as embalagens apresentadas quais seriam as mais adequadas?

É importante o professor ter um cubo com 10 cm de aresta para apresentar como o volume de 1 litro de área mínima, caso os alunos não tenham apresentado essa possibilidade.

$$A = 600 \text{ cm}^2$$

$$V = 1000 \text{ cm}^3$$

### EMBALAGEM CILÍNDRICA PARA 1 LITRO

Vamos imaginar uma embalagem cilíndrica para o leite. Haveria economia de material? Quais seriam as dimensões?

#### Procedimentos:

1- Construir um modelo de embalagem cilíndrica para um litro de leite, apresentando as dimensões, o cálculo da área(externa) e do volume. Confeccionar o seu modelo de caixinha em papel cartaz.

2- Cada grupo deverá apresentar seu modelo de embalagem, explicitando suas dimensões, sua área e volume.

<b>MODELO DE EMBALAGEM CILÍNDRICA PARA UM LITRO DE LEITE</b>			
(use $\pi = 3,14$ )			
Raio da base	Altura	Área( $\text{cm}^2$ )	Volume( $\text{cm}^3$ )

Após as apresentações das equipes, discutir:

- Qual embalagem apresenta menor área?
- Essa embalagem seria adequada ao manuseio?
- Dentre as embalagens apresentadas quais seriam as mais adequadas?
- Seria possível usar o mesmo material da caixinha de leite longa vida para a construção dessa embalagem?

É importante o professor ter um cilindro equilátero com 10,86 de diâmetro para apresentar como o volume de 1 litro de área mínima, caso os alunos não tenham apresentado essa possibilidade.

$$A = 561,49 \text{ cm}^2$$

$$V = 1005,44 \text{ cm}^3$$

Discuta com eles sobre:

- Haveria economia de material quanto?
- Por que as embalagens de leite, na maioria, mantêm esse formato de prisma quadrangular vertical?



Para realizar esta atividade os alunos precisam saber calcular a área e o volume do cilindro, se considerar necessário o professor poderá trabalhar o comprimento e a área do círculo.

### COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA

Para essa atividade serão necessários círculos de tamanho variados, poderão ser utilizadas as embalagens cilíndricas.

#### Procedimentos:

1- Medir o comprimento (contorno) e do diâmetro (maior corda) da circunferência usando fita métrica e completar a tabela.

Comprimento da circunferência (C)	Diâmetro (d) ( 2 X o valor do raio)	Comprimento dividido pelo diâmetro $\left(\frac{C}{d}\right)$

Cada equipe deverá apresentar seus resultados.

- O que se observa quanto ao resultado da divisão  $\left(\frac{C}{d}\right)$ ?

- Esse valor está próximo de algum número?

**Conclusão:** O comprimento da circunferência dividido pelo seu diâmetro sempre será um valor próximo de 3,14, não importa o tamanho dessa circunferência. Esse valor é infinito e não periódico chama-se  $\pi$  ( pi).

Então:  $\frac{C}{d} = \pi$  como  $d = 2r$

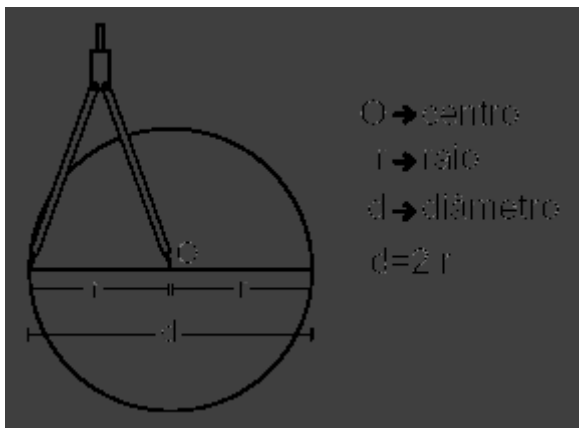
$$\frac{C}{2r} = \pi$$

$C = 2r\pi$  ou seja:  $C = 2\pi r$  → fórmula do comprimento da circunferência

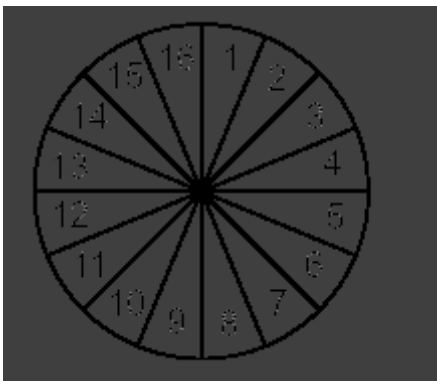
## ÁREA DA CIRCUNFERÊNCIA

### Procedimentos:

1- Recortar em papel cartão um círculo de aproximadamente 10 cm de raio.



2- Dividir esse círculo em 16 partes iguais. ( usar o transferidor)



Cada uma destas partes é denominada setor circular.

3- Recorte os setores circulares e arrume a metade deles como mostra a figura abaixo.



4- Encaixe a outra metade sobre esta, de forma a não deixar espaços vazios.

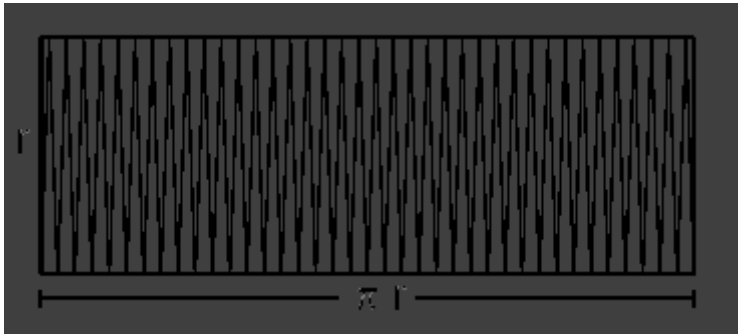
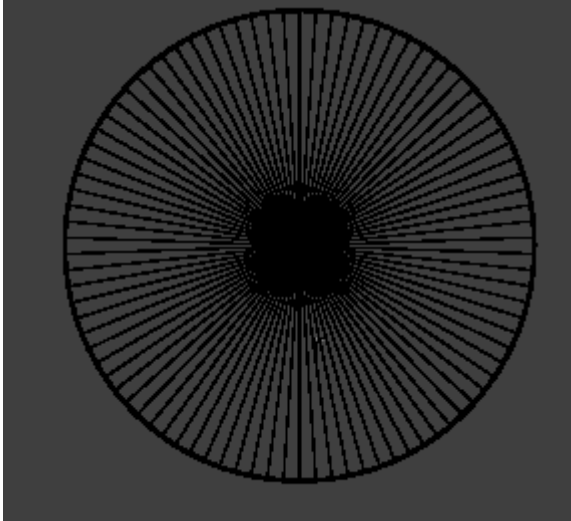


5- Essa figura obtida se aproxima de alguma figura geométrica? Qual?

6- O que aconteceria se dividíssemos esse círculo em segmentos cada vez menores?

7- Pense em uma maneira de calcular a área dessa figura.

**Conclusão:** Essa figura ainda não é um quadrilátero, pois dois de seus lados são formados por arcos sucessivos e não por segmentos de reta. No entanto, usando um pouco a imaginação, podemos dividir nosso círculo em setores circulares cada vez menores.



Repetindo o que fizemos com as 16 partes vamos pegar a metade dos setores em certa posição e encaixar sobre estes a outra metade. Note que nos aproximamos muito mais de um retângulo de altura igual ao raio e comprimento igual à metade do comprimento da circunferência deste círculo.

$$A = \pi r \cdot r$$

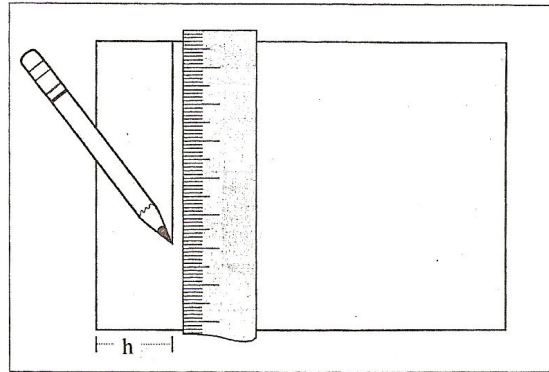
$$A = \pi r^2 \rightarrow \text{fórmula da área do círculo}$$

### CONSTRUÇÃO DE UMA CAIXINHA ABERTA

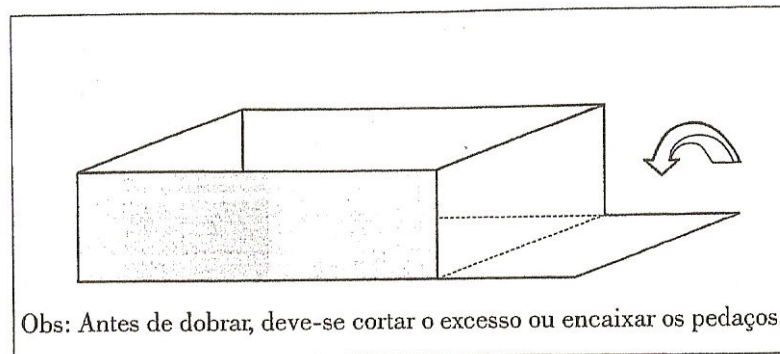
#### Procedimentos:

1- Cada equipe devera construir uma caixinha aberta usando uma folha de sulfite.

2- Escolha a medida da altura, use uma régua para medir a altura desejada em cada borda da folha, trace uma linha. Faça o mesmo procedimento nas demais bordas.



3- Faça a dobra em cada um dos riscos, corte um dos lados dos quadrados que se formaram nos cantos e monte sua caixinha.



4- Calcule a área total da caixinha da caixinha ( incluindo os encaixes), a área externa e o volume.

5- Qual o percentual de material gasto para fazer os encaixes?

6- Apresentar à classe sua caixinha, juntamente com os cálculos de área e volume.

**Discutir com a turma:**

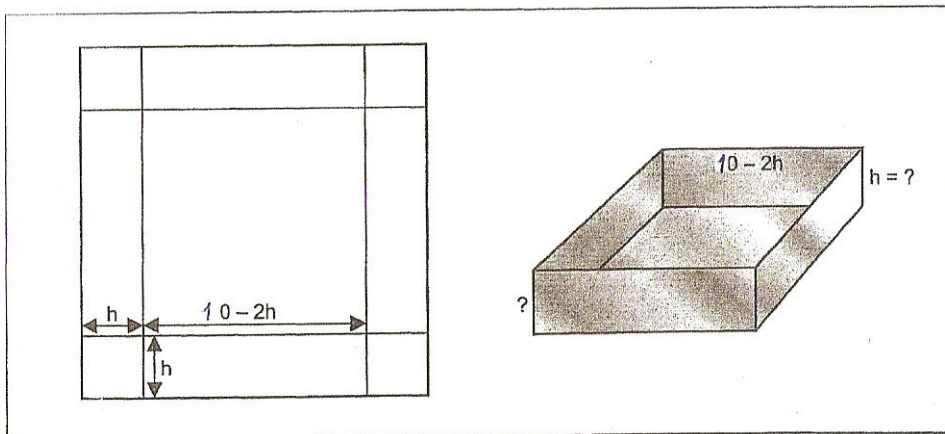
- Qual a caixinha de maior volume?

- E a de menor volume?
- Por que mesmo sendo usado a mesma quantidade de papel as caixinhas têm volumes diferentes?
- Existe uma embalagem “ótima”, ou seja, a que utiliza um mínimo de material para um volume máximo?
- Como descobrir a altura da embalagem ótima?

## EMBALAGEM ÓTIMA

### Procedimentos:

1-Vamos descobrir qual será a altura da embalagem “ótima”. Se usarmos uma folha quadrada com 10 cm de lado, qual deverá ser a altura (h) para que tenha um volume máximo? Observe a ilustração abaixo.



2-Encontre a equação que determina o volume em função da altura.

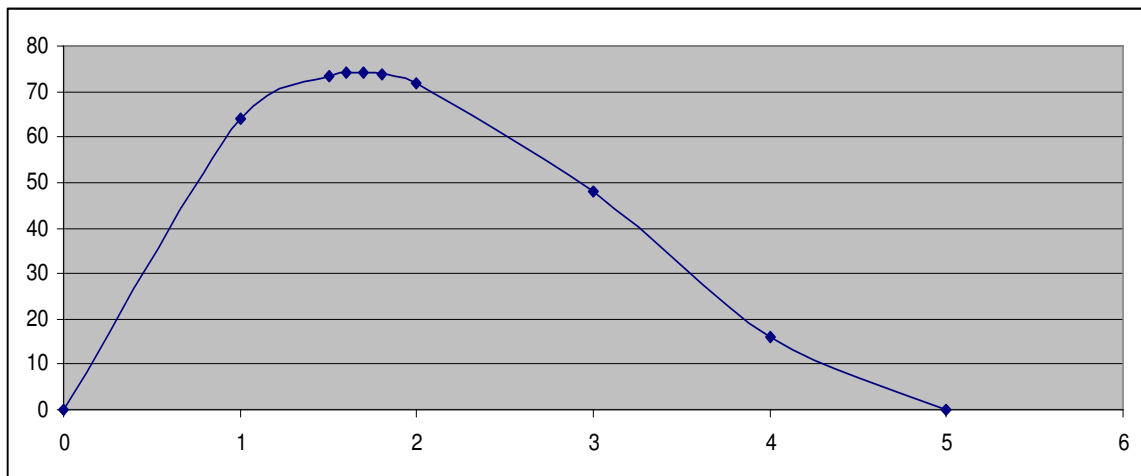
$$V = (10 - 2h)^2 \times h \quad \text{com } 0 < h < 5$$

$$V = V(h) = (100 - 40h + 4h^2) \times h$$

$$V(h) = 100h - 40h^2 + 4h^3$$

3- Use a planilha calc para construir o gráfico dessa função.

Altura	volume
0	0
1	64
1,5	73,5
1,6	73,984
1,7	74,052
1,8	73,728
2	72
3	48
4	16
5	0



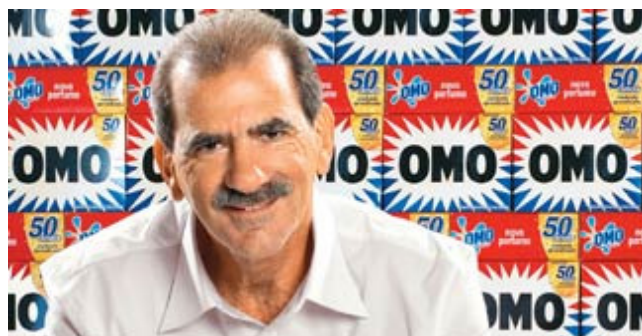
Pelo gráfico, os pontos críticos da função são  $h_1 = 5$  ( ponto de mínimo) e  $h_2 = 1,7$  ( ponto de máximo).

## MUDANÇAS NA EMBALAGEM DO SABÃO EM PÓ

### O valor de uma idéia simples

Augusto Bartolomei

*Prianti, presidente da Unilever, e a nova embalagem do sabão em pó Omo: a mudança que nasceu de uma sugestão de um grupo de funcionários da área de desenvolvimento, foi copiada depois pela subsidiária chilena.*



A tradicional caixa vertical do sabão em pó Omo, líder em vendas há 50 anos, foi substituída por uma versão horizontal - mantendo a porção de 1 quilo do produto. A proposta de mudança da embalagem foi apresentada à direção da Unilever no final de 2005 e nasceu de uma sugestão de um grupo de funcionários da área de desenvolvimento de sabão em pó. Porém, até levar o produto às gôndolas dos supermercados um longo caminho foi percorrido. O processo incluiu pesquisas de opinião com donas de casa - e, à primeira vista, elas não ficaram exatamente empolgadas com a inovação. "Elas tendem a ser um público mais tradicionalista", diz Prianti. "Ainda assim, entendemos que a idéia era boa o suficiente para ser levada adiante."

Para apresentar a nova embalagem ao consumidor, a Unilever realizou uma campanha publicitária enfatizando que a quantidade do produto seria preservada. O sucesso com o público e a economia gerada pela mudança foram tão grandes que a empresa decidiu investir ainda mais na estratégia - com o caminho aberto por Omo, meses depois a Unilever trocou também as embalagens das marcas Minerva e Brilhante.

(texto adaptado da página: [portalexame.abril.com.br/.../m0144132.html](http://portalexame.abril.com.br/.../m0144132.html) )





EMBALAGEM ANTIGA				
Comprimento(cm)	Largura(cm)	Altura(cm)	Área(cm <sup>2</sup> )	Volume(cm <sup>3</sup> )
16,8	4,8	24		



EMBALAGEM NOVA				
Comprimento(cm)	Largura(cm)	Altura(cm)	Área(cm <sup>2</sup> )	Volume(cm <sup>3</sup> )
19	7	14,5		

**Procedimentos:**

1- Após a leitura do texto, discutir com a equipe qual a razão que levou a Unilever mudar o formato da embalagem de sabão em pó?

2- Calcular a área (externa) e o volume das duas embalagens de sabão em pó.(completar as tabelas acima.)

### CÁLCULO DA ÁREA

Embalagem antiga	Embalagem nova
$24 \times 16,8 \times 2 = 806,40$	$19 \times 14,5 \times 2 = 551$
$16,8 \times 4,8 \times 2 = 161,28$	$19 \times 7 \times 2 = 266$
$4,8 \times 24 \times 2 = 230,40$	$7 \times 14,5 \times 2 = 203$
Total = 1198,08 cm <sup>2</sup>	Total = 1020 cm <sup>2</sup>

### CÁLCULO DO VOLUME

Embalagem antiga	Embalagem nova
$4,8 \times 16,8 \times 24 = 1935,6 \text{ cm}^3$	$16 \times 14,5 \times 7 = 1928,5 \text{ cm}^3$

3- Quanto foi a economia de papel?

4- Qual é o percentual de papel empresa irá economizar?

O trabalho com embalagens pode ser adaptado a qualquer série de ensino, basta usar abordagem adequada. Além dos conteúdos curriculares deve-se associar ao trabalho uma conscientização sobre o meio ambiente, produção de lixo, coleta seletiva e reciclagem.

## REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. **Concepções e Experiências de Futuros Professores**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo. Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino e Aprendizagem de Matemática**. 2ª ed. Blumenau: FURB, 2004.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. 3ª ed. São Paulo: Contexto, 2005.

D' AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. Campinas: Summus, 1986.

D' AMBRÓSIO, U. **Explorar e investigar para aprender matemática através da modelagem matemática**: Pontifca Universidade Católica de São Paulo, 1993.

ESTEPHAN, V. M. **Recursos didáticos para o ensino da matemática**. VI Encontro Nacional de Educação Matemática, São Leopoldo, 2 000.

GAZETTA, M. **A Modelagem como Estratégia de Aprendizagem da Matemática em Cursos de Aperfeiçoamento de Professores**. Dissertação de Mestrado. UNESP. Rio Claro/SP, 1989.

MIGUEL, A; MIORIN, M. A. **A História na Educação Matemática: Propostas e Desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

SEED, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Rede Pública do Estado do Paraná. – DCE, 2006**

**Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica**. Curitiba: SEED, 2008. Disponível em <  
[http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/livro\\_e\\_diretrizes/](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/livro_e_diretrizes/)

Versão On-line

ISBN 978-85-8015-039-1

Cadernos PDE

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS  
DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

2008

VOLUME I

# O USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

Antonia Eloí de Mello Dotto<sup>1</sup>

Orientadora: Violeta Maria Estephan<sup>2</sup>

## RESUMO

O presente trabalho relata uma experiência com Modelagem Matemática em sala de aula: “Construção de um Refeitório”. O trabalho foi desenvolvido com uma turma de 7ª série do Colégio Estadual Professor Brandão, situado na Avenida João Gualberto, 953 - Bairro Alto da Glória, Curitiba - PR. Optou-se por essa série, devido às atividades propostas estarem de acordo com os conteúdos previstos nesta série: medidas, números, proporção, geometria plana e espacial. O tema foi desenvolvido com o uso de atividades práticas e aplicado em etapas: construção do metro quadrado, esboço da planta da sala, conhecimento e medição do terreno, retomada da escala, construção da planta baixa do refeitório e construção da maquete.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Proporção. Medidas

## ABSTRACT

The present work tells an experience with mathematical modeling in classroom: “Construction of a Refectory”. The work was developed with a group of 7<sup>th</sup> series of the “Professor Brandão” High School, situated in the João Gualberto Avenue, 953 – Alto da Glória, Curitiba - PR. One opted to this series, which had to the activities proposals to be in accordance with the contents foreseen in this series: measures, numbers, proportion, plain and space geometry. The subject was developed with the use of practical activities and applied in stages: construction of the square meter, sketch of the plant of the room, knowledge and measurement of the land, retaken of the scale, construction of the plant low of the refectory and construction of the mockup.

**Key - words:** Mathematical Modeling. Proportion. Measures.

---

<sup>1</sup> Professora Licenciada em Ciências – Habilitação Matemática pela FACEPAL, especialista em Ensino da Matemática pela UNICENTRO e participante do Programa de Desenvolvimento Educacional, turma 2008, [antoniadotto@hotmail.com](mailto:antoniadotto@hotmail.com)

<sup>2</sup> Professora do Departamento de Matemática da UTFPR, Mestre em Educação

## 1. INTRODUÇÃO

Ensinar e aprender matemática têm sido durante muito tempo a preocupação de educadores e alunos. Educadores que buscam os meios para enriquecer seu trabalho e alunos que desmotivados não encontram razão em aprender tantas fórmulas e conceitos, pois o conhecimento muitas vezes parece distante da sua realidade, não vendo razão para tanto esforço.

Diante de tantas dificuldades encontradas nesta disciplina, a proposta da Modelagem Matemática é uma alternativa que contribui para a reversão do quadro existente, uma vez que trabalha os conteúdos matemáticos a partir de fatos reais, com assuntos de interesses dos alunos. Além disto, a Modelagem Matemática valoriza a pesquisa de campo, levando o aluno à procura de informações para solucionar os problemas levantados, diferenciando-se das demais metodologias, pois vai além da resolução de um problema matemático. E é nesse processo de busca que acontece o aprendizado, pois desenvolve no educando a vontade de criar, de construir seu próprio conhecimento matemático, desenvolvendo o dinamismo, a liberdade de ação, a tomada de decisão e onde se tenta resgatar o prazer em aprender matemática.

Desde o início do século XX, educadores matemáticos apontavam para a necessidade de se compreender como acontecia o ensino da Matemática, de forma a delimitar nos currículos escolares, a possibilidade dos estudantes executarem análises, discussões, conjecturas, apropriação de conceitos e formulação de ideias (DCE, 2006).

Seguindo essa linha de pensamento, o objetivo da Educação Matemática é fazer com que o aluno construa, por meio do conhecimento matemático, valores e atitudes diversas, visando à formação total do ser humano e do cidadão. (MIGUEL E MIORIN, 2004).

Pesquisas realizadas na área de Educação Matemática apontam que a Matemática ensinada em sala de aula e a forma como vem sendo aplicada, não acompanham a evolução social e tecnológica e não correspondem às demandas atuais da sociedade. Nesse modelo de ensino, o aluno quando consegue aprender algum conteúdo, geralmente não consegue relacioná-lo à sua vida cotidiana. Dessa forma, a matemática aprendida na escola não contribui para a formação de um

cidadão consciente e atuante no meio em que vive. Ela não é uma matemática democrática e emancipadora, pelo contrário, funciona como mecanismo de repressão, mesmo que essa não seja a intenção clara dos professores tradicionais de matemática.

Atualmente, no âmbito da Educação Matemática, diversas tendências vêm se destacando como forma de proporcionar ao aluno uma aula mais motivadora e significativa. Dentro delas opta-se pela escolha da Modelagem Matemática, haja vista que ela trabalha com situações reais e apresenta uma forma de construção de conhecimento que flui de maneira natural e não por imposição, facilitando o entendimento e as relações com o cotidiano do aluno.

Skovsmose (2001) distingue três tipos diferentes de conhecimento que podem ser relacionados à Modelagem Matemática:

- O conhecimento matemático em si;
- O conhecimento tecnológico que se refere a como construir e usar um modelo matemático;
- O conhecimento reflexivo que se refere à natureza dos modelos e os critérios usados em sua construção, aplicação e avaliação.

Para esse autor a Modelagem Matemática no contexto educacional deve ser vista sob a ótica da Educação Crítica em construções de modelos e com aplicações matemáticas.

Segundo D'Ambrosio (1986, p. 11): "Modelagem é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial".

Nessa concepção a Modelagem Matemática surge a partir de problemas e de aspectos da realidade vivida pelos participantes do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, para chegar-se à construção de um modelo.

Segundo Biembengut (1999, p.43): "o objetivo da modelagem no ensino é levar o aluno a aprender e a fazer modelos e também adquirir conhecimento matemático". Biembengut e Hein (2005) enfatizam a construção do modelo a partir de um conjunto de procedimentos agrupados em três etapas: interação (reconhecimento da situação-problema e familiarização com o assunto a ser modelado), matematização (formulação do problema através de uma linguagem matemática e resolução do problema) e o modelo matemático em si (validação

através de dados disponíveis e interpretação da solução seguida de discussões sobre os resultados obtidos).

Em Modelagem Matemática o processo da aplicação em sala de aula inicia-se com a escolha do tema pelo aluno (que também pode ser feita pelo professor) de uma situação do nosso dia-a-dia e de interesse comum.

Após a escolha, devem ser levantados os problemas a serem estudados, discutidos e pesquisados (leitura de artigos, revistas, informações na Internet e outras) de preferência em grupo e utilizando as ferramentas matemáticas para encontrar as possíveis soluções para os problemas. A discussão dos temas abordados é muito importante para a formação de um ser humano mais crítico e consciente das suas obrigações perante a sociedade.

Segundo Silveira e Ribas (2004), sempre que for possível, devemos trabalhar os conceitos matemáticos a partir da realidade em que vivem nossos alunos, pois desta maneira, a Matemática passa a ser mais interessante e agradável aos olhos de nossos alunos que são capazes de contribuir na própria construção do saber ao qual estão tendo contato e a escola deixa de ser algo fora da sua realidade social e começa a fazer parte do seu cotidiano.

O trabalho descreve a implementação do uso de Modelagem Matemática em sala de aula, contribuindo assim para uma educação mais participativa e crítica, onde os alunos atuem como agentes transformadores e construtores de seu conhecimento. Para que nossos alunos sejam participativos do processo ensino aprendizagem, os mesmos devem ser estimulados com a aplicação de novas tecnologias, melhorando assim o ensino da Matemática.

## **2. DESENVOLVIMENTO**

O trabalho foi desenvolvido com a 7ª série do Colégio Estadual Professor Brandão - Avenida João Gualberto, 953, Alto da Glória, Curitiba PR.

Comentou-se com os alunos sobre o que é Modelagem Matemática, explicando que é uma metodologia que trabalha com um problema real. Na sequência foram informados que existe um terreno vago no Colégio, destinado à construção de um refeitório para os alunos. Houve uma discussão informal sobre o que é preciso para construir um refeitório e as respostas foram sendo anotadas no



quadro. O objetivo era fazer uma sondagem sobre o que eles entendiam sobre construção.

Após a discussão foi exposto o tema do trabalho: construção de um refeitório e as etapas que fazem parte deste tema: construção do metro quadrado; esboço da planta da sala; conhecimento e medição do terreno; retomada da escala; confecção da planta baixa do refeitório e da maquete.

### **PRIMEIRA ATIVIDADE: CONSTRUÇÃO DO METRO QUADRADO**

Para esta atividade os alunos foram organizados em equipes e orientados sobre a atividade proposta. Na sequência distribuíram-se jornais, colas, tesouras e régua aos grupos.

Algumas equipes começaram a discutir e questionar sobre como executar essa atividade. Diante da busca e do interesse dos alunos em realizá-la foi constatado que os objetivos propostos foram atingidos, pois a explicação sobre o que é um metro quadrado veio como resposta à indagação deles, após pensarem sobre o problema levantado.

Depois das dúvidas esclarecidas, deu-se início a construção do metro quadrado. Os alunos mostraram-se bastante empolgados com esta atividade:

**- "Nossa! Como o metro quadrado é grande!" (B, 13 anos)**

**- "Eu achava que a medida do metro e do metro quadrado eram iguais."**

**(R, 13 anos)**

De posse do metro quadrado de jornal as equipes mediram e estimaram a área de algumas dependências da escola e também fizeram a experiência de descobrir quantos alunos cabem em um metro quadrado (Figura 1).

**- "Que legal! Agora eu sei como descobrir quantas pessoas estão presentes em um Show, contando por metro quadrado." (L, 14 anos)**

**- "Que tamanho de papel devo usar na parede do meu quarto?"**



Figura 1: Alunos medindo corredor do Colégio Estadual Professor Brandão.

Com estas observações e muitas outras que surgiram nessa primeira atividade foi observado que os alunos entenderam muito bem os conceitos de área e perímetro. Aprenderam na prática essa diferença, confirmando mais uma vez uma aprendizagem duradoura e significativa.

### **SEGUNDA ATIVIDADE: ESBOÇO DA PLANTA DA SALA**

Nesta atividade, os alunos mediram a área da sala de aula e em seguida receberam uma folha de papel sulfite para fazerem um esboço da planta da sala de aula. O objetivo desta atividade era fazer uma sondagem sobre as noções que eles têm de números, medidas e geometria.

Novamente um questionamento curioso por parte de um aluno:

**- “Professora, como vou desenhar a planta da sala de aula nesta folha se a medida da sala de aula é bem maior que ela?” (J, 13 anos).**

Diante dos questionamentos e comentários sobre a utilização da escala, percebeu-se que os alunos não se apropriaram deste conceito nas séries anteriores.

Percebe-se que a pergunta do aluno é bastante ingênua e infantil considerando que o mesmo está na 7ª série. Ela mostra um total desconhecimento

sobre o uso de escalas, nem no âmbito escolar como social. Esperava-se que o aluno já tivesse vivenciado tais experiências em geografia com mapas, na vida social com plantas de casas e apartamentos que aparecem em jornais e folhetos promocionais.

Para facilitar a construção do esboço da planta da sala de aula foi decidido pela maioria dos alunos a utilização de 3 cm para cada 1m da sala.

Foi comprovado nesta atividade que a grande maioria dos alunos apresenta dificuldade em lidar com números, medidas e geometria.

### **TERCEIRA ATIVIDADE: CONHECER E MEDIR O TERRENO**

A terceira atividade foi conhecer e medir o terreno (Figura 2 e 3). Antes de começarem as medições, foi realizado um levantamento dos conhecimentos que eles têm sobre medidas de comprimento. Primeiramente fizeram estimativas a respeito das medidas do terreno e, após anotarem esses valores, as equipes mediram o comprimento e a largura do terreno.

Os alunos ficaram surpresos com os resultados encontrados, pois ao comparar com as estimativas, observaram que os mesmos eram muito diferentes em relação às dimensões reais do terreno.



Figura 2: Terreno vago



Figura 3: Alunos e professora medindo a largura do terreno.

Diante das respostas dadas percebe-se que a maioria dos alunos tem pouca ou nenhuma noção de medidas, pois os valores anotados são muito diferentes da medida real (os mesmos podem ser comprovados na tabela abaixo).

As estimativas citadas antes da medição foram:

ESTIMATIVA	MEDIDA REAL
<b>Comprimento</b>	
400m	35m
200m	35m
100m	35m
80m	35m
60m	35m
<b>Largura</b>	
100m	9,5m
50m	9,5m
30m	9,5m

#### QUARTA ATIVIDADE: RETOMANDO ESCALA

Nesta atividade, retomando escala, foi explicado que escala é um conceito muito utilizada por engenheiros, arquitetos, marceneiros, projetistas e outros profissionais e que serve para ampliar ou reduzir o desenho. Primeiramente foi exposto a escala 1: 50 com o objetivo de sondar o que os alunos conhecem sobre escala, tema trabalhado também na série anterior a que eles se encontram. Abaixo os comentários dos alunos:

- ***“Um centímetro no desenho significa cinquenta metros do valor real.”***(j, 14 anos)
- ***“Um centímetro no desenho significa meio metro na vida real.”*** (M, 12 anos)
- ***“Um centímetro no desenho significa cinco metros do valor real.”***(T, 14 anos)
- ***“Um centímetro no desenho significa cinquenta centímetros do valor real”.*** (R, 13 anos)

Perante as dúvidas e dificuldades expostas pelos alunos deu-se o esclarecimento da maneira correta da representação de escala e na exposição e explicação das escalas 1:100 e 1:200, percebeu-se que os alunos tiveram uma maior facilidade em entender as diferenças, pois logo falaram:

- ***“Um centímetro no desenho vale 100 centímetros da medida real.”*** (C, 13 anos)
- ***“Um centímetro é igual a 1 metro da medida real.”*** (M, 13 anos)
- ***“Um centímetro no desenho vale 200 centímetros da medida real.”*** (B, 12 anos)
- ***“Um centímetro é igual a 2 metros da medida real.”*** (N, 13 anos)

Como tiveram facilidade foi lançada a pergunta:

**“Qual das escalas amplia o desenho e qual diminui?”**

No primeiro momento a maioria falou que a escala 1: 200 amplia e a escala 1:50 diminui. Devido a essa associação errônea, foram expostas as tabelas no quadro e com o uso dos conteúdos *proporção e regra de três simples* foram demonstradas a largura do terreno de 9,5 metros, conforme mostra o quadro abaixo:

**ESCALA: 1:50**

PROPORÇÃO		
Medida do Desenho (cm)	Medida Real (cm)	Medida Real (m)
1	50	0,5
2	100	1
4	200	2
8	400	4
16	800	8
18	900	9
19	950	9,5

**REGRA DE TRÊS**

Centímetro

metro

2

1

x

9,5

$$x = 9,5 \cdot 2$$

$$x = 19 \text{ cm}$$

**ESCALA: 1:200**

PROPORÇÃO		
Medida do Desenho (cm)	Medida Real (cm)	Medida Real (m)
0,5	100	1
1	200	2
2	400	4
4	800	8
4,5	900	9
4,75	950	9,5

## REGRA DE TRÊS

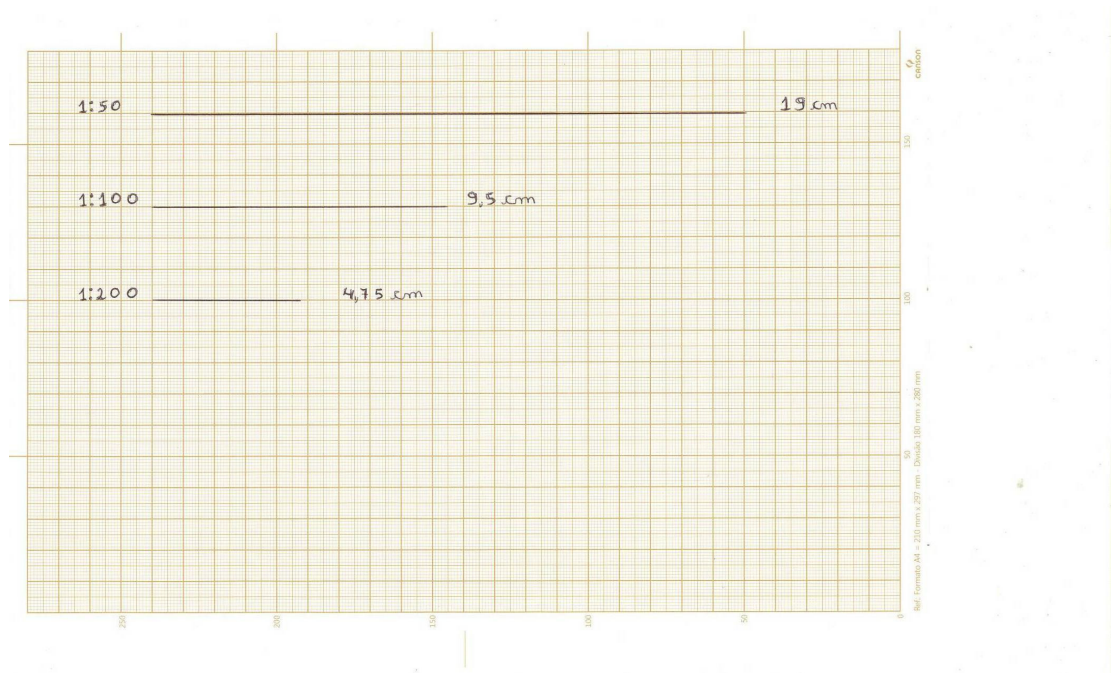
cm	metro
1	2
x	9,5

$$2x = 9,5$$

$$x = \frac{9,5}{2}$$

$$x = 4,75 \text{ cm}$$

Após exposto o assunto foi proposta uma atividade na qual deveriam desenhar em um papel milimetrado a largura (9,5 metros) do terreno da escola nas escalas 1:50; 1:100 e 1:200.



## QUINTA ATIVIDADE: CONFECÇÃO DA PLANTA BAIXA DO REFEITÓRIO

Para esta atividade foi escolhido o esboço da planta baixa que apresentou um melhor aproveitamento do espaço físico (ver figura 4). A turma foi dividida em três grupos:



Grupo um: confeccionou a planta baixa na escala 1:50.

Grupo dois: confeccionou a planta baixa na escala 1:100.

Grupo três: confeccionou a planta baixa na escala 1:200.



Figura 4: Alunos confeccionando a planta baixa.

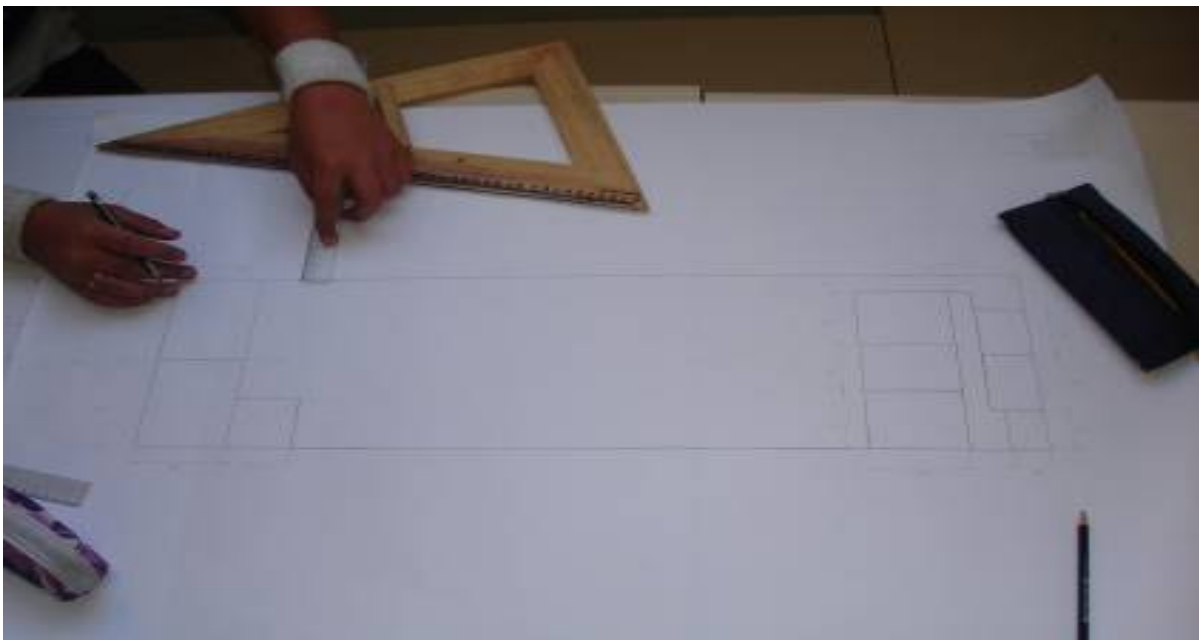


Figura 5: Planta baixa - refeitório.

O primeiro grupo precisou usar mesas maiores, devido ao tamanho do papel utilizado (A2), por isso, ocupou as mesas existentes no corredor do colégio.



Após o término da confecção da planta baixa cada grupo socializou ao outro a sua atividade. Esse momento foi muito marcante, devido à expressão de admiração de alguns alunos ao ver o desenho dos outros colegas:

- **“Nossa! A planta que você fez é igualzinha a minha, apenas o tamanho é diferente”.** (Y, 13 anos)
- **“O seu desenho ficou parecido com o meu”.** (P, 13 anos)
- **“Então é por isso que se utiliza escala!”** (R, 13 anos)
- **“Agora eu entendi melhor a expressão reduzir e ampliar”.** (C, 13 anos)

Concluída a confecção das plantas baixas, formaram equipes para a confecção da Maquete do Refeitório a qual foi exposta no dia da “BIOFESTA”.

## **SEXTA ATIVIDADE: CONSTRUÇÃO DA MAQUETE**

A sexta atividade foi muito importante, pois os alunos tiveram a oportunidade de aplicar os conceitos matemáticos aprendidos e desenvolvidos nas atividades anteriores. (Figuras 6 e 7). Para o desenvolvimento desta atividade foram seguidos os passos abaixo:

### **1º Passo: Formação da equipe**

Foi dada a liberdade de escolha na formação das equipes e foi observado que essa liberdade de escolha foi positiva, pois houve uma boa integração entre eles.

### **2º Passo: Escolha do material**

A escolha do material ficou a critério do grupo. A maioria optou em usar isopor e papelão.

### **3º Passo: Base da maquete**

Para fazer a base da maquete do refeitório as equipes ampliaram a planta definitiva de modo que a mesma coubesse no material escolhido por eles. Nesta etapa foi observado e avaliado se os conhecimentos matemáticos expostos nas atividades anteriores foram adquiridos.

#### 4º Passo: Paredes da maquete

Foram montadas a partir das medidas reais do refeitório calculando-se os valores correspondentes na maquete.

Após as paredes da maquete do refeitório serem montadas, os alunos foram instigados a analisarem que forma a maquete sugere. Foi um momento oportuno para explicar aos alunos noções de geometria espacial e foi proposta uma pesquisa sobre os sólidos geométricos.



Figura 6: Início da construção da maquete pelos alunos.



Figura 7: Confeção da Maquete.

Durante a BIOFESTA (festa anual da escola) os alunos expuseram as maquetes (Figura 8) e explicaram aos visitantes sobre o projeto de construção do refeitório para os alunos.



Figura 8: Exposição de 2 modelos de maquete.

Os visitantes gostaram do que viram, pois faziam perguntas em relação à escolha dos ambientes, observavam com admiração as maquetes expostas pelos alunos (Figura 9) e a maioria demonstrava não ter nenhum conhecimento da existência de um terreno vago no colégio e elogiaram a criatividade, a iniciativa e o interesse dos alunos em expor para a comunidade escolar modelos de refeitório.



Figura 9: Visitante observando o trabalho.

Com essa iniciativa os visitantes tiveram a oportunidade de visualizar como será a construção do refeitório.

### **3. CONCLUSÃO**

Neste trabalho, a Modelagem Matemática foi abordada como uma metodologia alternativa para o ensino-aprendizagem de Matemática, numa turma de 7ª série.

Percebeu-se durante a implementação dessa metodologia que as aulas de Matemática, normalmente consideradas chatas, cansativas e desinteressantes, tornaram-se convidativas e interessantes, motivando os alunos a participarem. Os alunos demonstraram em todas as atividades propostas interesse e prazer em realizá-las, pois era visível a expressão nos olhares e nos comentários que eles faziam em relação aos resultados encontrados. E além do mais as aulas passavam rapidamente. Acredita-se que isso se dê pelo fato de que nessa metodologia o aluno faz parte do processo ensino-aprendizagem sendo ativo e participativo, deixando de receber tudo pronto e acabado.

O trabalho em equipe foi muito produtivo. Os valores encontrados eram discutidos e analisados até chegar num consenso em relação ao valor correto. Ocorreu uma integração melhor entre todos os alunos. Professores das demais disciplinas comentaram que os alunos tornaram-se muito mais participativos e críticos durante as aulas.

Esta experiência mostra que o conteúdo matemático quando explorado dentro de situações reais, leva o aluno a entender melhor os conceitos matemáticos presentes, pois é no processo de busca e descoberta que se encontra o verdadeiro aprendizado matemático. Somente assim, a Matemática poderá ser vista como uma disciplina importante e indispensável para o nosso dia-a-dia.

A Modelagem Matemática é uma das tendências metodológicas que vem para auxiliar o processo de ensino-aprendizagem de nossos alunos, de modo que eles alcancem um aprendizado mais significativo, pois o professor poderá realizar atividades dinâmicas e fugir do tradicionalismo muitas vezes existente nas aulas de matemática.

A experiência com Modelagem Matemática em sala de aula provou ser eficaz na apropriação dos conteúdos matemáticos a que se propôs.

#### 4. REFERÊNCIAS:

D' AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática.** Campinas: Summus, 1986.

BARBOSA, J. C. **Concepções e Experiências de Futuros Professores.** Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2001.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia.** São Paulo. Contexto, 2006.

BIEMBENGUT, Maria Salett. & HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino.** 3ª ed. São Paulo: Contexto, 2005.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática e a Sala de Aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2004, Londrina. Anais.** Londrina: UEL, 2004. 1 CD-ROM

MIGUEL, A; MIORIN, M. A. **A História na Educação Matemática: Propostas e Desafios.** Belo Horizonte. Autêntica, 2004.

SEED, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Rede Pública do Estado do Paraná. – DCE,** 2006.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação matemática crítica: a questão da democracia.** Campinas: Papirus, 2001.

## AGRADECIMENTOS

A DEUS por estar sempre presente em minha vida me iluminando, me dando força e coragem para concluir com êxito os desafios oferecidos e que em sua incomensurável bondade, oferecer-nos tantas possibilidades de sermos felizes.

Ao meu esposo Valdir, às minhas filhas Thaís Regina e Laura Vitória pelo carinho, apoio e incentivo durante estes dois anos de muito estudo. A Thaís Regina, muito obrigada por muitas vezes deixar de fazer as suas atividades escolares para poder auxiliar-me no trabalho. À caçula Laura Vitória, que mesmo com a pouca idade que tem, entendia a falta de atenção e que em muitas vezes reclamava: “Mãe vem brincar um pouco comigo e depois você estuda” como que entendendo as exigências do meu trabalho. Valeu, Laurinha!

Aos meus pais Albino e Evanilda pelas orações e amor incondicional que vocês têm para com todos os filhos.

A minha sobrinha Deyse, muito obrigada pelo incentivo, sugestões e empenho na elaboração deste trabalho, pois suas contribuições foram de grande valia.

À orientadora Violeta, o mais sincero agradecimento como prova de reconhecimento de seu grande profissionalismo e dedicação, pois suas críticas, sugestões e apoio foram decisivos na realização desse artigo.

Aos amigos do PDE: José Augusto, Katie e Nibele, meu muito obrigado pela paciência, sugestões e apoio recebidos durante estes dois anos do PDE.

Aos alunos da 7ª série F, à equipe administrativa e pedagógica, professores e funcionários do Colégio Estadual Professor Brandão que muito colaboraram para o sucesso da implementação do PDE na escola.

À amiga e professora Rita meus sinceros agradecimentos pelo apoio recebido na elaboração deste trabalho, suas correções foram fundamentais para a conclusão do mesmo.

A todos que de uma maneira ou de outra contribuíram para a conclusão deste trabalho.

Muito obrigada!

Versão Online ISBN 978-85-8015-040-7  
Cadernos PDE

VOLUME II

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS  
DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE  
Produção Didático-Pedagógica

2008

**SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO DO PARANÁ  
SUPERINTENDÊNCIA DA EDUCAÇÃO  
DIRETORIA DE POLÍTICAS E PROGRAMAS EDUCACIONAIS  
PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL**

**DIONEIA DOBROWOLSKI KOVALSKI**

**CADERNO PEDAGÓGICO**

**MODELAGEM E EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: POSSÍVEIS  
INTERLOCUÇÕES NO ESTUDO DE UM PROJETO DE  
REURBANIZAÇÃO.**

**CURITIBA  
2008**

**DIONEIA DOBROWOLSKI KOVALSKI**



## **CADERNO PEDAGÓGICO**

### **MODELAGEM E EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: POSSÍVEIS INTERLOCUÇÕES NO ESTUDO DE UM PROJETO DE REURBANIZAÇÃO.**

Material apresentado como requisito parcial ao Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná – PDE – 2008 da Área de Matemática

**Orientador: Prof. Dr. Emerson Rolkouski**

**Co-orientadora: Profa. Dolores Follador**

**CURITIBA  
2008**

Agradecimentos  
Ao meu orientador Prof. Dr. Emerson Rolkouski  
e Co-orientadora Prof<sup>a</sup>. Dolores Follador



\_\_\_\_\_

## **INTRODUÇÃO**

**No presente caderno buscou-se fazer uma breve discussão sobre Modelagem Matemática e Educação de Jovens e Adultos. Para levar a termo tal discussão buscou-se realizar um estudo de um projeto de reurbanização da comunidade da Vila Zumbi dos Palmares, na cidade de Colombo, Região Metropolitana de Curitiba. Para fundamentar o trabalho buscou-se referências sobre a Educação Matemática de Jovens e Adultos bem como a importância do uso da Modelagem Matemática nesta modalidade.**

### **1. Por que um caderno sobre Modelagem e Educação de Jovens e Adultos?**

**Um dos grandes problemas enfrentados pelos Educadores de Jovens e Adultos, é desenvolver uma aprendizagem significativa para alunos da EJA, proporcionando resultados satisfatórios e reincluindo-os no processo de ensino. Diante desta problemática surge o desafio de mudar a prática pedagógica para melhor avaliar a aprendizagem do aluno da EJA.**

**Considerando o trabalho realizado durante quatro anos com alunos do "CEEBJA", Ensino Médio, e um na EJA, Ensino Médio, em escolas da rede pública estadual do Paraná, constatou-se a dificuldade destes alunos quanto a aprendizagem matemática**

por meio de metodologias “tradicionais”. Entende-se por tradicional o ensino da matemática desprovido de significado, com mera transmissão de conteúdos, muitas vezes descontextualizados.

**Essas experiências levaram a concluir que as aulas deveriam ser mais dinâmicas e que seria importante preparar um material didático que melhor se adaptasse a realidade e necessidades dos alunos. Disso decorre também a necessidade de uma proposta de avaliação adequada a esses encaminhamentos.**

**Durante a elaboração do projeto, dentre os possíveis caminhos para a preparação do material didático foi apresentada pelo orientador deste trabalho a idéia de trabalhar um projeto de modelagem matemática aproveitando um projeto de reurbanização que acontecia no mesmo momento em uma comunidade da região metropolitana de Curitiba. Trata-se da comunidade da Vila Zumbi dos Palmares onde estão sendo construídas habitações para os moradores locais ao mesmo tempo que a comunidade está sendo reurbanizada, ou seja, está sendo oferecida a comunidade rede de água, luz e esgoto e endereços. Este encaminhamento veio ao encontro do projeto original em que se previa trabalhar com conteúdos de geometria.**

Fez-se esta proposta por entender que é necessário mudar a prática pedagógica do ensino da Matemática para que o aluno perceba a aplicabilidade de alguns conteúdos em contextos sociais. Essa prática deve estar diretamente relacionada a procedimentos de avaliação que contribuam para a aprendizagem.

Com este objetivo é que surge este caderno. Espera-se que ele se torne material de apoio e incentivo para desenvolvimento de outros cadernos pedagógicos para o ensino de Educação Matemática na EJA.

## **2.Características da Educação de Jovens e Adultos**

**Em geral, o público da EJA é representado por indígenas, trabalhadores de diversas áreas, mulheres, adolescentes, idosos e jovens, com um diferencial étnico, de classe, gênero e lugar social. Diante desta diversidade do público da EJA, se fazem necessários projetos educacionais que diminuam as desigualdades.**

Segundo Fonseca (2005) os projetos de EJA “organizam-se de forma a habilitar trabalhadores para um mercado de trabalho, consumidores para um novo padrão (e novo produto) de consumo e finalmente cidadãos para novas maneiras de exercício da cidadania”. Sendo assim: O aluno da EJA é um trabalhador que necessita ser habilitado, para o mercado de trabalho; é um consumidor que deve ser estimulado para uma reflexão sobre suas necessidades de consumo e finalmente formar um cidadão capaz de fazer análises críticas sobre as mais diversas problemáticas.

O aluno da EJA é resultado de uma sociedade de “relações injustas”, é um aluno que foi excluído do sistema escolar, quando criança ou adolescente. Logo o aluno da EJA faz parte de um grupo de faixa etária específica, de excluídos da escola. Por isso, é preciso que se pense em formas de inclusão para o aluno da EJA, por meio de projetos diversificados com práticas pedagógicas diferenciadas.

Os alunos da EJA apresentam muita dificuldade em conceitos básicos de matemática, muitas vezes não dominam as operações básicas, não tem domínio dos números fracionários, muitas vezes não entendem equações, não sabem interpretar uma expressão proposta. Mas, têm também suas potencialidades, usam a linguagem matemática, quando vão fazer suas compras, organizam seus horários diários, sabem calcular o desconto porcentual na compra de um produto, sabem medir, tem noções de quantidade de massa de capacidade de comprimento. O aluno da EJA muitas vezes desistiu de estudar por não ter conseguido aprender matemática.

Entretanto, estamos falando de alunos que venceram todas as barreiras e estão na sala de aula, possivelmente na esperança de tornarem-se incluídos sociais e desenvolverem sua capacidade de raciocínio, suas habilidades matemáticas para compreenderem o mundo e as demais ciências. O aluno da EJA é um aluno com grande potencial de aprendizagem.

Alguns alunos da EJA possuem pela profissão que exercem maior habilidade do que outros em áreas diferentes da matemática. Cada um está a seu modo utilizando a matemática, pois dela é impossível prescindir. A linguagem matemática está presente em todas as formas de texto, em todas as situações da vida. As propostas atuais da EJA devem levar em conta que esta modalidade de ensino é “tanto consequência do exercício da cidadania, como condição para uma plena participação na sociedade”.

(Hamburgo1997)

Para fundamentar o entendimento da EJA buscou-se apoio nas teorias de Paulo Freire e em outros autores como Fonseca(2005) e Kovalski(2007) conforme segue.

Paulo Freire (1994) relata que “o educador precisa partir do seu conhecimento de vida e do conhecimento de vida do educando, caso contrário o educador falha”. Nas aulas

de matemática, os conteúdos devem ser selecionados a partir das características e conhecimentos prévios dos alunos da EJA, bem como das relações que o professor consegue estabelecer entre esses conhecimentos e os seus.

Segundo Fonseca (2005, p.37) se não forem pensadas medidas de adequação e de ação pedagógica

o ensino da matemática poderá contribuir para um novo episódio de evasão da escola, na medida que não consegue oferecer aos alunos e as alunas da EJA razões ou motivação para nela permanecer e reproduzir fórmulas de discriminação étnica, cultural ou social para justificar insucessos dos processos de ensino aprendizagem.

Este deve ser um dos desafios da Educação Matemática de jovens e adultos, oferecer motivação para que estes alunos, continuem na escola.

Kovalski (2007, p.73) afirma que “o preparo do educando para o trabalho é efetivado dentro de sua formação acadêmica de maneira que a prática educativa esteja articulada entre a educação escolar, o trabalho e as práticas sociais, ou seja a teoria e a prática devem estar vinculadas, devem ser complementares”. Sendo assim, o professor de matemática deve aproveitar em suas aulas a experiência profissional que o aluno possui.

É importante que se oportunize no espaço escolar um ambiente de superação de limitações, limitações que o aluno da EJA possui, devido ao tempo fora da escola, a falta de pré requisitos essenciais para a continuação dos estudos, a falta de tempo para pesquisa, estudo e realizações de atividades de fixação.

### 3.Características sobre Modelagem.

Temos hoje várias definições de Modelagem Matemática. Queremos destacar algumas: Burak (1992, p.62), o autor coloca que “a modelagem matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”. Para Barbosa (2001, p.5) “modelagem, para mim, é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”.

Para Biembengut (1999, p. 20)

Modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa ótica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com variáveis envolvidas.

[...]

**um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procuram traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real, denomina-se “modelo matemático”.**

[...]

**O modelo matemático possibilita uma melhor compreensão, simulação e previsão do fenômeno estudado”.**

Quando fazemos a leitura da realidade pela via matemática, problematizando situações reais, estamos trabalhando com modelagem matemática. **Modelagem é a criação de um modelo para estudar situações do contexto real.**

Embora com sutis diferenças entre os autores aqui citados no que se refere a conceituar a modelagem matemática, percebe-se que para todos eles a modelagem



implica em construir modelos matemáticos a partir de problemas reais com objetivo de que o estudante melhor compreenda os conteúdos implícitos nesses modelos. Para efeito deste trabalho assumimos o modelo teórico de Biembengut (1999).

**Segundo Biembengut (1999, p. 20) a modelagem envolve uma série de procedimentos conforme esquema a seguir.**

**Biembengut (1999) descreve estes procedimentos agrupando-os em três etapas, subdivididas em seis sub etapas , a saber:**

**a) Interação: Reconhecimento da situação problema; Familiarização com o assunto a ser modelado-pesquisa.**

**b) Matematização: Formulação do problema-hipótese; Resolução do problema em termos modelos.**

**c) Modelo Matemáticos: Interpretação da solução; Validação do modelo.**

**Vamos descrever cada uma destas etapas segundo Biembengut (1999, p.21)**

**A interação consiste na pesquisa sobre o assunto feita de modo indireto (por livros ou revistas) ou direto (experiência em campo, com dados junto a especialistas da área). Esta etapa está subdividida em reconhecimento da situação problema e familiarização, não obedecendo uma ordem, e nem se findando ao passar para a etapa seguinte, pois a situação-problema torna-se cada vez mais clara, a medida que vai se interagindo com os dados.**

**Na sequência temos a matematização, se subdividindo em formulação do problema e resolução. Aqui é que se faz a tradução da situação problema para a linguagem matemática. Na formulação do problema é importante classificar as informações, levantar hipóteses, identificar constantes envolvidas, generalizar, selecionar variáveis, descrever essas relações em termos matemáticos. O objetivo principal nesse momento é chegar a um conjunto de expressões aritméticas, fórmulas ou equações algébricas, ou gráfico, ou representações, ou programa computacional, que levem a solução ou permitam uma dedução da mesma. Na resolução do problema em termos do modelo, após formulada a situação-problema, passa-se a resolução ou análise com o “ferramental” matemático que se dispõem.**

Continuando teremos o modelo matemático, sendo necessário verificar em que nível ele se aproxima da situação -problema representado e, a partir daí, verificar o grau de confiabilidade na sua utilização. Desta forma faz-se a interpretação do modelo, analisando as implicações da solução derivada daquele que esta sendo investigado; e finalmente a verificação de sua adequabilidade, retornando a situação-problema investigada e avaliando quão significativo e relevante é a solução validação. Se o modelo não atender as necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado, sendo ajustada as hipóteses e variáveis.

Segundo as Diretrizes Curriculares Estaduais (SEED, 2006, p.43), a modelagem matemática tem como pressuposto que o ensino e a aprendizagem da Matemática podem ser potencializados ao se problematizarem situações do cotidiano.

O aluno da EJA ao trabalhar com modelagem matemática deverá ter um maior entrosamento com os conteúdos matemáticos, poderá através de problemas de investigação e pesquisa, compreender melhor os conceitos matemáticos e desta forma tornar-se mais produtivo, podendo utilizar conhecimentos adquiridos na sua experiência profissional, tornando-se assim um leitor melhor da matemática e do mundo.

Pois conforme as Diretrizes Curriculares Estaduais (SEED, 2006, p.44) por meio da modelagem matemática, fenômenos diários, sejam eles físicos, biológicos e sociais, constituem elementos para análises críticas e compreensões diversas do mundo.

Segundo Bassanezi (1990), “trabalhar com modelagem matemática no ensino não é apenas uma questão de ampliar o conhecimento matemático, mas sobretudo de se estruturar a maneira de pensar e agir”. Dessa forma teremos cumprido o objetivo da Educação Matemática, fazer melhores leitores matemáticos para um melhor exercício da cidadania.

Muito-se acrescenta aos conteúdos matemáticos quando os alunos são convidados a investigar e problematizar, eles apresentam neste momento soluções diversificadas, e nestas ocorre um crescimento sem comparação ao que se apresenta quando o professor apresenta questões com resultados prontos, é verdade que o professor é muitas vezes convidado a sair da “zona de conforto”.

Pelas razões apontadas é preciso que o professor da EJA que deseje trabalhar com Modelagem Matemática tenha uma sólida formação matemática e de educação que vai auxiliá-lo a dar maior significado aos conteúdos matemáticos adequando-os a realidade da EJA bem como melhor avaliar esses alunos considerando suas especificidades.

### **Avaliação na EJA**

O termo avaliar muitas vezes é associado ao ato de fazer provas, atribuir nota e fazer exames, mas estes conceitos são resultado de uma concepção pedagógica arcaica, tradicionalmente dominante. Nela a educação é uma mera transmissão de memorização de fórmulas, conceitos, informações, que estão prontos e são inquestionáveis, e o aluno é um ser passivo e receptivo, conseqüentemente, a avaliação se restringe a mensurar a quantidade de informações retidas e assume um caráter seletivo e competitivo.

Mas quanto a avaliação, qual é o seu sentido no processo educativo? A avaliação não deve servir como um instrumento de punição e sim uma forma de perceber avanços e dificuldades dos alunos, como indicadora para o planejamento e a prática pedagógica do professor, com vista a alcançar uma transformação sócio-cultural.

Em matemática deve se ter um cuidado maior com a avaliação pois quando mal direcionada, além de rotular, diminuir a auto estima, é um dos pontos decisórios na desistência e evasão escolar.

As avaliações em matemática devem levar em conta as lembranças de outros momentos da aprendizagem da experiência profissional e da vivência de cada aluno, valorizando a história de conhecimentos e saberes acumulados, resgatando esses conhecimentos e propiciando novas etapas de aprendizagem.

Os professores se dividem entre os que defendem um ensino com os mesmo conteúdos do regular “avaliados” de forma mais amena e os que defendem um currículo com conteúdos diferenciados para esta modalidade. Enfim o ensino da matemática na EJA vai de uma reprodução simples de problemas das situações cotidianas até um ensino rigoroso dos conteúdos presentes no currículo básico do ensino médio. Uma pergunta é suficiente para expor a problemática atual: Será que o ensino de matemática aos alunos da EJA, do Ensino Médio, e a forma como são avaliados, cumpre o objetivo de possibilitar por parte destes, a utilização da matemática como linguagem no dia a dia, em outras ciências e nas situações que surgem, com

habilidade e segurança? O que nos diz o Educador Paulo Freire a esse respeito, numa entrevista gravada durante o oitavo Congresso Internacional de Educação Matemática:

[...] eu acho que uma preocupação fundamental, não apenas dos matemáticos mas de todos nós, sobretudo dos educadores, a quem cabe certas decifrações do mundo, eu acho que uma das grandes preocupações deveria ser essa: a de propor aos jovens, estudantes, alunos homens do campo, que antes e ao mesmo em que descobrem que 4 por 4 são 16, descobrem também que há uma forma matemática de estar no mundo. Eu dizia outro dia aos alunos que quando a gente desperta, já caminhando para o banheiro, a gente já começa a fazer cálculos matemáticos. Quando a gente olha o relógio, por exemplo, a gente já estabelece a quantidade de minutos que a gente tem para, se acordou mais cedo, se acordou mais tarde, para saber exatamente a hora em que vai chegar à cozinha, que vai tomar o café da manhã, a hora que vai chegar o carro que vai nos levar ao seminário, para chegar às oito. Quer dizer, ao despertar os primeiros movimentos, lá dentro do quarto, são movimentos matematicizados. Para mim essa deveria ser uma das preocupações, a de mostrar a naturalidade do exercício matemático. Lamentavelmente, o que a gente vem fazendo, e eu sou um brasileiro que paga, paga caro... Eu não tenho dúvida nenhuma que dentro de mim há escondido um matemático que não teve chance de acordar, e eu vou morrer sem ter despertado esse matemático, que talvez pudesse ter sido bom. Bem, uma coisa eu acho, que se esse matemático que existe dormindo em mim tivesse despertado, de uma coisa eu estou certo, ele seria um bom professor de matemática. Mas não houve isso, não ocorreu, e eu pago hoje muito caro, porque na minha geração de brasileiras e brasileiros lá no Nordeste, quando a gente falava em matemática, era um negócio para deuses ou gênios. Se fazia uma concessão para o sujeito genial que podia fazer matemática sem ser deus. E com isso, quantas inteligências críticas, quantas curiosidades, quantos indagadores, quanta capacidade abstrativa para poder ser concreta, perdemos. Eu acho que nesse congresso, uma das coisas que eu faria era, não um apelo, mas eu diria aos congressistas, professores de matemática de várias partes do mundo, que ao mesmo tempo em que ensinam que 4 vezes 4 são 16 ou raiz quadrada e isso e aquilo outro, despertem os alunos para que se assumam como matemáticos. (2008)

**Sendo assim é importante refletir sobre o processo avaliativo, que consiste em fazer o diagnóstico dos conhecimentos prévios, fazer as intervenções para que a avaliação da aprendizagem a partir dessas intervenções ocorra de forma formativa ou processual e finalmente somativa.**

Avaliar muitas vezes se restringe a mensurar a quantidade de informações retidas e assume um caráter seletivo e competitivo. Atualmente a avaliação assume novas funções, pois é primeiramente o meio para diagnosticar, como será desenvolvido o conteúdo a partir do conhecimento que os alunos possuem sobre o assunto, e serve para verificar em que medida os objetivos propostos no ensino e aprendizagem estão sendo alcançados, ou precisam ser retomados, quando desenvolvida no seu processo formativo como preconiza a LDB, 1996 ; já preconiza a retomada de conteúdos, e é o que se entende pelo processo de recuperação, não apenas a recuperação de notas. E

o período fixado para o desenvolvimento deste conteúdo, com todas as suas formas de avaliação, diagnóstica, formativa e finalmente somativa, representam a avaliação, numa concepção moderna.

Sobre avaliação na EJA é importante lembrar que essa modalidade de ensino é ofertada aos que não tiveram acesso ou que não continuaram seus estudos no ensino fundamental e médio, na idade própria. A avaliação dos alunos da EJA deve valorizar e buscar propiciar ao aluno, questionar, e pensar de forma crítica e consciente.

Paulo Freire (Educação, 1994) relata que “o educador precisa partir do seu conhecimento de vida e do conhecimento de vida do educando, caso contrário o educador falha”.. Nas aulas de matemática, os conteúdos devem ser selecionados a partir das características dos alunos da EJA e devem ser organizados, desenvolvidos e avaliados de modo a viabilizar interativamente o processo de construção do conhecimento. Sendo assim:

O professor deve buscar recursos didáticos, problemas em forma de contextualização, debates discussão, textos matemáticos, leituras, resolução de problemas, apresentações de trabalhos, como forma de desenvolver a participação dos alunos da EJA, a argumentação dos mesmo, ouvindo, refletindo sobre o ponto de vista de cada um, explicar o próprio raciocínio, permitindo, sistematizar e socializar o conhecimento. Para Nóvoa (1997, p.26) “A troca de experiência e a partilha de saberes consolidam espaços de formação mútua, nos quais cada professor é chamado a desempenhar, simultaneamente, o papel de formador e de formando”. O envolvimento na aprendizagem matemática, quando o professor propicia atividades em grupo; espaços para a argumentação e faz uma avaliação processual formativa dentro do ciclo de aprendizagem contribui para esta formação mútua.

Ao perceber que a escola não apenas aceita, mas valoriza os conhecimentos que ele maneja com destreza, o aluno adulto sente-se mais seguro, mais integrado ao fazer escolar e, principalmente reconhece que tem valor por si mesmo e por suas decisões. É o processo de liberação do indivíduo que está em jogo” (D' AMBROSIO, 1985,p. 5).

Esta citação é de Ubiratan D' Ambrosio numa conferência sobre valores como determinantes do currículo em Matemática, segundo (Fonseca, 2005, p.70) e através desta citação compreendemos a valorização do conhecimento que o aluno apresenta, se reproduzindo na forma de integração e segurança para este aluno.

O professor precisa propiciar esses momentos de aprendizagem e de avaliação, em cooperação, sendo assim cabe ao professor perceber o que os alunos almejam com os estudos e com base nessa informação, construir uma prática pedagógica para atender às diferentes necessidades de aprendizagem e avaliações. Deixar que cada aluno contribua com sua experiência para que todos se sintam inseridos neste processo. Neste caso, após a avaliação diagnóstica deve-se priorizar o que é relevante de fato para a turma, ao mesmo tempo repensar as formas de medição dos conteúdos e de avaliação formativa dos alunos da EJA. Os jovens e adultos trazem conhecimentos matemáticos acumulados, de seus fazeres de vida, devemos realizar atividades que valorizem suas experiências e complementem com os conteúdos teóricos, isto facilitará

seu processo de aprendizagem, e re-inclusão desenvolvendo habilidades matemáticas que proporcionem melhor qualidade de vida e de trabalho .

## **5.Implementação**

### **5.1.A escola de implementação**

**A escola Dr Xavier da Silva, ocupa um espaço privilegiado no centro da cidade de Curitiba, situada ente a Avenida Silva Jardim e a Rua Marechal Floriano Peixoto, com uma história de cento e cinco anos de existência, recebe alunos de diferentes comunidades de Curitiba, incluindo alunos da comunidade Vila das Torres, onde diariamente impera a violência e a alta taxa de criminalidade. Muitos alunos da EJA fazem parte desta comunidade e trazem seus relatos de vida de como moram e de como chegam até a escola.**

**A idéia de trabalhar o projeto governamental da reurbanização da Vila Zumbi dos Palmares, é mais um reforço ao desejo de reestruturação de outras comunidades em risco social de Curitiba.**

### **5.2.Primeiros estudos: Caracterizando a comunidade**

**A comunidade da Vila Zumbi dos Palmares em Colombo, Região Metropolitana de Curitiba, é uma região de famílias carentes que até então viviam em condições sub humanas em área de risco ambiental e algumas destas famílias em áreas de risco social também. Algumas destas moradoras das margens do Rio Palmital. O que diferencia esta comunidade é o prêmio que receberam pelo projeto do governo “Direito de Morar”, prêmio sim que substituiu as péssimas condições de vida que apresentavam morando em habitações precárias, por sobrados com melhores condições de vida e cidadania.**

**A comunidade da Vila Zumbi representava até então uma das maiores ocupações irregulares da Região Metropolitana de Curitiba. Mas está a cada dia sendo transformada num exemplo de urbanização.**

**A Vila Zumbi tinha ainda mais uma característica marcante, a alta taxa de criminalidade e violência, um dos seus moradores declara que “não tinham gosto de morar na Vila Zumbi dos Palmares”, antes trabalhador rural, veio tentar a vida em Curitiba.**

Os moradores da Vila Zumbi dos Palmares não tinham água, não tinham saneamento, não tinham energia elétrica, usavam “rabicho” chamado “gato”. Na comunidade ninguém até então tinha endereço, isto dificultava até mesmo na hora de conseguirem um emprego.

Com os direitos quase excluídos do exercício da cidadania é que viviam os habitantes da comunidade Zumbi dos Palmares até a implantação do projeto.

### **5.3 .Apresentando o projeto de reurbanização**

O projeto Direito de Morar é um dos maiores projetos do País de planejamento urbano de área de ocupação irregular. O projeto abrange uma área total de 501.125,01 metros quadrados, onde 61,42% da área esta ocupada por lotes residenciais; 26,39% por ruas; 3,39% por áreas públicas destinadas ao município; 1,81 % por áreas comerciais; e 6,99% por Áreas de Preservação Permanente . As melhorias incluem a central de compras e a Pavimentação Geotêxtil, que permite a passagem da água pluvial, mas impede que o lodo e as impurezas do terreno subam a superfície.

Para diminuir a criminalidade do bairro, serão instaladas canchas esportivas e um novo módulo da Policia Militar.

O programa Direito de Morar da Vila Zumbi dos Palmares é desenvolvido pela Cohapar em parceria com a Secretaria de Desenvolvimento Urbano,Paraná Cidade, BID, Fundo de Desenvolvimento Urbano, Sanepar, Prefeitura de Colombo e Copel entre outros órgãos públicos.

A Cohapar na pessoa de sua presidência assinou com o governo da Venezuela um acordo de cooperação técnica, envolvendo um projeto-piloto que será desenvolvido em Lara, estado Venezuelano de graves problemas na área habitacional.

O programa tem investimento de R\$ 21 milhões aproximadamente, autorizados pelo governo Roberto Requião no ano de 2005, e beneficia 1797 famílias. Os recursos estão sendo aplicados em diversas áreas : Urbanização e recuperação ambiental R\$9,6 milhões; Sistema de drenagem de águas pluviais R\$4,6 milhões; pavimentação e paisagismo das ruas R\$ 3,4 milhões;instalação de rede de esgoto R\$ 1,2 milhão; melhoria nas instalações de 400 moradores R\$ 2,6 milhões; e construção dos sobrados R\$ 3,7 milhões; este último está sendo investido na construção de 281 sobrados, que estão sendo destinados a famílias que até então viviam ou vivem em área de risco ou de preservação ambiental às margens do Rio Palmital e da antiga Br 116.

Além disso , serão construídas duas creches com capacidade para 400 crianças um centro comunitário e uma central de “carrinheiros” com barracão para reciclagem do lixo, que somam investimento de mais de 1 milhão.

Desde 2004 a Companhia de Habitação do Paraná coordena o projeto.

Depois da implantação do programa temos depoimento que o índice de criminalidade diminuiu na Vila Zumbi dos palmares.

Todos os incluídos no projeto receberam infra-estrutura necessária (água, luz, e esgoto) e foram incluídos automaticamente nos programas sociais do governo do Paraná: Luz Fraterna e Tarifa Social da água.

O Governo subsidia R\$ 534.306,72 , considerando um investimento total de R\$1.241.115,37; sendo o custo para os moradores é de R\$ 706.808,65.

O investimento inclui sobrado, lote, pavimentação, água tratada, esgoto e energia elétrica. Muitas famílias (68) já assinaram o documento e deram início ao programa se sua propriedade, com desconto de 30% a 60% dependendo da renda mensal de família. As prestações dos sobrados ficam entre R\$ 75,00 e R\$ 95,00 e dos lotes entre R\$ 57,88 a R\$ 65,92. As moradias são de alvenaria com 40 metros quadrados (2 quartos, sala e cozinha conjugados e banheiro), há uma escada com corrimão e área de serviço externa.

Já foi feito pavimentação com bloco de concreto em mais de 45 mil metros quadrados. A pavimentação asfáltica tem aproximadamente 21,5 quilômetros prontos, ao todo, a pavimentação da vila Zumbi chegará a mais de 94 mil metros quadrados.

O governo também realizou obras nas galerias de águas pluviais 12 Km e dique contenção do Rio Palmital, além da instalação de bomba d'água para impedirem que a lagoa formada pelo dique transborde e acabem com as enchentes.

#### **5. 4. A Intervenção. Apresentação dos participantes e atividades**

Este projeto deverá atender aos alunos da EJA, do Ensino Médio, da Escola Estadual Dr. Xavier da Silva, na disciplina de Matemática, obedecendo suas especificidades. Acredito que teremos em torno de 25 alunos, em diferentes faixas etária e profissões.

As atividades serão diversificadas, o que permitirá abranger diversos conteúdos da EJA, cumprindo os objetivos gerais e específicos requeridos para esta modalidade. Iniciaremos as atividades com apresentação de um texto sobre a Vila Zumbi dos palmares, na sequência levantaremos questões de investigação matemática, com objetivo de modelar a situação de reurbanização da comunidade da Vila Zumbi.

Os alunos conhecerão na sequência a planta baixa dos sobrados e também o Projeto de Urbanização e o Projeto Arquitetônico (plantas, cortes e cobertura) - A mesma foi concedida gentilmente pela equipe de engenheiros e arquitetos da Cohapar em visita a mesma pela professora autora do projeto em setembro de 2007, para uso no material didático - . Será estipulada uma escala, e com auxílio da mesma e da planta os alunos passarão a construção de maquetes das unidades de sobrados e antigas moradias.



## **6. Atividades**

### **6.1. Organização das Atividades**

Neste encontro iremos apresentar o projeto de reurbanização e os dados coletados, por meio do seguinte texto.

### **6.2. Texto**

**Reurbanização da Comunidade da Vila Zumbi dos Palmares.**

Foi com uma mistura de ansiedade e euforia, com lágrimas de alegria que os moradores da Vila Zumbi dos Palmares em Colombo, Região Metropolitana de Curitiba, participaram do sorteio das primeiras unidades de moradia, subsidiadas pelo governo do Estado Roberto Requião.

O Governo subsidia R\$ 534.306,72 , considerando um investimento total de R\$1.241.115,37; sendo o custo para os moradores é de R\$ 706.808,65. O investimento inclui sobrado, lote, pavimentação, água tratada, esgoto e energia elétrica.

O projeto tem chamado a atenção de governantes de outros países e tem sido usado como projeto-piloto na Venezuela. Com um investimento de aproximadamente R\$ 21 milhões, já autorizados pelo governo em 2005, beneficia 1797 famílias que vivem em área de risco ambiental.

Os sobrados num total de 281 destinam-se a famílias que viviam em situação de risco social e ambiental às margens do Rio Palmital. O governo do Paraná está investindo R\$ 3,7 milhões na construção destes 281 sobrados. Os recursos estão sendo aplicados em diversas áreas quais sejam: Urbanização e recuperação ambiental R\$9,6 milhões; Sistema de drenagem de águas pluviais R\$4,6 milhões; pavimentação e paisagismo das ruas R\$ 3,4 milhões; instalação de rede de esgoto R\$ 1,2 milhão; melhoria nas instalações de 400 moradores R\$ 2,6 milhões; e construção dos sobrados R\$ 3,7 milhões. Além disso, serão construídas duas creches com capacidade para 400 crianças um centro comunitário e uma central de carrinheiros com barracão para reciclagem do lixo, que somam investimento de mais de 1 milhão.

As prestações dos sobrados ficam entre R\$ 75,00 e R\$ 95,00 e dos lotes entre R\$ 57,88 a R\$ 65,92.

Desde de 2004 a Companhia de Habitação do Paraná, coordena esse projeto. “Essa é a nova visão política do Brasil explica o presidente da Cohapar Rafael Greca”. As moradias são de alvenaria com 40 metros quadrados (2 quartos, sala e cozinha conjugados e banheiro), há uma escada com corrimão e área de serviço externa.

Todos os incluídos no projeto receberam infra-estrutura necessária (água, luz, e esgoto) e foram incluídos automaticamente nos programas sociais do governo

**do Paraná: Luz Fraterna e Tarifa Social da água. Tudo isso para garantir uma vida mais digna e com mais conforto.**

**Já foi feita pavimentação com bloco de concreto em mais de 45 mil metros quadrados. A pavimentação asfáltica tem aproximadamente 21,5 quilômetros prontos, ao todo, a pavimentação da vila Zumbi chegará a mais de 94 mil metros quadrados.**

**O governo também realizou obras nas galerias de águas pluviais 12 Km e dique contenção do Rio Palmital, além da instalação de bomba d'água para impedirem que a lagoa formada pelo dique transborde e acabem com as enchentes.**

**O projeto Direito de Morar é um dos maiores projetos de do País de planejamento urbano de área de ocupação irregular. O projeto abrange uma área total de 501.125,01 metros quadrados, onde 61,42% da área esta ocupada por lotes residenciais; 26,39% por ruas; 3,39% por áreas públicas destinadas ao município; 1,81 % por áreas comerciais; e 6,99% por Áreas de Preservação Permanente. Este é o Projeto Direito de Morar.**

### **6.3.Sugestões de possíveis encaminhamentos.**

**Com base no texto lido iremos levantar as seguintes questões:**

**1- Qual o valor do investimento do governo do Paraná em sobrados na Vila Zumbi ?**

**2-Quantos salários mínimos este valor representa?**

**3-Quantos reais custa cada sobrado? (Você pode usar a calculadora).**

**4-Quanto custa o metro quadrado do sobrado?**

**5-Compare o custo do metro quadrado com uma residência de médio e alto padrão, da cidade de Curitiba.**

**6-Neste investimento inicial de R\$ 1.241.115,37, onde teremos um subsídio do governo de R\$ 534.306,72 e R\$ 706.808,65 dos moradores, como podemos representar estes valores matematicamente? Represente graficamente a distribuição dos recursos**

**7-Represente graficamente a distribuição dos recursos da reurbanização da Vila Zumbi dos Palmares. Use gráficos de barra ou setor circular.**

**8-Sabendo o valor em metros quadrados das moradias, faça um esboço de um projeto com esses valores com (2 quartos, sala e cozinha conjugados e banheiro).**

**9-Compare os valores do seu projeto com o projeto Direito de Morar.**

**10-Faça a distribuição de móveis, neste sobrado.**

**11-Construa uma maquete comparando o sobrado com a moradia anterior.**

**12-Dentro dessa maquete coloque os móveis, obedecendo uma escala proporcional ao real.**

**13-Quantos metros quadrados tem o piso deste sobrado?**

**14-Faça uma pesquisa da tinta para pintar em metros quadrados e calcule quantos reais foram gastos para fazer a pintura.**

**15-Construa um gráfico com a área total do projeto e suas distribuições.**

**16-Escreva as conclusões que você chegou ao analisar o projeto.**

**17- O que significa risco social e ambiental? Pesquise.**

#### **6.4. Avaliação da Aprendizagem**

**Com esta condução diferenciada da prática pedagógica , fica mais fácil avaliar o aluno e oportunizar momentos significativos de aprendizagem, durante todo o processo ele será avaliado.**

**Iniciaremos a avaliação com o encaminhamento das atividades, quando ele faz a interpretação do texto, a coleta de dados, as resoluções das atividades de investigação matemática.**

**As dificuldades apresentadas durante as questões de investigação, deverão ser explanadas e sanadas. Sempre que surgirem dúvidas poderão ser retomadas. O aluno terá oportunidade de apresentar suas soluções, socializar conhecimento trabalhar em grupo e desenvolver sua aprendizagem.**

**A soma das atividades, representará a avaliação final do aluno.**

## REFERÊNCIAS

ANTUNES, Celso. *Vygotsky, quem diria?: Em minha sala de aula*. 3ª ed. Petrópolis: Vozes, 2003.

EDUCAÇÃO e mudanças. Produção de Paulo Freire. São Paulo: BB-Educar, 1994. Videocassete. Com narrativa. Didático.

CINFOP- *A Avaliação em Ciências Naturais no Ensino Fundamental*- UFPR

FONSECA, Maria da Conceição F. R. *Educação Matemática de Jovens e Adultos*. 2ª Ed. Belo Horizonte, Autêntica, 2005.

BASSANEZI, Rodney C. Modelagem Matemática Como Método de Ensino Aprendizagem. Boletim da SBMAC, 1990.

FREIRE, Paulo. Entrevista de Paulo Freire. Oitavo Congresso Internacional de Educação Matemática. Disponível em <<http://vello.site.uol.com.br/macae.htm>> Acesso em 2008.

KOVALSKI, I. *A Gestão da Educação Pública: O Nível Médio de Ensino Pós LDB 9.394/96*. Dissertação de Mestrado: UTP, 2007

FIORENTINI, Dario. *Investigação em Educação Matemática*. São Paulo 2ª ed.: Autores Associados LTDA, 2007.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática*. Belo Horizonte 2ª ed :Autêntica, 2005.

**NÓVOA, Antonio.(coord). Os Professores e Sua Formação. Lisboa ,Portugal, Dom Quixote, 1997.**

**BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. Perspectiva, Erechim (RS), v.**

27, n. 98, p. 65-74, junho/2003.

**BIEMBENGUT, M.S.. Modelagem matemática e implicações no ensino aprendizagem de**

matemática, Blumenau S.C, FURB 1999.

*HAMBURGO. Declaração de Hamburgo sobre Educação de Adultos. V Conferência Internacional sobre Educação de Adultos, Hamburgo,1997. Disponível em:*

*[www.direitoshumanos.usp.br/counter/Onu/Educacao/texto/hamburgo.html](http://www.direitoshumanos.usp.br/counter/Onu/Educacao/texto/hamburgo.html). Acesso em 11 Dez. 2008*

**SEED. Diretrizes Curriculares De Matemática Para A Educação Básica-SEED, 2006.**

*COHAPAR. Notícias da Vila Zumbi. Disponível em: [www.cohapar.pr.gov.br/modules/noticias/article.php?storyid=482](http://www.cohapar.pr.gov.br/modules/noticias/article.php?storyid=482). Acesso em 23 Set. 2008*

Versão On-line

ISBN 978-85-8015-039-1

Cadernos PDE

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS  
DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

2008

VOLUME I

**MODELAGEM MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: POSSÍVEIS INTERLOCUÇÕES NO ESTUDO DE UM PROJETO DE REURBANIZAÇÃO.**

ROLKOUSKI, E.<sup>1</sup>; FOLLADOR, D.<sup>2</sup>; KOVALSKI, D.D.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Professor Doutor do Departamento de Matemática da UFPR.

<sup>2</sup> Professora Mestre da Rede Pública do Estado do Paraná.

<sup>3</sup> Professora Especialista em Educação Matemática no Estado do Paraná.

**RESUMO:** O Objetivo deste artigo é apresentar uma prática pedagógica para o ensino da matemática através de modelagem matemática na Educação de Jovens e Adultos (EJA). A partir de um Programa de Reurbanização na Região Metropolitana de Curitiba, os alunos desenvolveram os conceitos de Geometria Plana, Espacial; Estatística e Álgebra utilizando elementos comuns encontrados durante o desenvolvimento de uma obra de construção civil, como plantas baixas da obra, custo de material, de mão de obra e valor da área de construção. Com a construção de maquetes os alunos puderam trabalhar com os conceitos de escala e da organização do espaço físico de uma residência. Discussões sobre economia e políticas sociais e de infraestrutura tiveram espaço durante o desenvolvimento do projeto.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Aprendizagem. Contextualização. EJA.

**ABSTRACT:** The goal of this article is to show a pedagogical practice for mathematics teaching through mathematical modeling in Young and Adults Education (EJA). From a Program Re-urbanization in the metropolitan region of Curitiba, the students developed the concepts of Plane Geometry, Space, Statistics and Algebra using common elements found in the development of a work of the civil construction, with floor plans of the work, material cost, labor and value of the construction area. With the construction of models the students could work with the concepts of scale and organization of physical space in a residence. Discussions about economics and social politics and infrastructure had space for the development of the project.

Key words: Mathematical Modeling. Learning. Background. EJA.



## **INTRODUÇÃO**

Este artigo tem como objetivo discutir as potencialidades da Modelagem Matemática para a Educação de Jovens e Adultos. Para tanto, foram apresentadas algumas considerações sobre a Educação de Jovens e Adultos e sobre a Modelagem na Educação Matemática, após este momento foram descritas a implementação do caderno pedagógico “Modelagem e Educação de Jovens e Adultos: Possíveis Interloquções no Estudo de um Projeto de Reurbanização”

O referido Caderno foi elaborado tendo como base a Reurbanização da Vila Zumbi dos Palmares em Colombo, região Metropolitana de Curitiba.

### **Relação entre a Modelagem Matemática e a Educação de Jovens e Adultos.**

Um dos grandes problemas enfrentados pelos Educadores de Jovens e Adultos, é desenvolver uma aprendizagem significativa para alunos, proporcionando resultados satisfatórios, os reinserindo no processo de ensino. Diante desta problemática surgiu o desafio de mudar a prática pedagógica para melhor avaliar a aprendizagem do aluno da EJA.

Considerando o trabalho realizado durante quatro anos com alunos do “CEEBJA”, Ensino Médio, e um na EJA, Ensino Médio, em escolas da rede pública estadual do Paraná, constatou-se a dificuldade destes alunos quanto à aprendizagem matemática por meio de metodologias “tradicionais”. Entende-se por tradicional o ensino da matemática desprovido de significado, com mera transmissão de conteúdos, muitas vezes descontextualizados.

Essas experiências levaram a concluir que as aulas deveriam ser mais dinâmicas e que seria importante preparar um material didático que melhor se adaptasse à realidade e necessidades dos alunos. Disso decorreu também a necessidade de uma proposta de avaliação adequada a esses encaminhamentos.

Durante a elaboração do projeto, dentre os possíveis caminhos para a preparação do material didático, o orientador deste artigo, sugeriu que se trabalhasse um projeto de modelagem matemática, aproveitando um projeto de reurbanização que acontecia no

mesmo momento em uma comunidade da região metropolitana de Curitiba. Trata-se da comunidade da Vila Zumbi dos Palmares onde estavam sendo construídas habitações para os moradores locais, ao mesmo tempo em que a comunidade estava sendo reurbanizada, ou seja, estava sendo oferecida à comunidade rede de água, luz e esgoto e endereços. Este encaminhamento veio ao encontro do projeto original em que se previa trabalhar com conteúdos de geometria.

Fez-se esta proposta por entender que é necessário mudar a prática pedagógica do ensino da Matemática, para que o aluno perceba a aplicabilidade de alguns conteúdos em contextos sociais. Essa prática deve estar diretamente relacionada a procedimentos de avaliação que contribuam para a aprendizagem.

Com este objetivo é que surge este artigo. Espera-se que ele se torne material de apoio e incentivo para desenvolvimento de outros trabalhos pedagógicos para o ensino de Educação Matemática, na EJA.

### **Características da Educação de Jovens e Adultos (EJA)**

Em geral, o público da EJA é representado (ou composto) por indígenas, trabalhadores de diversas áreas, mulheres, adolescentes, idosos e jovens, com um diferencial étnico, de classe, gênero e lugar social. Diante desta diversidade, se faz necessário projetos educacionais que diminuam as desigualdades.

Segundo Fonseca (2005) os projetos de EJA “organizam-se de forma a habilitar trabalhadores para um mercado de trabalho, consumidores para um novo padrão (e novo produto) de consumo e finalmente cidadãos para novas maneiras de exercício da cidadania”. Sendo assim, o aluno da EJA é um trabalhador que necessita ser habilitado, para o mercado de trabalho; é um consumidor que deve ser estimulado para uma reflexão sobre suas necessidades de consumo e finalmente um cidadão capaz de fazer análises críticas sobre as mais diversas problemáticas.

Este aluno é resultado de uma sociedade de “relações injustas”, que foi excluído do sistema escolar, quando criança ou adolescente. Logo, ele faz parte de um grupo de faixa etária específica, de excluídos da escola. Por isso, é preciso que se pense em

formas de inclusão para o aluno da EJA, por meio de projetos diversificados com práticas pedagógicas diferenciadas.

Eles apresentam muita dificuldade em conceitos básicos de matemática, muitas vezes não dominam as operações básicas, não têm domínio dos números fracionários, não entendem equações, não sabem interpretar uma expressão proposta. Mas, têm também suas potencialidades, usam a linguagem matemática, quando vão fazer suas compras, organizam seus horários diários, sabem calcular o desconto porcentual na compra de um produto, sabem medir, tem noções de quantidade de massa, de capacidade, de comprimento. O aluno da EJA, muitas vezes, desistiu de estudar por não conseguir aprender matemática.

Entretanto, trata-se de alunos que venceram todas as barreiras e estão na sala de aula, possivelmente na esperança de tornarem-se incluídos socialmente e desenvolverem sua capacidade de raciocínio, suas habilidades matemáticas para compreenderem o mundo e as demais ciências. São alunos com grande potencial de aprendizagem.

Alguns, pela profissão que exercem, possuem maior habilidade do que outros em áreas diferentes da matemática. Cada um está a seu modo, utilizando a matemática, pois dela é impossível prescindir. A linguagem matemática está presente em todas as formas de texto, em todas as situações da vida. As propostas atuais da EJA devem levar em consideração que esta modalidade de ensino é “tanto consequência do exercício da cidadania, como condição para uma plena participação na sociedade”. (Hamburgo1997)

Para fundamentar o entendimento, buscou-se apoio nas teorias de Paulo Freire e em outros autores como Fonseca (2005) e Kovalski (2007), conforme segue :

Paulo Freire (1994) relata que “o educador precisa partir do seu conhecimento de vida e do conhecimento de vida do educando, caso contrário o educador falha”. Nas aulas de matemática, os conteúdos devem ser selecionados a partir das características e conhecimentos prévios dos alunos da EJA, bem como das relações que o professor consegue estabelecer entre esses conhecimentos e os seus.

Segundo Fonseca (2005, p. 37) se não forem pensadas medidas de adequação e de ação pedagógica:

O ensino da matemática poderá contribuir para um novo episódio de evasão da escola, na medida em que não consegue oferecer aos alunos e as alunas da EJA, razões ou motivação para nela permanecer e reproduzir fórmulas de discriminação etária, cultural ou social para justificar insucessos dos processos de ensino aprendizagem.

Este deve ser um dos desafios da Educação Matemática de jovens e adultos: oferecer motivação para que estes alunos continuem na escola.

Kovalski (2007, p.73) afirma que “o preparo do educando para o trabalho é efetivado dentro de sua formação acadêmica de maneira que a prática educativa esteja articulada entre a educação escolar, o trabalho e as práticas sociais, ou seja, a teoria e a prática devem estar vinculadas, devem ser complementares”. Sendo assim, o professor de matemática deve aproveitar em suas aulas a experiência profissional que o aluno possui.

### **A Modelagem na Educação Matemática.**

Temos hoje várias definições de Modelagem Matemática. Queremos destacar algumas: Burak (1992, p. 62), o autor coloca que “a modelagem matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos, cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”.

Segundo Barbosa (2001, p.5) “modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”.

Desta forma as atividades que envolvam conceitos matemáticos através de modelagem matemática devem conter significado para o aluno e proximidade com os objetos de sua realidade.

Para Biembengut (1999, p. 20)

Modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa ótica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com variáveis envolvidas.

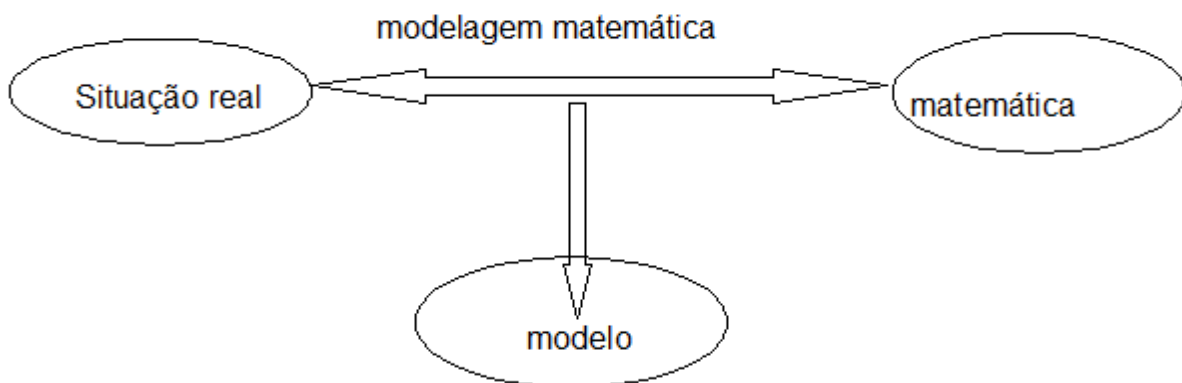
[...] um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procuram traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real, denomina-se “modelo matemático[...]

O modelo matemático possibilita uma melhor compreensão, simulação e previsão do fenômeno estudado”.

Fazendo a leitura da realidade pela via matemática, problematizando situações reais, trabalhou-se com modelagem matemática, que é a criação de um modelo para estudar situações do contexto real.

Embora com sutis diferenças entre os autores aqui citados no que se refere a conceituar a modelagem matemática, percebe-se que para todos eles este método implica em construí-los a partir de problemas reais com objetivo de que o estudante melhor compreenda os conteúdos implícitos. Para efeito deste trabalho assumimos o modelo teórico de Biembengut (1999).

Segundo Biembengut (1999, p. 20) a modelagem envolve uma série de procedimentos conforme esquema a seguir.



Biembengut (1999) descreve estes procedimentos, agrupando-os em três etapas, subdivididas em seis subetapas, a saber:

a) Interação: Reconhecimento da situação problema; Familiarização com o assunto a ser modelado-pesquisa.

b) Matemática: Formulação do problema-hipótese; Resolução do problema em termos de modelos.

c) Modelo Matemático: Interpretação da solução; Validação do modelo.

As etapas serão descritas segundo Biembengut (1999, p.21).

A interação consiste na pesquisa sobre o assunto, feita de modo indireto (por livros ou revistas) ou direto (experiência em campo, com dados junto a especialistas da área). Esta etapa está subdividida em reconhecimento da situação problema e familiarização, não obedecendo a uma ordem e nem se findando ao passar para a etapa seguinte, pois a situação-problema torna-se cada vez mais clara, a medida que vai se interagindo com os dados.

Na sequência temos a matemática, se subdividindo em formulação do problema e resolução, onde se faz a tradução da situação problema para a linguagem matemática. Na formulação do problema é importante classificar as informações, levantar hipóteses, identificar constantes envolvidas, generalizar, selecionar variáveis, descrever essas relações em termos matemáticos. O objetivo principal nesse momento é chegar a um conjunto de expressões aritméticas, fórmulas ou equações algébricas ou gráficos ou representações ou programa computacional, que levem a solução ou permitam uma dedução da mesma. Na resolução do problema em termos do modelo, após formulada a situação-problema, passa-se a resolução ou análise com o “ferramental” matemático que se dispõem.

Em seguida tem-se o modelo matemático, sendo necessário verificar em que nível ele se aproxima da situação-problema representada e então, verificar o grau de confiabilidade na sua utilização. Desta forma faz-se a interpretação do modelo, analisando as implicações da solução derivada daquele que está sendo investigado e finalmente a verificação de sua adequabilidade, retornando à situação-problema investigada e avaliando quão significativo e relevante é a solução validação (ou validada). Se o modelo não atender as necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado, sendo ajustada as hipóteses e variáveis.

Segundo as Diretrizes Curriculares Estaduais (SEED, 2006, p.43), a modelagem matemática tem como pressuposto que o ensino e a aprendizagem da Matemática podem ser potencializados ao se problematizarem situações do cotidiano.

O aluno da EJA ao trabalhar com modelagem matemática deverá ter um maior entrosamento com os conteúdos matemáticos, poderá através de problemas de investigação e pesquisa, compreender melhor os conceitos matemáticos e desta forma tornar-se mais produtivo, podendo utilizar conhecimentos adquiridos na sua experiência profissional, tornando-se assim um melhor leitor da matemática e do mundo.

Conforme as Diretrizes Curriculares Estaduais (SEED, 2006, p.44) por meio da modelagem matemática, fenômenos diários, sejam eles físicos, biológicos e sociais, constituem elementos para análises críticas e compreensões diversas do mundo.

Segundo Bassanezi (1990), “trabalhar com modelagem matemática no ensino não é apenas uma questão de ampliar o conhecimento matemático, mas sobretudo de se estruturar a maneira de pensar e agir”. Dessa forma teremos cumprido o objetivo da Educação Matemática, fazer melhores leitores matemáticos para um melhor exercício da cidadania.

Pelas razões apontadas é preciso que o professor da EJA que deseje trabalhar com Modelagem Matemática tenha uma sólida formação matemática e de educação que vai auxiliá-lo a dar maior significado aos conteúdos matemáticos.

## **IMPLEMENTAÇÃO**

### **2.1. A ESCOLA DE IMPLEMENTAÇÃO**

O Colégio Dr. Xavier da Silva, localizado na cidade de Curitiba (PR), carrega uma história centenária de atendimento à comunidade. Inaugurado em 19 de dezembro de 1903, foi entregue ao público, efetivamente, em 1904, como “Grupo Escolar Modelo”,

sendo que a denominação de “GRUPO ESCOLAR DR. XAVIER DA SILVA<sup>1</sup>”, encontra-se em atas de 1929.

Em 1975, o Grupo Escolar “Dr. Xavier da Silva” e o Grupo Escolar Noturno “Dr. Xavier da Silva”, passaram a fazer parte do complexo Escolar do Colégio Estadual do Paraná, do qual separou-se em 1982, com a denominação de Escola Estadual Dr. Xavier da Silva - Ensino Pré-Escolar e de 1º Grau Regular e Supletivo. Nesse mesmo ano foi anexada à escola o Jardim de Infância “EMILIA ERICKSEN”, fundado pelo patrono, em 1911.

No início haviam apenas 08 salas e 01 gabinete. Em 1937 a escola contava com 14 salas, gabinete e salão de festas e em 1955 foi construída a ala da cantina, cooperativa, gabinete dentário e biblioteca. Sua arquitetura, requintada, mostra o bom gosto de seus fundadores.

Atualmente o Colégio conta com mais de 50 turmas desde a Educação Infantil até o Ensino Médio, com aproximadamente 1700 alunos e com uma equipe de cerca de 40 Servidores em funções de apoio e técnico pedagógicas e aproximadamente 80 professores regentes. O Colégio Dr. Xavier da Silva, ocupa um espaço privilegiado, no centro da cidade de Curitiba, situado na esquina da Avenida Silva Jardim com a Avenida Marechal Floriano Peixoto, com uma história de cento e seis anos de existência e recebe alunos de diferentes comunidades de Curitiba.

A ideia de trabalhar o projeto governamental da reurbanização da Vila Zumbi dos Palmares, é mais um reforço ao desejo de reestruturação de outras comunidades em risco social de Curitiba.

## 2.2. PRIMEIROS ESTUDOS: CARACTERIZANDO A COMUNIDADE

---

<sup>1</sup> Xavier da Silva, o patrono do Colégio, nasceu em Castro (PR), em 1838 e ocupou a presidência do Estado do Paraná por três vezes.



A comunidade da Vila Zumbi dos Palmares em Colombo, Região Metropolitana de Curitiba, é uma região de famílias carentes que até então viviam em condições sub-humanas em área de risco ambiental e risco social também. Algumas destas famílias moram às margens do Rio Palmital.

O que diferencia esta comunidade é o prêmio que receberam do projeto de governo “Direito de Morar”, que substituiu as péssimas condições de vida que apresentavam, morando em habitações precárias, por sobrados com melhores condições de vida.

A comunidade representava até então uma das maiores ocupações irregulares da Região Metropolitana de Curitiba, mas está se transformando a cada dia num exemplo de urbanização.

Havia mais uma característica marcante, a alta taxa de criminalidade e violência. Um de seus moradores declara que “não tinham gosto de morar na Vila Zumbi dos Palmares” (antes trabalhador rural, veio tentar a vida em Curitiba).

Os moradores não tinham água e saneamento. A energia elétrica utilizada por muitos moradores era obtida de forma irregular através de ligações diretas com a rede de transmissão, os chamados “rabichos” ou “gato”. Na comunidade ninguém, até então, tinha endereço, isto dificultava até mesmo na hora de conseguirem um emprego. Os habitantes da vila viviam com os direitos do exercício da cidadania quase excluídos, até a implementação do projeto.

### 2.3. APRESENTANDO O PROJETO DE REURBANIZAÇÃO

Direito de Morar é um dos maiores projetos do país de planejamento urbano de área de ocupação irregular. O projeto abrange uma área total de 501.125,01 metros quadrados, onde 61,42% da área está ocupada por lotes residenciais; 26,39% por ruas; 3,39% por áreas públicas destinadas ao município; 1,81 % por áreas comerciais e 6,99% por áreas de preservação permanente .

As melhorias incluem a central de compras e a pavimentação geotêxtil, que permite a passagem da água pluvial, mas impede que o lodo e as impurezas do terreno subam a superfície. Para diminuir a criminalidade do bairro, serão instaladas canchas esportivas e um novo módulo da Polícia Militar.

O programa Direito de Morar da Vila Zumbi dos Palmares é desenvolvido pela COHAPAR em parceria com a Secretaria de Desenvolvimento Urbano, Paraná Cidade, BID, Fundo de Desenvolvimento Urbano, Sanepar, Prefeitura de Colombo e Copel entre outros órgãos públicos.

O presidente da COHAPAR assinou com o governo da Venezuela um acordo de cooperação técnica, envolvendo um projeto-piloto que será desenvolvido em Lara, estado Venezuelano com graves problemas na área habitacional.

O programa tem um investimento de aproximadamente R\$ 21 milhões, autorizados pelo governo Roberto Requião, no ano de 2005 e beneficia 1797 famílias. Os recursos estão sendo aplicados em diversas áreas: Urbanização e recuperação ambiental, R\$9,6 milhões; sistema de drenagem de águas pluviais, R\$4,6 milhões; pavimentação e paisagismo das ruas, R\$ 3,4 milhões; instalação de rede de esgoto, R\$ 1,2 milhão; melhoria nas instalações de 400 moradores R\$ 2,6 milhões; e construção dos sobrados, R\$ 3,7 milhões; este último está sendo investido na construção de 281 sobrados, que estão sendo destinados às famílias que até então viviam ou vivem em área de risco ou de preservação ambiental às margens do Rio Palmital e da antiga BR 116. Além disso, serão construídas duas creches com capacidade para 400 crianças um centro comunitário e uma central de “carrinheiros” com barracão para reciclagem do lixo, que somam investimento de mais de 1 milhão.

Desde 2004, a Companhia de Habitação do Paraná coordena o projeto e depois da implantação do programa houveram depoimentos de que o índice de criminalidade diminuiu na Vila Zumbi dos palmares.

Todos os incluídos no projeto receberam infraestrutura necessária (água, luz, e esgoto) e foram incluídos automaticamente nos programas sociais do governo do Paraná: Luz Fraterna e Tarifa Social da água.

O governo subsidia R\$ 534.306,72, considerando um investimento total de R\$1.241.115,37; sendo que o custo para os moradores é de R\$ 706.808,65.

O investimento inclui sobrado, lote, pavimentação, água tratada, esgoto e energia elétrica. Sessenta e oito famílias já assinaram o documento e deram início ao programa da sua propriedade, com desconto de 30% a 60% dependendo da renda mensal de família. As prestações dos sobrados ficam entre R\$ 75,00 e R\$ 95,00 e dos lotes entre R\$ 57,88 a R\$ 65,92. As moradias são de alvenaria com 40 metros quadrados (2 quartos, sala e cozinha conjugados e banheiro), há uma escada com corrimão e área de serviço externa.

Foi feita a pavimentação com bloco de concreto em mais de 45 mil metros quadrados. A pavimentação asfáltica tem aproximadamente 21,5 quilômetros prontos, ao todo, a pavimentação da vila Zumbi chegará a mais de 94 mil metros quadrados.

O governo também realizou obras nas galerias de águas pluviais 12 Km e dique de contenção do Rio Palmital, além da instalação de bomba d'água para impedirem que a lagoa formada pelo dique transborde e acabem com as enchentes.

## 2.4 A INTERVENÇÃO, A APRESENTAÇÃO DOS PARTICIPANTES E AS ATIVIDADES

Este projeto atendeu aos alunos da EJA, do Ensino Médio, do Colégio Estadual Dr. Xavier da Silva, na disciplina de Matemática, obedecendo as suas especificidades. Havia 24 alunos, em diferentes faixas etária e profissões.

As atividades foram diversificadas, o que permitiu abranger diversos conteúdos da EJA, cumprindo os objetivos gerais e específicos requeridos para esta modalidade. Iniciamos as atividades com apresentação de um texto sobre a Vila Zumbi dos Palmares, na sequência abordamos questões de investigação matemática, com objetivo de modelar a situação de reurbanização da comunidade.

Os alunos conheceram a planta baixa dos sobrados e também o Projeto de Urbanização e o Projeto Arquitetônico (plantas, cortes e cobertura), que foram cedidos gentilmente pela equipe de engenheiros e arquitetos da COHAPAR, para uso como

material didático, quando a professora-autora do projeto visitou a Companhia, em setembro de 2007. Foi estipulada uma escala, e com auxílio da mesma e da planta baixa os alunos construíram maquetes das unidades de sobrados.

### **3. ATIVIDADES**

#### **3.1. ORGANIZAÇÃO DAS ATIVIDADES**

No dia 08/04/2009 iniciou-se a implementação do projeto Modelagem e Educação de Jovens e Adultos: Possíveis Interlocações no Estudo de um Projeto de Reurbanização. Foi elaborado um questionário com o objetivo de caracterizar os alunos, quanto a faixa etária, ocupação, tempo fora da escola e razões que contribuíram para que eles retornassem à escola.

Vinte e quatro alunos frequentavam o módulo de matemática da EJA, do Ensino Médio, do Colégio Dr. Xavier da Silva. A faixa etária destes alunos varia de 18 anos a 63 anos, sendo a metade destes com idade abaixo de 25 anos. Suas profissões são bastante variadas, como: auxiliar de mecânica geral, auxiliar de informática, customizador de automóvel, operador de telemarketing, atendente de balcão, pintor automotivo, segurança, auxiliar administrativo, vendedora, promotora de mercado, atendente de lanchonete, atendente de farmácia, moto frete, camareira de hotel, auxiliar de serviços gerais, representante comercial.

Observou-se que os mais jovens, deixaram de estudar há no máximo 6 anos. O que não ocorreu com os de mais idade, onde o tempo fora da escola varia de dez a quarenta e oito anos. Quando questionados sobre os motivos que os levaram a deixarem os estudos, a maioria relata ser devido a sua entrada no mercado de trabalho, alguns devido à gravidez na adolescência, drogas, casamento e um aluno respondeu que apresentava dificuldade em entender matemática.

Quando questionados sobre os motivos de retornarem à escola, a maioria relacionou o estudo com melhores perspectivas de emprego, e muitos sentiam dificuldades para desempenhar suas funções, tinham conhecimento do mercado de trabalho competitivo, e por isso desejavam concluir o Ensino Médio.

O fato de escolherem a EJA, se deve ao fato de acreditarem que esta modalidade de ensino tem uma menor duração, permitindo que terminem mais rapidamente o Ensino Médio. Todos reconheceram a importância de estudar matemática na EJA e quando questionados sobre os conteúdos que gostariam de estudar, surgiram respostas como: probabilidade, porcentagem, trigonometria, raiz quadrada, algarismos romanos, equações, geometria, “contas”. A maioria respondeu que gostaria de estudar porcentagem e geometria espacial, e geometria foi o assunto estudado.

O trabalho de caracterizar os alunos da EJA, foi muito importante para reflexão e preparo das aulas. Ficaram explícitas as dificuldades que alguns deles apresentavam em relação à aprendizagem, devido ao tempo de afastamento da escola. Procurado utilizar uma linguagem diferenciada para os Jovens e para os Adultos, assumiu-se o compromisso de mantê-los na escola, para que pudessem alcançar seus objetivos.

Nesse primeiro encontro para a implementação do projeto, foi entregue a cada aluno o texto abaixo que trata da Reurbanização da Comunidade da Vila Zumbi dos Palmares elaborado pela professora responsável pelo projeto com base nos dados da COHAPAR e dos relatos de moradores que serviu como subsídio para os alunos, trazendo dados estatísticos que auxiliaram nas aulas de matemática.

Segundo o relato dos representantes da comunidade “foi com uma mistura de ansiedade e euforia, com lágrimas de alegria” que os moradores da Vila Zumbi dos Palmares em Colombo, Região Metropolitana de Curitiba, participaram do sorteio das primeiras unidades de moradia, subsidiadas pelo governo do Estado Roberto Requião.

O Governo subsidia R\$ 534.306,72, considerando um investimento total de R\$1.241.115,37; sendo o custo para os moradores é de R\$ 706.808,65. O investimento inclui sobrado, lote, pavimentação, água tratada, esgoto e energia elétrica.

O projeto tem chamado a atenção de governantes de outros países e tem sido usado como projeto-piloto na Venezuela. Com um investimento de aproximadamente R\$ 21

milhões, já autorizados pelo governo em 2005, beneficia 1797 famílias que vivem em área de risco ambiental.

Os sobrados num total de 281 destinam-se a famílias que viviam em situação de risco social e ambiental às margens do Rio Palmital. O governo do Paraná está investindo R\$ 3,7 milhões na construção destes 281 sobrados. Os recursos estão sendo aplicados em diversas áreas quais sejam: Urbanização e recuperação ambiental R\$9,6 milhões; Sistema de drenagem de águas pluviais R\$4,6 milhões; pavimentação e paisagismo das ruas R\$ 3,4 milhões; instalação de rede de esgoto R\$ 1,2 milhão; melhoria nas instalações de 400 moradores R\$ 2,6 milhões; e construção dos sobrados R\$ 3,7 milhões. Além disso, serão construídas duas creches com capacidade para 400 crianças um centro comunitário e uma central de carrinheiros com barracão para reciclagem do lixo, que somam investimento de mais de 1 milhão.

As prestações dos sobrados ficam entre R\$ 75,00 e R\$ 95,00 e dos lotes entre R\$ 57,88 a R\$ 65,92.

Desde de 2004 a Companhia de Habitação do Paraná, coordena esse projeto. “Essa é a nova visão política do Brasil explica o presidente da Cohapar Rafael Greca”. As moradias são de alvenaria com 40 metros quadrados (2 quartos, sala e cozinha conjugados e banheiro), há uma escada com corrimão e área de serviço externa.

Todos os incluídos no projeto receberam infra-estrutura necessária (água, luz, e esgoto) e foram incluídos automaticamente nos programas sociais do governo do Paraná: Luz Fraterna e Tarifa Social da água. Tudo isso para garantir uma vida mais digna e com mais conforto.

Já foi feito pavimentação com bloco de concreto em mais de 45 mil metros quadrados. A pavimentação asfáltica tem aproximadamente 21,5 quilômetros prontos, ao todo, a pavimentação da vila Zumbi chegará a mais de 94 mil metros quadrados.

O governo também realizou obras nas galerias de águas pluviais 12 Km e dique contenção do Rio Palmital, além da instalação de bomba d'água para impedirem que a lagoa formada pelo dique transborde e acabem com as enchentes.

O projeto Direito de Morar é um dos maiores projetos de do País de planejamento urbano de área de ocupação irregular. O projeto abrange uma área total de 501.125,01

metros quadrados, onde 61,42% da área esta ocupada por lotes residenciais; 26,39% por ruas; 3,39% por áreas públicas destinadas ao município; 1,81 % por áreas comerciais; e 6,99% por Áreas de Preservação Permanente. Este é o Projeto Direito de Morar.”

Foi feita a leitura do texto junto com os alunos, mas mesmo após a leitura, muitos encontraram dificuldades em responder a primeira questão de encaminhamento (“Qual o valor do investimento do governo do Paraná em sobrados na Vila Zumbi?”). Esta questão tratava sobre o valor do investimento do governo do Paraná, em sobrados na Vila Zumbi. Diagnosticou-se que os alunos apresentavam dificuldade de encontrarem os valores no texto, bem como na escrita do número. Eles foram orientados a ler e reler o texto, já que se tratava de uma questão de interpretação. Aproveitou-se o momento para recordar a leitura e escrita de números, das classes decimais; dentre estas dificuldades o que chamou a atenção foi um aluno que escreveu e fez a leitura da classe de milhar como se fosse da classe dos milhões.

A questão dois (“Quantos salários mínimos este valor representa?”), explicava sobre quantos salários mínimos o valor do investimento representava, eles resolveram esta questão sem maiores dificuldades, exceto que alguns não sabiam colocar a vírgula no resultado e nem mesmo compreenderam o raciocínio utilizado. Todos prontamente responderam o valor do salário mínimo e entenderam como chegar ao resultado.

Na questão três (“Quantos reais custa cada sobrado?”), eles foram orientados a retornar ao texto, foi permitido que usassem calculadora, pois como o próprio PCN indica, se faz importante o uso de novas tecnologias e mesmo com o uso de um instrumento facilitador, alguns alunos apresentaram o resultado incorreto, em termos de grandezas decimais, apresentaram dificuldades no manuseio da calculadora e na colocação correta da vírgula na escrita dos números. Houve orientação quanto à leitura e escrita dos números decimais e o uso correto da calculadora.

Na questão quatro (“Quanto custa o metro quadrado do sobrado?”), eles conseguiram resolver sem muita dificuldade e tiveram a oportunidade de estudar regra de aproximação na escrita dos números.

Após a leitura do texto e de ter respondido as questões de investigação, conhecendo a metragem do sobrado (quarenta metros quadrados), desejou saber a metragem da sala, fazendo comparações com as áreas de ambas. Foi feita a estimativa

da metragem da sala usando passos, calculando a área e chegou-se à conclusão que a sala onde eles assistem aula tem área maior que os sobrados.

Uma aluna observou que pretende financiar um imóvel pela Caixa Econômica, e que agora já poderia fazer os cálculos sobre o valor do imóvel em relação ao metro quadrado. Foi muito produtivo este primeiro encontro.

Para finalizar os alunos foram questionados sobre a variação dos preços dos imóveis nas diferentes regiões de Curitiba.

No segundo encontro, em 15/04/2009, foi feita a comparação do preço do metro quadrado do sobrado do projeto de reurbanização, com o preço do metro quadrado de uma residência de médio e alto padrão da cidade de Curitiba. Nessa data o jornal Gazeta do Povo publicou uma reportagem de um programa do Governo Federal que se intitula “Minha casa, minha vida”. O texto foi levado para a sala de aula, lido e foram levantadas mais questões investigativas.

Iniciou-se ensinando a importância de organizar os dados em tabela. A turma foi reunida em grupos de 2 a 3 alunos e cada grupo elaborou uma tabela com valores de imóveis a venda em diferentes bairros da cidade de Curitiba (a metragem do imóvel, seu valor em reais, o valor do metro quadrado e a classificação em casa, sobrado e apartamento).

Os alunos que participaram da atividade, apresentaram facilidade em realizar os cálculos (com o uso da calculadora), alguns apenas preencheram a tabela com os valores solicitados, não fazendo uma comparação escrita dos resultados, do preço dos imóveis nas diversas regiões de Curitiba. Mas alguns grupos compararam e perceberam a diferença do preço de um imóvel dependendo de sua localização. Alguns alunos ainda apresentaram dificuldade na escrita dos números e na colocação correta da vírgula.

Uma aluna levantou uma questão sobre o valor total de um imóvel, seu montante, considerando anos de prestações mensais. Isto daria uma excelente explanação sobre juros, montante, capital e uma introdução à matemática financeira. A mesma foi orientada sobre a importância do conhecimento matemático para a compreensão de financiamento de imóveis.



No terceiro encontro da implementação do projeto, em 22/04/2009, a proposta da questão seis era: “Neste investimento inicial de R\$ 1.241.115,37, onde teremos um subsídio do governo de R\$ 534.306,72 e R\$ 706.808,65 dos moradores, como podemos representar estes valores matematicamente? Represente graficamente a distribuição dos recursos”. Esta questão tratava do investimento desmembrando em parte subsidiada pelo governo e o restante pelos moradores, pedindo a representação matemática destes valores e solicitando a representação gráfica dos mesmos. Na questão sete: “Represente graficamente a distribuição dos recursos da reurbanização da Vila Zumbi dos Palmares. Use gráficos de barra ou setor circular.” Estas questões exigiam conhecimento básico de estatística, mas os alunos não o possuíam e não conseguiriam realizar esta atividade. Passou-se ao estudo de noções básicas de estatística. Foi sugerido que deixassem as atividades para os próximos encontros. Nesta aula eles aprenderam a coletar dados, construir tabelas, a construir gráfico de barra e setor circular e uma introdução ao estudo de porcentagem.

Percebeu-se a necessidade de partir do simples para o complexo. Esta turma da EJA da noite, estudava na sala de uma turma de segunda série do ensino fundamental da tarde e o livro de matemática das crianças ficou sobre a mesa com questões bem simples, que foram resolvidas pelos alunos da noite, de forma que os ajudou a compreender alguns itens. As situações foram contextualizadas e esta aula passou a ser pré-requisito para sequência do projeto. As noções de estatística ajudam a ler e interpretar situações a nossa volta, e são relevantes para o ensino de Matemática do Ensino Médio e mais ainda da Educação de Jovens e Adultos.

No quarto encontro, em 29/04/09, as questões seis e sete do texto foram retomadas, os valores envolvidos no projeto foram revisados. A turma foi dividida em grupo de dois a três alunos. Alguns alunos ainda encontraram dificuldades, pois faltaram a aula que sucedeu o feriado e não sabiam fazer os gráficos. Eles foram incluídos nos grupos dos alunos que assistiram a aula, mas as dificuldades persistiram, talvez pela grandeza dos números. Eles apresentavam dificuldade em representar os valores solicitados em forma de gráficos de barra e setor circular, porque estavam preocupados com a apresentação do gráfico, em colorir usando lápis de cor. Ficou a dúvida: seria porque a professora usou giz colorido nos gráficos que desenhou no quadro?

Um aluno havia trazido os gráficos prontos, só que não conforme a solicitação da questão sete. Ele havia respondido a questão 13: “Construa um gráfico com a área total

do projeto e suas distribuições.”, que ainda não havia sido entregue a eles e que tratava sobre a distribuição porcentual da área, dados que se encontram no texto. Solicitou-se que ele refizesse a leitura da pergunta e observasse a solicitação de recursos.

Os próprios alunos sugeriram calcular a porcentagem do investimento, foi muito interessante, alguns alunos ainda apresentavam dificuldade na divisão, cometendo erro na colocação da vírgula e foram orientados para que observassem sempre a lógica do resultado. Se for metade será cento e oitenta graus, como é um pouco inferior que a metade o resultado será um pouco inferior a cento e oitenta graus, a aluna havia encontrado 15498,72, mas ela foi orientada que o correto após a aproximação é 155 graus.

É interessante observar como os alunos da EJA socializam seus conhecimentos. Com que facilidade os resultados chegam nos grupos. Eles não tiveram dificuldade de entender que a diferença de 360 e 155 graus, representava o próximo valor.

Não houve tempo de terminar a questão sete, pois a aula passou muito rápido. Os alunos receberam a sugestão de que na questão seis, eles usassem o total de 26 milhões.

O quinto encontro de implementação foi no dia 06/05/2009. O assunto de gráficos foi retomado, pois alguns alunos ainda apresentavam dificuldade de resolver a atividade seis e sete, no que se refere à representação gráfica em barra e setor circular. O assunto foi revisado novamente (gráfico de barra, gráfico de setor circular e porcentagem).

Foi feita a coleta de dados dos alunos presentes na sala de aula e organizada uma tabela com os aniversariantes de cada mês. Estes alunos tiveram de construir o gráfico de barra e o gráfico de setor circular e calcular os valores porcentuais de aniversariantes de cada mês.

Os alunos, mais uma vez, apresentaram dificuldade na construção do gráfico, quanto ao uso da numeração dos eixos, ao conservar a mesma proporcionalidade entre os números, no que diz respeito ao gráfico de barra. Alguns tiveram dificuldade para construir as barras do gráfico, não respeitando a largura das barras e a distância entre as mesmas.

No sexto encontro, em 13/05/2009, eles deveriam apresentar a atividade solicitada anteriormente sobre gráficos. Uma aluna havia construído o gráfico de barra sem uso de régua, com os traços desalinhados. No gráfico de setor circular, um outro aluno ainda não estava respeitando a proporcionalidade na divisão dos ângulos. Assim o círculo terminava de forma desordenada. Foram ainda orientados quanto a importância da escala, para melhorar a visualização do trabalho. Quase todos os demais já apresentavam domínio do transferidor e da construção de seus gráficos, alguns ainda apresentavam pequenas dificuldades no manejo dos mesmos, para marcar os ângulos. Alguns tiveram que refazer os gráficos e todos conseguiram após refazer, apresentar resultados satisfatórios, tendo em vista que esta tarefa foi individual. Assim concluíram a atividade do trabalho.

No sétimo encontro de implementação, em 20/05/09, retomamos às questões seis e sete. A avaliação dos alunos da EJA, ocorreu nesta etapa através dos trabalhos que eles realizaram. Alguns tiveram que refazer tarefas anteriores, como recuperação. Eles se empenharam bastante e quase todos estavam presentes e trabalhando desta forma inovadora. As notas ficaram acima da média. Todos concluíram a atividade da questão sete.

No oitavo encontro, em 27/05/2009, a questão oito era: “Sabendo o valor em metros quadrados das moradias, faça um esboço de um projeto com esses valores com (dois quartos, sala e cozinha conjugados e banheiro)”, onde dada a metragem dos sobrados (quarenta metros quadrados), eles deveriam “ser arquitetos por um dia”, deveriam desenhar a planta baixa de um sobrado. No início eles foram orientados a usar a escala de 1cm/1m, mas um dos alunos observou que o desenho não ficava muito bem apresentável, ficava muito pequeno, portanto eles passaram a usar 2 cm/1m ou 1/50 de escala.

Eles apresentaram dificuldades para elaborar os projetos. Eles já haviam estudado Geometria Espacial e um dos alunos observou que preferia fazer contas. No dia anterior estudaram (matrizes). Fizeram grupos de 2 a 3 alunos para esta atividade, solicitou-se que cada um deveria entregar o seu projeto. Apresentaram dificuldade para entender como dividir os quarenta metros de área. A professora auxiliou-os fazendo com eles fizessem rascunhos, mostrando diferentes formas: 4X 5; 2X10; 3X ?...

A questão nove: “Compare os valores do seu projeto com o projeto Direito de Morar.” e questão 10: “Faça a distribuição de móveis, neste sobrado.”, foram dadas como

tarefas para casa para que os alunos pudessem dar continuidade às reflexões iniciadas em sala de aula.

No nono encontro, em 03/06/2009, deu-se sequência ao projeto de reurbanização. Os alunos foram divididos em grupos de três a seis participantes e com a planta baixa do projeto arquitetônico, fornecida pela professora, conseguida na COHAPAR com o engenheiro responsável, passaram a confecção das maquetes, obedecendo a proporção da planta de acordo com o solicitado na questão 11: “Construa uma maquete comparando o sobrado com a moradia anterior.”

Cada grupo escolheu o material de sua preferência. Fizeram maquetes em madeira, isopor e papelão. Foi sugerido que construíssem duas unidades de sobrados, sendo que uma delas deveria ter abertura no telhado para observação interna e idealização do mobiliário, conforme a questão 12: “Dentro dessa maquete coloque os móveis, obedecendo uma escala proporcional ao real.”, com o objetivo de colocar o aluno frente a alguns problemas envolvendo espaço e proporção. Foi uma experiência ímpar, pode-se observar que eles assumiram a atitude de verdadeiros “arquitetos”.

Como já haviam construído uma planta baixa, não foi difícil entender o projeto arquitetônico, as maquetes então passaram a ser concebidas de acordo com o modelo. Houve uma aluna que desejou fazer o trabalho sozinha, ela apresentou dificuldades no momento de obter medidas proporcionais, contudo recorrendo ao auxílio da professora essas dificuldades foram sanadas. Os demais grupos não apresentaram dificuldades e conseguiram apresentar maquetes muito parecidas com as construções originais (ver fotos do anexo).

Observou-se que o trabalho em equipe proporcionou sociabilização dos conhecimentos matemáticos entre os participantes, entre esses conhecimentos destacamos as medidas de certas grandezas como: área, volume e comprimento, proporções, conceitos de geometria. A qualidade do trabalho estava associada ao empenho dos alunos em apresentarem um trabalho bem feito e dentro das dimensões esperadas e o fato de saberem que seus trabalhos estariam sendo avaliados, contribuiu para o resultado final.

Infelizmente, não temos documentado através de imagens (fotos) todos os trabalhos elaborados, pois as maquetes dos quatro primeiros grupos, foram colocados na

sala de hora atividade dos professores com a autorização prévia da diretora, mas foram destruídas por ordem da vice-diretora que julgou que os trabalhos estavam “bagunçando” a sala de hora atividade, desta maneira os quatro primeiros trabalhos foram transformados em lixo, para a tristeza dos alunos e da professora, que aguardavam o momento da exposição dos mesmos.

Os alunos construíram os móveis obedecendo a escala de proporção da mobília, essa ação proporcionou uma otimização do espaço além de valorizar a experiência que o aluno tem sobre ambientação e decoração.

### 3.2. CONTEÚDOS ABORDADOS DURANTE O PROJETO

- Sistemas de Numeração
- Operações
- Gráficos e tabelas
- Propriedades das figuras geométricas sólidas e planas
- Grandezas
- Estatística
- Funções envolvendo cálculo de área
- Uso de tecnologia (calculadora)
- Medidas de comprimento
- Resolução de problemas envolvendo lógica matemática
- Otimização

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente artigo teve por objetivo apresentar uma prática pedagógica para o ensino da matemática, utilizando-se da tendência em Educação Matemática denominada de Modelagem Matemática. O projeto foi aplicado em uma turma de jovens e adultos de uma escola do centro da cidade de Curitiba.

A partir de um projeto de reurbanização de uma comunidade da região metropolitana de Curitiba foram sendo sugeridos encaminhamentos por meio de perguntas para estes alunos. O trabalho culminou na construção de maquetes das residências novas dos moradores, construídas por ocasião do projeto de reurbanização.

Concluiu-se que o encaminhamento utilizado, por meio da modelagem matemática, possibilitou aos alunos jovens e adultos, uma participação mais ativa na construção de seus conhecimentos.

Observou-se que não houve evasão, algo sempre presente em classes de EJA, o que indica que o trabalho com a Modelagem Matemática foi um elemento motivador para estes estudantes. Além disso, houve, desde o início do projeto, um grande interesse para o prosseguimento dos estudos.

Uma das características da Modelagem que também se fez presente na implementação do projeto foi a extrapolação dos conteúdos planejados. Além de conteúdos de Geometria Plana e Espacial também foram abordadas questões de Matemática Financeira e Álgebra.

Como professora PDE, me senti bastante realizada e motivada a continuar utilizando-me da Modelagem Matemática em outras turmas, esperando que este trabalho possa servir de motivação, também a outros professores preocupados em ousar buscar novos horizontes com a finalidade de aprimorarem sua prática de sala de aula.

## ANEXOS

### Maquetes dos sobrados de Vila Zumbi

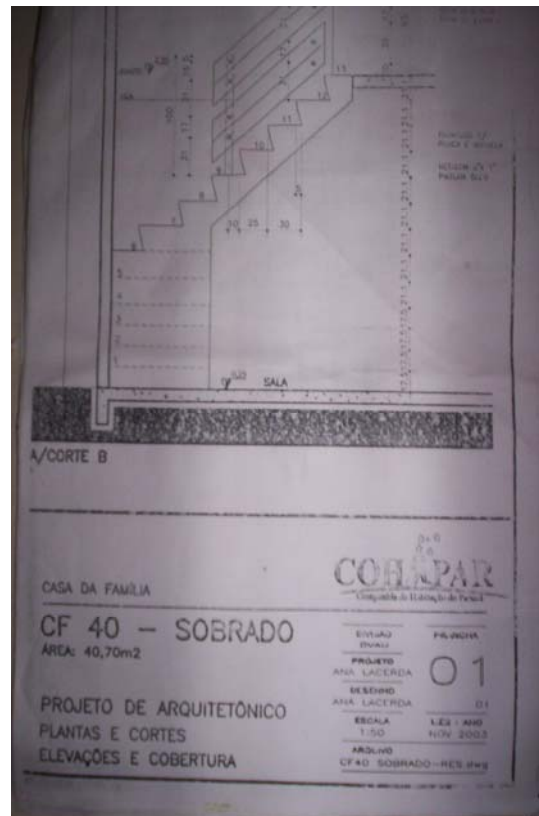
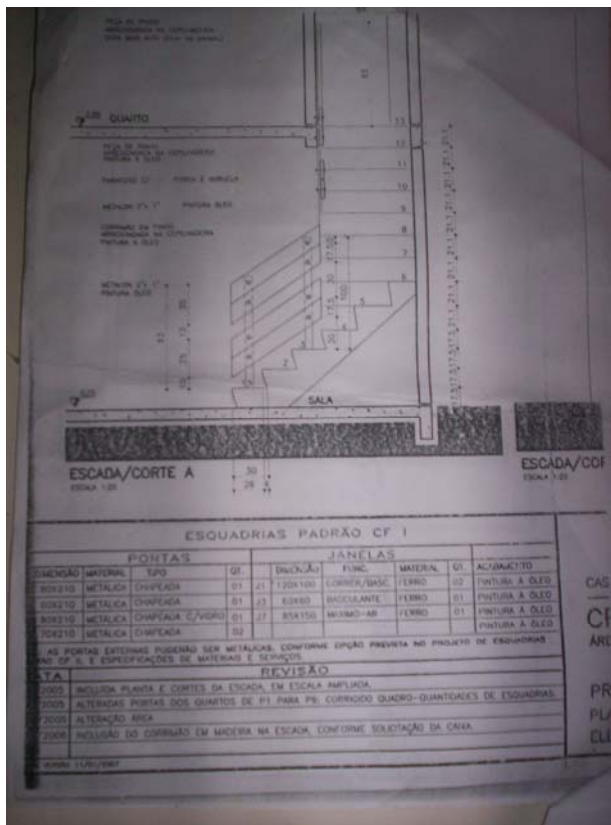


### Ambientação e Espaço Interno dos Sobrados

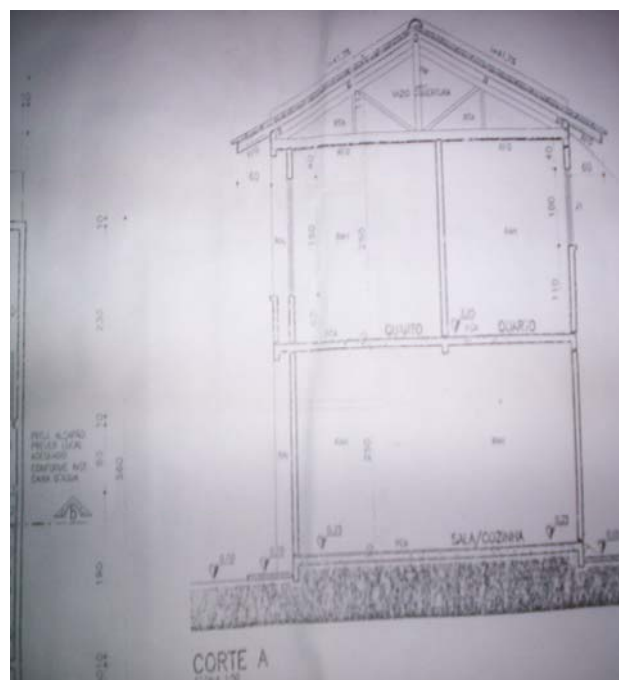
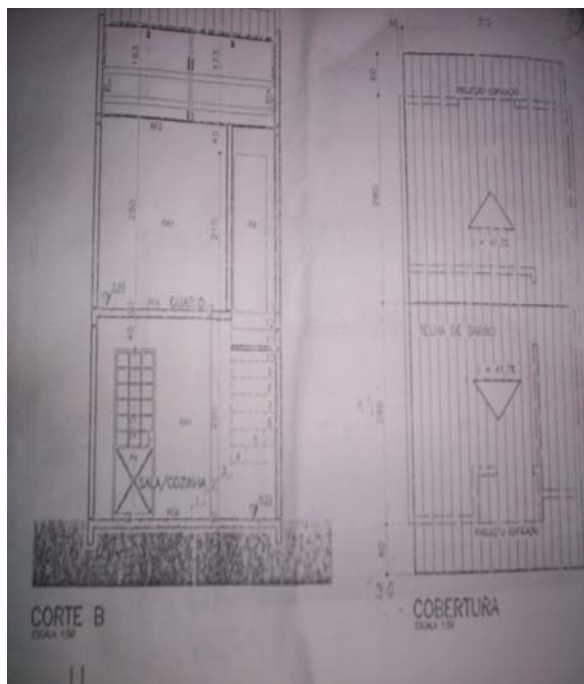


Vista em Perspectiva

Projeto Arquitetônico



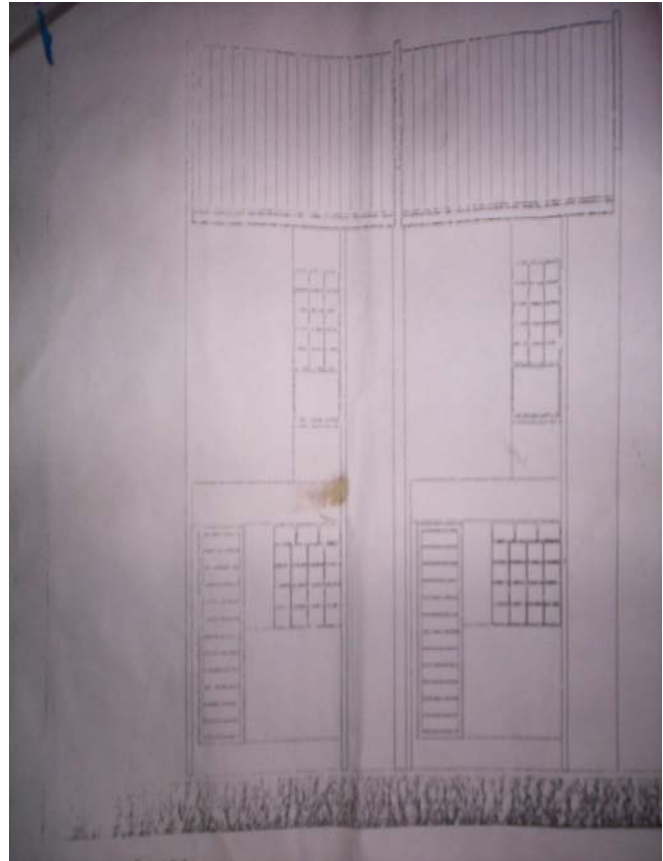
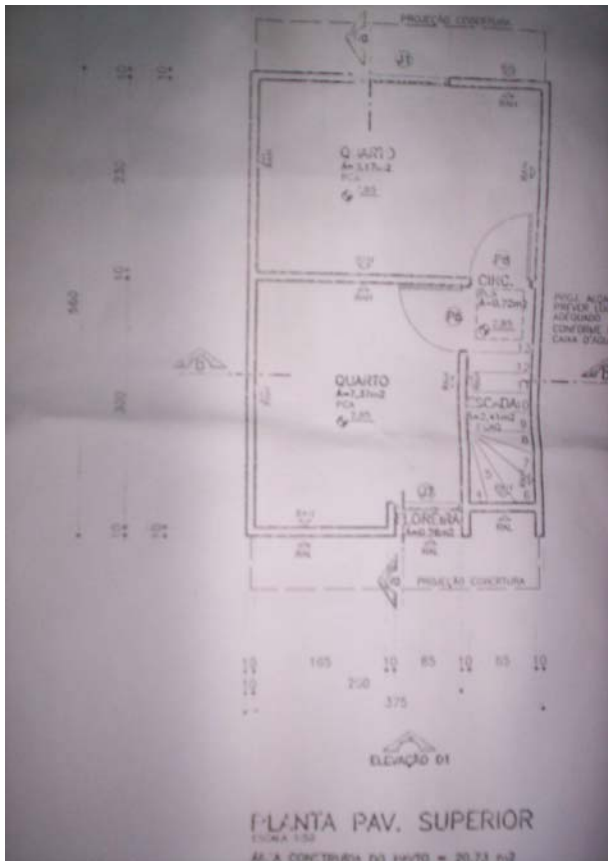
Plantas das Escadas e Relação de Material



Plantas de cobertura e Cortes



## Vista Frontal e Divisões no Pavimento Superior



## REFERÊNCIAS

ANTUNES, Celso. *Vygotsky, quem diria?: Em minha sala de aula*. 3ª ed. Petrópolis: Vozes, 2003.

EDUCAÇÃO e mudanças. Produção de Paulo Freire. São Paulo: BB-Educar, 1994. Videocassete. Com narrativa. Didático.

CINFOP- A *Avaliação em Ciências Naturais no Ensino Fundamental*- UFPR

FONSECA, Maria da Conceição F. R. *Educação Matemática de Jovens e Adultos*. 2ª Ed. Belo Horizonte, Autêntica, 2005.

BASSANEZI, Rodney C. *Modelagem Matemática Como Método de Ensino Aprendizagem*.

Boletim da SBMAC, 1990.

FREIRE, Paulo. Entrevista de Paulo Freire. Oitavo Congresso Internacional de Educação Matemática. Disponível em <<http://vello.site.uol.com.br/macae.htm>> Acesso em 2008.

KOVALSKI, I. *A Gestão da Educação Pública: O Nível Médio de Ensino Pós LDB 9.394/96*. Dissertação de Mestrado: UTP, 2007

FIORENTINI, Dario. *Investigação em Educação Matemática*. São Paulo 2ª ed.: Autores Associados LTDA, 2007.

D' AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática*. Belo Horizonte 2ª ed :Autêntica,2005.

NÓVOA, Antonio.(coord). *Os Professores e Sua Formação*. Lisboa ,Portugal, Dom Quixote, 1997.

BARBOSA, J. C. *Modelagem Matemática na sala de aula*. *Perspectiva*, Erechim (RS), v. 27, n. 98, p. 65-74, junho/2003.

BIEMBENGUT, M.S.. *Modelagem matemática e implicações no ensino aprendizagem de matemática*, Blumenau S.C, FURB 1999.

**HAMBURGO. Declaração de Hamburgo sobre Educação de Adultos. V Conferência Internacional sobre Educação de Adultos, Hamburgo,1997. Disponível em: [www.direitoshumanos.usp.br/counter/Onu/Educacao/texto/hamburgo.html](http://www.direitoshumanos.usp.br/counter/Onu/Educacao/texto/hamburgo.html). Acesso em 11 Dez. 2008**

SEED. *Diretrizes Curriculares De Matemática Para A Educação Básica-SEED*, 2006.

COHAPAR. *Noticias da Vila Zumbi*. Disponível em: [www.cohapar.pr.gov.br/modules/noticias/article.php?storyid=482](http://www.cohapar.pr.gov.br/modules/noticias/article.php?storyid=482). Acesso em 23 Set. 2008

**FICHA PARA CATÁLOGO  
PRODUÇÃO DIDÁTICO PEDAGÓGICA**

Título:	O uso de um modelo matemático para mostrar a Matemática da Natureza na arquitetura
Autor	Maria Luiza Oliani
Escola de Atuação	Colégio Estadual do Paraná
Município da Escola	Curitiba
Núcleo Regional de Educação	Curitiba
Orientador	Prof. Dr. André Fabiano Steklain Lisbôa
Instituição de Ensino Superior	UTFPR – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Disciplina/Área	Matemática
Produção Didático-pedagógica	Unidade Didática
Relação Interdisciplinar	
Público Alvo	Alunos do Ensino Médio
Localização	Colégio Estadual do Paraná Rua João Gualberto, Nº 250 – Centro – Curitiba-Pr
Apresentação	Esta unidade didática baseia-se na utilização da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. Fazendo uso de um modelo matemático como padrão de estética e beleza, pretende-se explorar conhecimentos da matemática já adquiridos pelo estudante, estimulando-o de modo a reforçar a qualidade de seus estudos para que ele aproprie-se do conhecimento matemático com prazer. O presente trabalho apresenta atividades envolvendo construções elementares com régua e compasso utilizando conhecimentos de Desenho Geométrico para apresentar o modelo matemático que será utilizado. Através do conhecimento de tal modelo e sua aplicação na arquitetura, deseja-se despertar no estudante a sensibilidade de preservar construções de obras patrimônias conhecendo sempre o seu valor estético e histórico.
Palavras-chave	Modelo matemático. Arquitetura. Conservação

**SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO DO PARANÁ  
SUPERINTENDÊNCIA DA EDUCAÇÃO  
DIRETORIA DE POLÍTICAS E PROGRAMAS EDUCACIONAIS  
PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL - PDE  
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**MARIA LUIZA OLIANI**

**UNIDADE DIDÁTICA:**

**O USO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA MOSTRAR A  
MATEMÁTICA DA NATUREZA NA ARQUITETURA**

**CURITIBA  
2011**

**MARIA LUIZA OLIANI**

**O USO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA MOSTRAR A  
MATEMÁTICA DA NATUREZA NA ARQUITETURA**

*Unidade Didática* apresentada como parte complementar do Plano Integrado de Formação Continuada do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE 2010 da Secretaria Estadual de Educação – SEED em parceria com a Universidade Tecnológica Federal do Paraná, sob a orientação do Prof. Dr. André F. Steklain Lisbôa

**CURITIBA  
2011**

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	04
<b>2</b>	<b>Modelagem Matemática como estratégia de ensino</b>	05
<b>3</b>	<b>Atividades</b>	09
3.1	Atividade de pesquisa	09
3.2	Padrão de beleza: conhecimento do $n^{\circ}$ de ouro	11
3.3	Padrão de beleza: conhecimento do retângulo áureo	22
3.4	Harmonia nas proporções humanas	27
3.5	Razão áurea no pentágono regular	31
3.6	O $n^{\circ}$ de ouro e a sequência de Fibonacci	36
3.7	A proporção áurea na Arquitetura	40
<b>4</b>	<b>Avaliação</b>	42
<b>5</b>	<b>Proposta de Avaliação do Material Didático</b>	43
<b>6</b>	<b>Referências</b>	44
<b>7</b>	<b>Apêndice</b>	46

## 1- INTRODUÇÃO

O objetivo deste material pedagógico é propor atividades de modelagem matemática utilizando um modelo matemático: Padrão de estética e beleza, “o número de ouro”, que é um dos mais intrigantes tópicos da Matemática, por aparecer em tantos lugares. Tendo como preocupação a sua aplicação na arquitetura para que desse modo haja reconhecimento do valor estético e histórico nas obras arquitetônicas patrimoniais.

A elaboração desta unidade didático-pedagógica tem como base as pesquisas e estudo sobre Modelagem Matemática da Dra. Prof<sup>a</sup> Maria Salete Biembengut que incentiva os professores a usarem os modelos pesquisados na sua íntegra ou então adaptadas conforme a realidade da sua escola. O folhas “a face oculta da arte: a Matemática, escrito pelas professoras Claudete Martins e Lucilene Peracoli e o trabalho da professora Josiane Ferrer: O número de ouro na arte, arquitetura e natureza; Beleza e Harmonia, serviram de apoio e consulta para desenvolver as atividades propostas.

Esta unidade é dirigida aos alunos da primeira série do ensino médio, podendo ser adaptada para outras séries. O tempo previsto para desenvolver o trabalho proposto na unidade está estipulado em cada atividade. Podendo esse número variar conforme o interesse e aprofundamento dado a cada etapa.

A modelagem matemática nesse trabalho tem a intenção de aplicar conhecimentos já adquiridos em séries anteriores. A atividade envolvendo a série de Fibonacci, além da aplicação do nº de ouro, poderá ser apresentada como introdução ao conteúdo Sequências Numéricas, proposto para a 1<sup>a</sup> série.

## 2- MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM

Muito se tem falado sobre as novas metodologias de ensino e aprendizagem em Matemática para uma melhor aprendizagem no ensino básico. O grande desafio está, conforme Biembengut (2005), “o de antever e propor à sociedade um “novo” cidadão, que comandará a economia, a produção, o lazer e outras atividades que ainda surgirão em um “mundo” competitivo”.

Vê-se através da Modelagem Matemática, como metodologia de ensino e aprendizagem, a possibilidade de manifestarem-se os níveis cognitivos e criativos no aluno, assim como desenvolver a capacidade em resolver problemas através da Matemática. Concorda-se com as Diretrizes Curriculares da Matemática (2008) quando cita que a Matemática foi considerada pelos platônicos um instrumento que instigaria o pensamento do homem.

Segundo D’Ambrósio (1986, p.11): “Modelagem é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução de um problema artificial”.

Nessa concepção a Modelagem Matemática surge a partir de problemas e de aspectos da realidade vivida pelos participantes do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, para se chegar à construção de um modelo.

Concordando-se assim com Biembengut & Hein (2005):

Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.

As propostas de estudos sobre o ensino, a aprendizagem e o conhecimento matemático dentro da Educação Matemática investigam como o estudante compreende e se apropria da própria matemática e a efetivação destas propostas, conforme as DCE (2008, p. 48) “requer um professor interessado em desenvolver-se



intelectual e profissionalmente e em refletir sobre sua prática para tornar-se um educador matemático e um pesquisador em contínua formação”. Confirmando com o que dizem Biembengut & Hein (2005, p. 29) que a condição necessária para o professor implementar modelagem no ensino é ter audácia, grande desejo de modificar sua prática e disposição de conhecer e aprender.

Um forte argumento para a utilização da modelagem como ensino da matemática, segundo (BARBOSA, 2004) é que a modelagem leva o aluno a compreender o papel sócio-cultural da matemática, tendo como interesse a formação de indivíduos para atuar ativamente na sociedade. Sendo hoje considerado como um grande desafio para as escolas.

Segundo as DCE (2008, p.48) “Aprende-se Matemática não somente por sua beleza ou pela consistência de suas teorias, mas, para que, a partir dela, o homem amplie seu conhecimento e, por conseguinte, contribua para o desenvolvimento da sociedade”.

Burak (1994, p.48) diz que “Para aprender a trabalhar a Modelagem Matemática, tem-se que fazer modelagem”. Os obstáculos vão surgindo e sendo vencidos. O professor deve ter coragem para romper com o tradicional.

Com a utilização da Modelagem Matemática, o aluno tem a liberdade de formular questões e utilizar a matemática para tentar respondê-las. Por isso o papel do professor, no método modelagem, assume características diferentes do papel do professor na forma tradicional. Segundo Burak (1994) o professor tem papel de mediador da relação ensino-aprendizagem. Cabe ao professor fazer a interação entre os problemas estudados e chamar a atenção para os conteúdos que surgem no desenvolvimento do processo.

Burak (1994) considera que a escolha do tema deve ser, preferencialmente, do aluno, pois o vínculo professor-aluno se consolida no decorrer das atividades. Se o tema for único deve ser decidido em conjunto com a classe. Porém, como essa estratégia leva o professor a trabalhar numa abordagem diferente da tradicional, Biembengut & Hein (2005), consideram que se o professor não se sentir preparado o mesmo pode propor um tema pertinente aos conteúdos que deseja desenvolver em sala de aula.

O grande desafio em se trabalhar com modelagem é o de encontrar formas alternativas no sentido de compatibilizar os conteúdos previstos para determinada série. Alguns conteúdos podem não aparecer naquele determinado tema. Para Burak (1994), uma alternativa é trabalhar uma parte da carga horária com o tema escolhido e, o professor usar o tempo restante para tratar dos conteúdos não contemplados no tema desenvolvido.

Em relação à aplicação da Modelagem Matemática no ensino, Barbosa (1999), cita algumas considerações:

- Para começar, deve-se trabalhar com modelos simples, de curta duração.
- Considerar o espaço de tempo, vendo o que é possível realizar.
- Considerar o conhecimento do aluno e do professor.
- Analisar o interesse e a motivação dos alunos.

Barbosa (2001), analisando os estudos sobre modelagem, classifica os casos de modelagem de três formas diferentes:

Caso 1. O professor apresenta o problema, traz as informações, cabendo aos alunos apenas a resolução.

Caso 2. O professor apresenta o problema, ficando a cargo dos alunos o levantamento dos dados para a resolução do problema.

Caso 3. Os alunos são responsáveis pela escolha do tema não-matemático de seu interesse, coleta dos dados, criação do modelo, resolução e validação, configurando-se esse caso como a via do trabalho de projetos.

A Modelagem Matemática, se trabalhada de maneira criativa, motivadora e eficaz, segundo Carminatti (2007) pode proporcionar alguns benefícios, como por exemplo: motivação dos alunos e até do próprio professor; facilitação da aprendizagem; preparação para a profissão; desenvolvimento do raciocínio; desenvolvimento do aluno como cidadão crítico e transformador de sua realidade; compreensão do papel sócio cultural da matemática, tornando-a assim, mais importante e agradável.

Através da pesquisa de alguns estudiosos em Modelagem Matemática percebe-se que muitas são as justificativas para se aplicar modelagem em sala de aula onde algumas se destacam:

- Socialização do saber matemático:
- Desenvolvimento da pesquisa e observação;
- Levantamento de dados e interpretações das soluções;
- Reflexões, discussões e críticas
- Conhecimento tecnológico e validação.

A Modelagem Matemática tem como pressuposto que o ensino e a aprendizagem da matemática podem ser potencializados ao se problematizarem situações do cotidiano. Assim, segundo Dotto (2008), a matemática passa a ser mais interessante e agradável aos olhos de nossos alunos, pois eles são capazes de contribuir na própria construção do saber ao qual estão tendo contato e a escola deixa de ser algo fora da sua realidade social e começa a fazer parte do seu cotidiano.

### 3- ATIVIDADES

#### 3.1 Atividade 1: A Matemática da natureza na arquitetura (atividade de pesquisa)

Como, para o presente trabalho, será utilizado um modelo matemático: a Razão Áurea como padrão de beleza, o professor pode iniciar com uma discussão informal sobre obras de patrimônio público, tendo como objetivo instigar a curiosidade em relação ao assunto e estimular os alunos de modo que os conteúdos trabalhados no desenvolvimento da unidade sejam de fato significativos.

Pode ser feitas as seguintes perguntas:

- *Você já visitou um prédio de patrimônio público?*
- *Observou a harmonia nas formas da arquitetura?*
- *Qual a figura geométrica mais utilizada?*
- *Em que os arquitetos se baseiam para fazer o desenho de uma construção?*

Concluída a discussão, formar equipes de 3 a 5 alunos e solicitar uma pesquisa sobre construções arquitetônicas como por exemplo: o Parthenon grego, O Arco do Triunfo (França), O Coliseu (Roma), Catedral de Notre Dame de Chartres na França , Pirâmides do Egito, Residência Projetada por Le Corbusier (sede da ONU em Nova York) , Casa de Estrela em Curitiba , Colégio Estadual do Paraná (tombado como patrimônio público) e outras de sua região.

Cada equipe irá pesquisar sobre uma obra determinada pelo professor e fazer uma pequena apresentação sobre o que pesquisou que será utilizada para ser

apresentada aos grupos antes da atividade 7 em data estipulada pelo professor. Para a apresentação os alunos devem destacar: a época da construção, a localização, o arquiteto e as formas utilizadas na arquitetura da obra. As imagens sobre a obra pesquisada também são importantes para serem analisadas posteriormente. Cada apresentação não deve ultrapassar 10 minutos.

Para o início da pesquisa pode ser utilizado o laboratório de informática. É aconselhável indicar sites de busca.

Sugestão:

Construindo um Império: Parthenon (Grécia)

<http://www.youtube.com/watch?v=WXzlkwzXFrl> e Coliseu (Roma)

<http://www.youtube.com/watch?v=hHb-OCufOUQ&feature=related>

Arco do Triunfo (França)- <http://www.youtube.com/watch?v=WXg1qRIHGio>

Catedral de Notre Dame de Chartres (França):

<http://www.geocities.ws/marip31/phdaa.html> e

[http://www.youtube.com/watch?v=WddVbNL8p\\_E](http://www.youtube.com/watch?v=WddVbNL8p_E) e

<http://www.youtube.com/watch?v=y7N3FvYOKgc&feature=related>

Residência, sede da ONU (Nova York):

[http://portal.uninove.br/marketing/cope/pdfs\\_revistas/exacta/exacta\\_v3/exactav3\\_3b\\_01.pdf](http://portal.uninove.br/marketing/cope/pdfs_revistas/exacta/exacta_v3/exactav3_3b_01.pdf)

Casa Estrela:

<http://www.gazetadopovo.com.br/vidaecidadania/conteudo.phtml?tl=1&id=1008401&tit=Casa-Estrela-enfim-de-pe>

Também serão aceitos outros meios de pesquisa como: revistas, jornais, livros, etc...

O objetivo da pesquisa é fazer com que os alunos percebam a Arte e a Matemática utilizada nas formas e na harmonia da construção.

Neste momento o professor deve falar sobre o padrão de beleza - o número de ouro - que eles irão conhecer e aplicar no desenvolver das atividades.

Para esta atividade utilizar uma aula/encontro.

### 3.2 Atividade 2: Padrão de beleza – Conhecimento do número de ouro

#### - Atividade feita pelo professor com os alunos

Biembengut (2005) sugere convidar os alunos a verificarem “se são bonitos”. É interessante utilizar um segmento para representar a medida da altura de uma pessoa, para a demonstração do número de ouro.

#### Conteúdos:

- Números Irracionais
- Divisão de um segmento em média e extrema razão
- O número  $\varphi=1,618033\dots$

#### Objetivos:

- Recordar os conceitos de razão e proporção
- Determinar o segmento áureo de um segmento dado
- Reconhecer o número de ouro
- Identificar números irracionais

#### Recursos:

- Compasso
- Lápis
- Régua
- Caderno
- Calculadora

**Tempo previsto:** 3 aulas/encontros

#### Encaminhamentos:

Após a discussão e a pesquisa, feita como estímulo, é o momento de apresentar os conceitos matemáticos necessários para atingir os objetivos.

Para isso os alunos irão ao laboratório de matemática (espaço que o colégio possui) onde utilizarão os materiais necessários para a execução da atividade.

Pode ser feitos alguns questionamentos, no decorrer das explicações, acrescentando um pouco de história sobre o conceito que será explicado.

## 2.1 Números Irracionais

O número áureo  $\varphi=1,618033\dots$ , para Lívio (2009, p.103) é o número “mais irracional” dos irracionais, pois, é mais difícil de expressar como uma fração do que qualquer outro número irracional (ver apêndice 1).

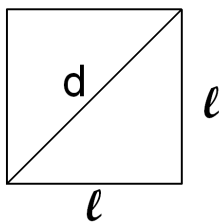
*Mas afinal, o que é um número irracional?*

*Possíveis respostas: é um  $n^\circ$  com infinitas casas decimais; é não racional; é um  $n^\circ$  que não tem fim,...*

Pitágoras – séc. IV a. C. – já havia se deparado com números cuja parte decimal é infinita e não periódica. Para ele tais números não correspondiam à realidade do Universo e se lhe apresentavam totalmente sem sentido e contrários à razão. Os pitagóricos basicamente acreditavam que a existência de tais números era tão horrível que devia (a existência) representar algum tipo de erro cósmico, algo que deveria ser suprimido e guardado em segredo (LÍVIO, 2009, p. 15).

A opinião mais tradicional é que esse tipo de número primeiramente foi observado por meio da razão entre a diagonal e o lado de um quadrado. E a questão foi:

*Como medir a diagonal do quadrado, utilizando seu lado como unidade de medida?*



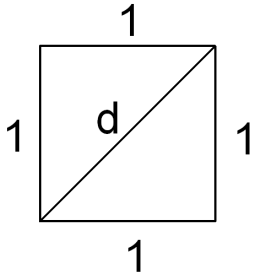
Para melhor compreensão da questão, pedir aos alunos que façam o desenho de um quadrado, destacando a sua diagonal. Com uma régua medir o lado desse quadrado e verificar quantas vezes o lado cabe na diagonal.

**— Os alunos deverão perceber que não tem como ter certeza de quanto a mais que o lado mede a diagonal de um quadrado.** Pode ser falado sobre incomensurabilidade.

Neste momento, mostrar aos alunos como chegar à medida da diagonal do quadrado.

Veja o processo:

Considere um quadrado de lado 1 (uma unidade de medida).



Aplicando o teorema de Pitágoras, que diz: “*Em todo triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos*”, teremos:

$$d^2 = 1^2 + 1^2$$

$$d^2 = 1 + 1$$

$$d^2 = 2$$

$$d = \sqrt{2} \rightarrow \text{que é um número não racional}$$

Com o uso de uma calculadora, pedir aos alunos que encontrem o valor decimal correspondente ao número  $\sqrt{2}$  e anotem na folha.

*Será que é possível transformar esse decimal numa fração?*

Neste momento, o professor deve investigar se os alunos lembram como encontrar a fração que gerou um número decimal e fazer as devidas explicações.

**— Os alunos devem concluir que não é possível transformar o número  $\sqrt{2}$  numa fração.**

Hoje, com o auxílio de computadores, o valor de  $\sqrt{2}$  foi calculado com milhares de casas decimais e nenhuma repetição periódica foi encontrada na sua dízima:

*Então, quando um número é irracional?*



*Um número é irracional quando não podemos encontrar uma fração que o gerou, isto é, quando não podemos representá-lo na forma de fração.*

Podemos provar, por absurdo, que  $\sqrt{2}$  é um número irracional.

*Esta demonstração será feita para os alunos com objetivo de fazer com que eles percebam que é possível demonstrar algumas afirmações na matemática utilizando um método conhecido como método do absurdo.*

Acompanhe:

1 – Suponhamos, por absurdo, que  $\sqrt{2}$  seja racional, isto é, que  $\sqrt{2}$  possa ser escrito na forma  $\frac{a}{b}$ , sendo a e b n<sup>o</sup> inteiros com  $b \neq 0$ , de modo que  $\frac{a}{b}$  seja uma fração irredutível, isto é, a e b são primos entre si. Assim escrevemos  $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$

2 – Elevando os dois membros ao quadrado, obtemos:  $2 = \frac{a^2}{b^2}$  assim,  $a^2 = 2b^2$ .

Desse modo  $a^2$  é par, logo a é par.

3 – Se consideramos que a fração  $\frac{a}{b}$  é irredutível e a é par, então b tem que ser ímpar.

4 – Se a é par, existe um número inteiro m tal que  $a=2m$ . Elevando a igualdade ao quadrado, temos:  $a^2 = 4m^2$ . Como  $a^2 = 2b^2$ , então  $2b^2 = 4m^2$  e  $b^2 = 2m^2$ . Dessa maneira  $b^2$  é par e b é par que é absurdo, pois no item 3 concluímos que b deveria ser ímpar. Então a hipótese que  $\sqrt{2}$  é racional é falsa. Portanto  $\sqrt{2}$  é irracional.

*Para esta demonstração foi utilizado os apontamentos do livro da Kátia S Smole e Maria I. Diniz.*

De modo semelhante, segundo (LIVIO, 2009, p.53), pode-se mostrar que a raiz quadrada de qualquer número que não seja quadrado perfeito (como 9 ou 16) é um número irracional .

*Quais outros números irracionais que conhecemos?*

*Possíveis respostas:*  $\sqrt{3}$ ;  $\sqrt{5}$ ;  $-\sqrt{2}$ ;  $\pi$ ;  $\varphi$ ; ...

(Neste momento o professor pode falar do  $\pi$  e onde ele é utilizado).

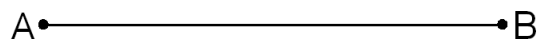
## 2.2 Segmento Áureo ou Secção Áurea

Agora é o momento de conhecer o famoso número  $\varphi$ , conhecido como Número de Ouro. Para isso, primeiramente deve ser trabalhado a divisão de um segmento em média e extrema razão ou secção áurea através das construções do desenho geométrico.

Para essa explicação, é importante fornecer aos alunos, uma folha com o desenho de um segmento e os procedimentos para que eles construam o segmento áureo. (ver modelo no final da atividade).

### Procedimentos para o professor fazer a atividade junto com os alunos

1. Considerar o segmento AB dado (que, por exemplo, representa a altura de uma pessoa).



2. Com um ponto E pode-se dividir o segmento em duas partes.

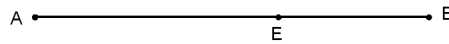
Neste momento fazer a pergunta:

*De quantas maneiras podemos dividir este segmento?*

*Possíveis respostas:* duas iguais, uma maior e outra menor,...., de várias maneiras.

**Explicação:**

O ponto E pode ocupar infinitas posições no segmento AB, mas existe uma única posição onde esse ponto divide  $\overline{AB}$  em dois segmentos em que o segmento todo está para a parte maior, assim como a parte maior está para a menor, ou  $\frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EB}}$ . Desta maneira o segmento foi dividido na razão extrema e média ou numa **Razão Áurea**, conforme desenho abaixo.



3. Pedir aos alunos para seguirem os passos fornecidos na folha e dividir o segmento dado em média e extrema razão.

É importante o professor acompanhar se todos estão conseguindo fazer a construção e se necessário, para cada parte, fazer o desenho no quadro ou apresentá-lo na TV multimídia. (ver resolução no apêndice 2)

### Atividade para os alunos

Pedir para eles medirem o comprimento do segmento AB dado e as partes em que ele ficou dividido  $\overline{AE}$  e  $\overline{EB}$ , utilizando uma régua. Anotar na folha e verificar as razões  $\overline{AB} : \overline{AE}$  e  $\overline{AE} : \overline{EB}$ , utilizando a calculadora. Fazer o registro do valor encontrado.

É importante deixar claro para os alunos que “a Secção Áurea é, antes de mais nada, uma proporção” (OSTROWER, 1998, p. 234).

## 2.3 O número áureo

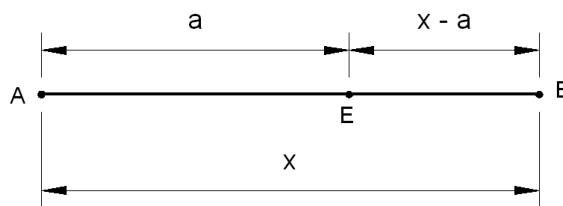
### Procedimentos para o professor fazer a atividade junto com os alunos

Tendo determinado o segmento áureo, os alunos deverão chegar ao número áureo.

O professor deve iniciar o processo e deixar os alunos prosseguirem.

Para isso, entregar para cada aluno uma folha contendo um segmento AB dividido em média e extrema razão (ver modelo no final da atividade). Pedir para que todos chamem de  $x$  o segmento AB, de  $a$  o segmento AE e conseqüentemente o segmento EB será  $x-a$ .

Observe o desenho



Em seguida escrever a proporção

$$\frac{x}{a} = \frac{a}{x-a}, \text{ e deixar os alunos continuarem.}$$

É importante observar se todos conseguiram utilizar conceitos de proporção. Se achar necessário pode recordar os conceitos que serão utilizados ou deixar por conta dos alunos.

Todos deverão chegar à equação  $\rightarrow x^2 - ax - a^2 = 0$ ,

que terá como raízes  $x' = a \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  e

$x'' = a \frac{1-\sqrt{5}}{2}$  (desconsidera-se por ser um número negativo).

Ficando  $\frac{x}{a} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  conhecida como razão áurea e  $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,618039\dots$  é o número áureo, considerado o “mais irracional dos irracionais”.

Se a turma não conseguir o professor deve resolver a equação com as devidas explicações. (ver resolução no apêndice 3). É um ótimo momento para retomar o conteúdo Equação Quadrática.

**Você sabia que:**

No início do sec. XX, o matemático americano Mark Barr deu à razão o nome de  $\text{Fi}(\varphi)$ , a primeira letra grega do nome de Fidias por suas grandes realizações como o Parthenon de Atenas e o Zeus, no templo de Olímpia?

## MODELO DOS PROCEDIMENTOS QUE SERÃO ENTREGUES AOS ALUNOS

## ATIVIDADE 2 A

Nome:.....Nº..... Turma:..... Data:...../...../.....

**Passos para construção do segmento áureo dado um segmento AB**

1º - Determinar o ponto médio de  $\overline{AB}$  através da construção da mediatriz:

— Centro em A e B, respectivamente, com a abertura do compasso maior que a metade de  $\overline{AB}$  traçam-se dois arcos que se cruzam (acima e abaixo de  $\overline{AB}$ ). Marcar os pontos dos cruzamentos e uni-los, obtendo assim a mediatriz do segmento AB. — A intersecção da mediatriz com o segmento AB é o ponto M, ponto médio de  $\overline{AB}$ .

2º - Por B, traçar uma perpendicular:

— Centro em B, abertura qualquer do compasso, traça-se um arco B1. Onde o arco cortar o segmento AB marcar 1 — Centro em 1 mesma abertura do compasso marca 2 no arco B1 — Centro em 2, mesma abertura do compasso determina-se 3 no arco

B1 — Centro em 3, mesma abertura do compasso, determina-se 4 — Unindo-se B com 4 obtém-se a perpendicular.

3º - Centro em B, raio  $\overline{BM}$ , traça-se um arco na perpendicular, marcando o ponto C.

4º - Une-se A com C.

5º - Centro em C, raio  $\overline{CB}$ , traça-se um arco até  $\overline{AC}$ , marcando o ponto D.

6º - Centro em A, raio  $\overline{AD}$ , traça-se um arco até  $\overline{AB}$  marcando o ponto E que divide o segmento AB em duas partes,  $\overline{AE}$  e  $\overline{EB}$ .

7º -  $\overline{AE}$  é a Secção Áurea do segmento AB.

## ATIVIDADE 2 B

Nome:.....Nº..... Turma:..... Data:...../...../.....

**Procedimentos para determinar o número áureo**

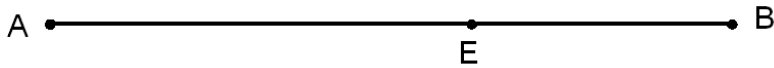
Considerar o segmento AB dividido em média e extrema razão.

Chamar de  $x$  o segmento AB, de  $a$  o segmento AE.

O segmento EB será  $x-a$ .

Utilizar a proporcionalidade do segmento áureo  $\frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EB}}$ , fazer os cálculos até

chegar à razão procurada.





### 3.3 Atividade 3: Padrão de beleza – Conhecimento do retângulo áureo

#### - Atividade feita pelo professor junto com os alunos

A “lei da divina proporção” está presente em diversas figuras planas, em sólidos geométricos e na natureza. O triângulo isósceles, o retângulo, o pentágono e o decágono são considerados polígonos de ouro por apresentarem a proporção áurea na sua construção.

A figura plana mais utilizada na arquitetura é a retangular. Os arquitetos utilizam a proporção áurea encontrada no retângulo áureo por ser, de todos os retângulos, o mais agradável à vista.

Nesta atividade os alunos conhecerão, dentre os polígonos de ouro, o retângulo áureo.

#### **Conteúdos:**

- Retângulo áureo
- Número áureo

**Objetivos:** O aluno no final desta atividade deverá:

- Desenhar um retângulo áureo.
- Aplicar a proporção áurea.
- Verificar quando um retângulo é áureo.
- Perceber que o retângulo áureo é uma figura geométrica esteticamente agradável.
- Identificar objetos do cotidiano na forma retangular que apresentam a razão áurea entre suas dimensões ou que se aproximem dela.
- Perceber que a Matemática pode ser utilizada para proporcionar beleza estética aos objetos do nosso cotidiano.

#### **Recursos:**

- Compasso
- Lápis
- Régua

- Caderno
- Calculadora
- Folha com os passos para a construção do retângulo áureo (ver modelo no final da atividade).

**Tempo previsto:** 2 aulas/encontros

**Encaminhamentos:**

1. Levar os alunos ao Laboratório de Matemática (se na sua escola tiver um).
2. Distribuir para cada aluno: compasso, régua e a folha com os procedimentos para a construção do retângulo áureo.
3. Pedir aos alunos (individualmente) para construir o retângulo áureo, dado o segmento  $\overline{AB}$ , seguindo os passos fornecidos na folha.

É importante mostrar como ficou o retângulo construído na TV multimídia ou construí-lo no quadro.

4. Pedir aos alunos para que observem e destaquem o quadrado formado na construção do retângulo áureo e questioná-los:

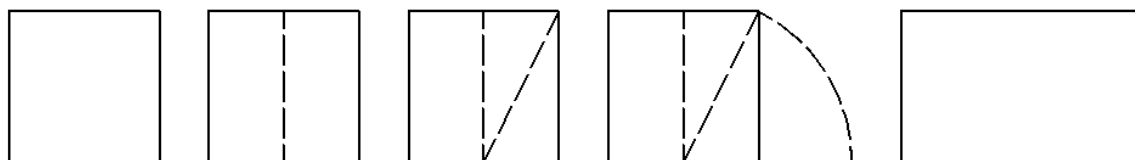
*Será que a partir de um quadrado podemos construir o retângulo áureo?*

(deixar os alunos tentarem resolver a questão).

5. Em seguida, distribuir para cada aluno uma folha com o desenho de um quadrado ABCD com as instruções, (ver modelo no final da atividade).
6. Pedir para que desenhem o retângulo seguindo as instruções.

Neste momento o professor deverá observar se todos conseguiram construir o retângulo conforme as instruções.

O professor pode mostrar o desenho passo a passo, conforme ilustração a seguir, fazendo a construção no quadro ou utilizando a TV multimídia:



— *Mas afinal, quando um retângulo é áureo?*

**Os alunos devem concluir, pela construção, que um retângulo é áureo quando a sua altura for o segmento áureo da base, isto é, quando a razão entre o lado maior e o lado menor for o número  $\varphi$ .**

A construção do retângulo áureo também pode ser feita utilizando o software régua e compasso como pode ser visto no site: <http://www.youtube.com/watch?V=6jhhjfnkmKK&NR=1>.

### **Atividade para os alunos**

Tendo concluído a construção do retângulo áureo, pedir para que eles confirmem essa razão no retângulo desenhado, medindo os lados com uma régua e registrando, na folha, os valores encontrados.

Para finalizar a atividade pedir aos alunos para verificarem se as formas retangulares encontradas no ambiente que eles estão são áureas. Por exemplo: as vidraças da sala, cartão de crédito, carteirinha de estudante, a capa do livro, a parede, a carteira, a mesa do professor, a tela da tv, o visor do computador, outros.

Para os cálculos os alunos podem utilizar uma calculadora. Todos devem registrar os objetos medidos, na folha, com as respectivas medidas.

É o momento onde o professor vai verificar se todos entenderam a proporção áurea no retângulo.

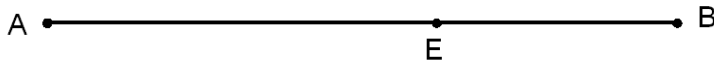
## MODELO DOS PROCEDIMENTOS QUE SERÃO ENTREGUES AOS ALUNOS

## ATIVIDADE 3 A

Nome:.....Nº..... Turma:..... Data:...../...../.....

**Passos para a construção do retângulo áureo utilizando um segmento dividido em média e extrema razão.**

- 1º - Considerar o segmento AB dividido em média e extrema razão.
- 2º - Pelos extremos A e B, traçam-se perpendiculares (processo dado na ativ. 1).
- 3º - Centro em A, raio  $\overline{AE}$ , traça-se um arco que determina o ponto G na perpendicular do extremo A.
- 4º - Por G traça-se uma paralela a  $\overline{AB}$  determinando F na perpendicular do extremo B.
- 5º - ABFG é o retângulo áureo procurado.

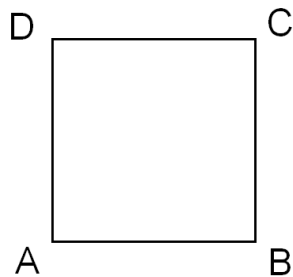


## ATIVIDADE 3 B

Nome:.....Nº..... Turma:..... Data:...../...../.....

**Passos para a construção do retângulo áureo utilizando um quadrado.**

- 1º - Determinar o ponto médio M do lado AB.
- 2º - Fazer o prolongamento a direita dos lados AB e DC.
- 3º - Centro em M, raio  $\overline{MC}$ , traça-se um arco que corta o prolongamento de  $\overline{AB}$  marcando o ponto E.
- 4º - Por E levanta-se uma perpendicular que determina F no prolongamento de  $\overline{DC}$ .
- 5º - AEFD é o retângulo procurado.



### 3.4 Atividade 4: Será que somos bonitos? Harmonia nas proporções humanas

Na segunda atividade os alunos conheceram um padrão de beleza conhecido como Razão Áurea. Agora é importante mostrar que este padrão é encontrado no corpo humano.

O corpo humano obedece às leis da natureza explicadas por leis matemáticas de proporcionalidades. As relações indicadas na fig.1 apresentam valores áureos aproximados. Observe, por exemplo, que o umbigo divide o corpo adulto em média e extrema razão; o antebraço e as mãos estão numa razão áurea; a linha dos olhos divide o comprimento do rosto em média e extrema razão, e assim acontece com outras partes do corpo.

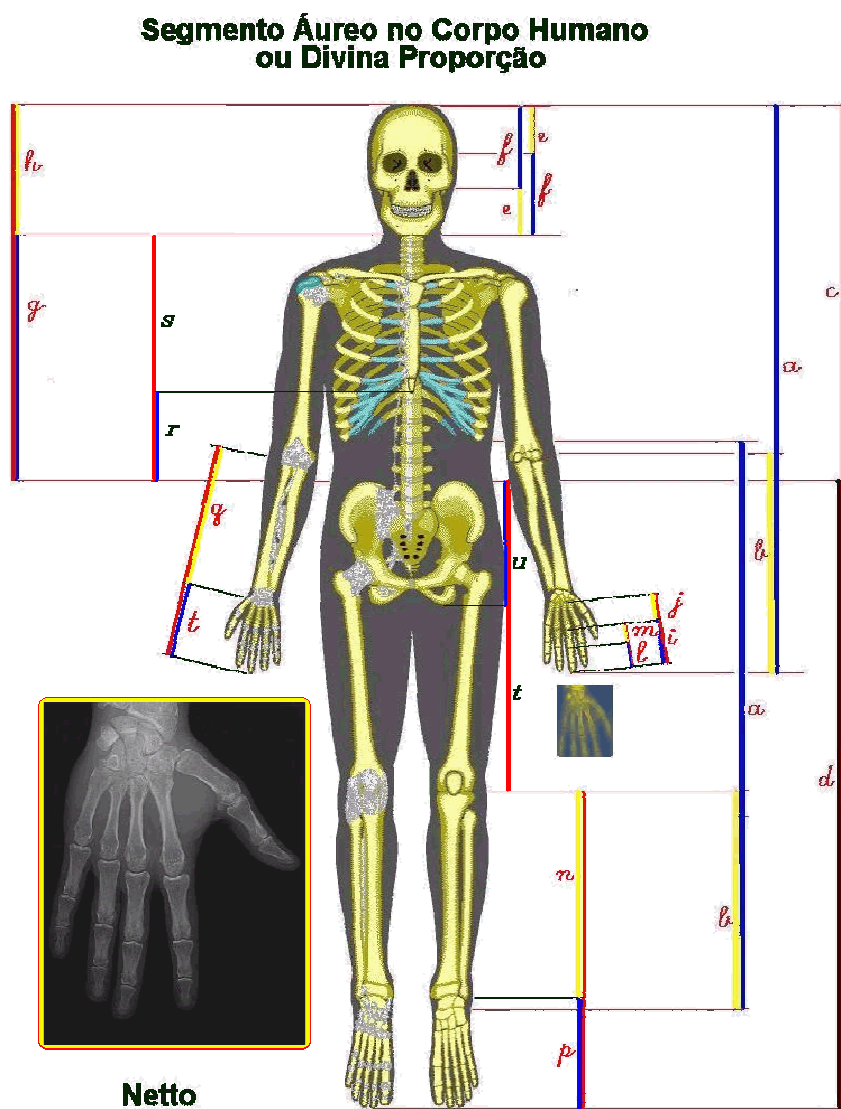


Fig.1 Fonte: Folhas, A face oculta da Arte: A Matemática

“Embora as medidas variem de pessoa para pessoa, a experiência tem nos mostrado que a razão ou coeficiente de proporcionalidade que determina a beleza é a mesma para a maioria das pessoas, em particular nos adultos,...” (Biembengut, 2005, p.87).

Uma forma de se quantificar matematicamente a beleza humana consiste em comparar as medidas de um corpo à razão áurea conforme podemos observar no desenho de Leonardo da Vinci. Possivelmente ele fez uso da Razão Áurea quando fez o desenho de “uma cabeça de ancião”, onde aparece um quadrado subdividido em retângulos, possivelmente, dentro das proporções áureas. O desenho foi feito a lápis por volta de 1490. (ver fig. 2)

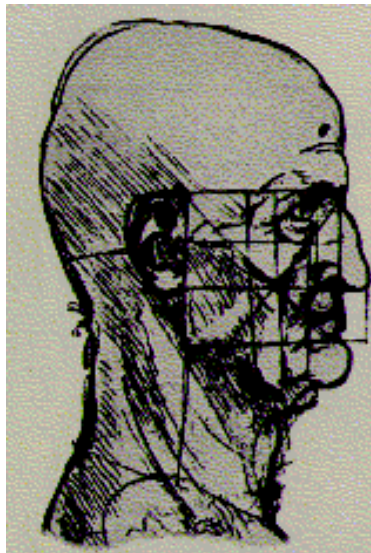


Fig. 2 “Cabeça de ancião” .  
Fonte: Folhas – números irracionais

Neste momento o professor deve fazer a pergunta aos alunos:

- Será que estamos dentro dos padrões áureos de beleza?
- Será que somos bonitos?

**Conteúdos:**

- Unidades de medir comprimento
- Razão e Proporção

**Objetivos:**

- Recordar o estudo sobre sistemas de unidades de comprimento
- Aplicar os conceitos sobre Razão e Proporção
- Saber utilizar os instrumentos de medir comprimento
- Verificar as proporções no corpo humano
- Calcular razões
- Observar que indivíduos que apresentam maior correlação numérica com a razão áurea, em geral são bem aceitos socialmente em função à beleza estética.
- Perceber que é possível trabalhar o conhecimento científico de forma agradável e prazerosa.

**Recursos:**

- Fita métrica ou trena
- Calculadora
- Lápis
- Caderno
- TV multimídia

**Tempo previsto:** 2 aulas/encontros

**Encaminhamentos:**

1. Apresentar, na TV multimídia, o desenho das figura 1 e 2, mostrando a proporcionalidade no corpo humano.
2. Organizar a turma em duplas.
3. Entregar para cada dupla fita métrica ou trena e uma calculadora.



4. Distribuir para cada aluno (a) uma folha contendo a tabela com as partes do corpo que os alunos devem medir.
5. Pedir para que tirem as medidas e anotem na tabela.
6. Pedir para que utilizem uma calculadora e verifiquem se estão dentro dos padrões áureos de beleza, calculando as razões entre as medidas. Anotar na tabela.

Modelo de tabela:

Medida A	m (A)	Medida B	m (B)	RAZÃO m(A)/m(B)
Altura total		Distância do umbigo até o chão		
Distância do umbigo até o chão		Distância do topo da cabeça até o umbigo		
Distância da coxa até o pé		Distância da coxa até o joelho		
Distância do ombro até a ponta do anelar		Distância do ombro até o cotovelo		
Distância do topo da cabeça até o queixo		Distância do topo da cabeça até a base do nariz		

### SUGESTÃO:

O professor pode propor para turma promover, juntamente com órgãos competentes do Colégio (Grêmio Estudantil, APMF, Orientação Educacional, Direção Auxiliar), um concurso com os alunos do ensino médio: Miss beleza áurea e Mister beleza áurea. Deixar a turma responsável pela verificação das proporções áureas.

Observação: Não é aconselhável realizar o concurso com alunos de ensino fundamental por estarem ainda em fase de crescimento.

### 3.5 Atividade 5: Razão áurea no pentágono regular

(...) a preocupação pitagórica com o pentagrama e o pentágono, combinada com o conhecimento geométrico que havia no meio do século V a.C., tornou plausível que os pitagóricos, e, em particular, talvez Hipaso de Metaponto, tenham descoberto a razão áurea e através dela a incomensurabilidade (Livio 2009, p. 49).

#### - Atividade feita pelo professor junto com os alunos

Nesta atividade, através da construção do pentagrama, é importante que seja verificado a relação áurea, confirmando a irracionalidade do número áureo.

#### Conteúdos:

- Pentágono regular
- Propriedades no pentágono regular
- Número de ouro

#### Objetivos:

- Construir um pentágono regular utilizando régua e compasso.
- Reconhecer, através das diagonais do pentágono, o pentagrama.
- Verificar que o ponto de intersecção entre duas diagonais do pentágono divide as mesmas em “média e extrema razão”.
- Utilizar os conceitos sobre Razão e Proporção para verificar a proporção áurea no pentágono regular.
- Identificar os triângulos isósceles formados através das diagonais e lados do pentágono e verificar a razão áurea existente entre as medidas do triângulo.

#### Recursos:

- Lápis
- Compasso
- Régua
- Folha com os procedimentos para construção do Pentágono regular (ver modelo no final da atividade).
- TV multimídia

**Tempo previsto:** 2 aulas/encontros

Como nas atividades 2 e 3 foi utilizado o desenho geométrico para determinar o segmento áureo e o retângulo áureo, para a obtenção do pentágono regular é interessante também fazer uso do mesmo método. Porém, o professor pode utilizar outros métodos, como por exemplo, utilizando régua e transferidor como sugere Biembengut & hein (2005) .

### **Encaminhamentos:**

1. Levar os alunos ao Laboratório de Matemática (se na sua escola tiver um).
2. Distribuir para cada aluno: compasso, régua e uma folha com os procedimentos para a construção do pentágono regular .
3. Pedir aos alunos (individualmente) para construir um pentágono regular seguindo os passos informados na folha.

O professor deverá acompanhar os alunos fazendo o desenho. Se caso estiverem com dificuldades, deve fazer o desenho no quadro ou mostrar utilizando a TV multimídia (ver apêndice 4).

### **- Atividade para os alunos**

4. Concluído o desenho reunir os alunos em equipes
5. Os alunos, de cada equipe, devem nomear os vértices do pentágono utilizando as letras A, B, C, D, E , em seguida destacar o pentágono preenchendo a região com outra cor.
6. Pedir para que desenhem uma diagonal do pentágono e verifiquem se é possível medir a diagonal do pentágono usando seu lado como unidade de medida.  
Neste momento o professor deve confirmar a incomensurabilidade entre as medidas do pentágono.
7. Pedir para que desenhem as outras diagonais, identificando o pentagrama.

8. Feito isso, pedir para que destaquem uma das diagonais e marquem o ponto de intersecção entre a diagonal destacada e outra diagonal.
9. Utilizando régua, pedir para cada equipe medir a diagonal, o lado do pentágono, as partes determinadas pelo ponto de intersecção e calcular as razões entre a diagonal e o lado, a diagonal e a parte maior em que a mesma ficou dividida, a parte maior e a parte menor.

O professor pode fazer as seguintes perguntas:

- *A que conclusão chegou cada equipe?*
- *O que acontece com a razão entre uma diagonal e o lado do pentágono?*
- *Você reconhece triângulos na figura? Qual a classificação destes triângulos?*
- *O que acontece no triângulo formado por duas diagonais e o lado do pentágono?*

Neste momento concluir que o triângulo isósceles cuja base é o segmento áureo em relação ao lado, também é considerado um polígono de ouro.

10. Feita a discussão o professor deve mostrar a propriedade da autopropagação pedindo para que os alunos prolonguem os lados do pentágono.

- *O que podemos observar?*

Resposta esperada: A medida que prolongamos os lados do pentágono formam-se outros pentágonos .

MODELO DOS PROCEDIMENTOS QUE SERÃO ENTREGUES AOS ALUNOS

ATIVIDADE 5

**Passos para a construção do pentágono regular utilizando régua e compasso.**

Nome:.....Nº..... Turma:..... Data:...../...../.....

A partir do lado  $AB$

1º - Comece com um segmento de reta  $AB$  que será o lado do pentágono:

2º - Com centro em  $A$ , faça uma circunferência de raio  $AB$ :

3º - Com centro em  $B$ , faça uma circunferência de raio  $BA$ . Marque os pontos de intersecção entre as duas circunferências como  $F$  e  $G$ :

4º - Com centro em  $G$ , faça uma terceira circunferência de raio  $GA$ . Note que o raio  $GA = GB = AB$ . Marque os pontos de intersecção com as outras duas circunferências como  $H$  e  $I$ :

5º - Pelos pontos  $F$  e  $G$  trace uma reta, marcando o ponto  $J$  na intersecção com a terceira circunferência (ponto superior). Essa reta será a mediatriz do lado  $AB$  do pentágono:

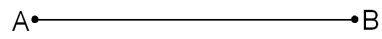
6º - Trace uma reta passando pelos pontos  $H$  e  $J$ , definindo o ponto  $C$  na intersecção com a segunda circunferência (ponto superior):

7º - Agora, trace uma reta passando pelos pontos  $I$  e  $J$ , definindo o ponto  $E$  na intersecção com a primeira circunferência (ponto superior):

8º - Com centro em  $E$  faça uma nova circunferência de raio  $AB = EA$ . Agora, faça outra circunferência com centro em  $C$  e raio  $AB = CB$ . O ponto de intersecção dessas duas circunferências com a mediatriz define o ponto  $D$ :

9º - Os pontos  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  e  $E$ , são os vértices do pentágono. Unindo estes pontos, formamos o pentágono regular:

Segmento AB que será o lado do pentágono na construção.



### 3.6 Atividade 6: O número de ouro e a Sequência de Fibonacci

Formulando um problema que , em princípio, nada tinha a ver com a Razão Áurea, Fibonacci expandiu o escopo da Razão Áurea e de suas aplicações.

#### Conteúdos:

- Sequência numérica
- Razão e Proporção
- O número de ouro

#### Objetivos:

- Identificar através da resolução do problema uma sequência numérica.
- Perceber a formação dessa sequência.
- Reconhecer a razão áurea nos números da sequência.

#### Recursos:

- Folha com problema (ver final da atividade)
- Lápis
- Borracha
- Calculadora

**Tempo previsto:** 2 aulas/encontros

#### Encaminhamentos:

1. Reunir os alunos em grupos de 3 alunos.
2. Entregar para cada grupo uma folha contendo o problema dos coelhos.
3. Pedir para que resolvam o problema.
4. Fazer a discussão da resolução apresentada pelos grupos.
5. Apresentar a resolução do problema de forma detalhada formando a sequência numérica (ver apêndice 5).

Neste momento o professor pode fazer as perguntas:

- *Você já percebeu como achar o próximo termo da sequência ou como ela se forma?*
- *Você seria capaz de escrever uma lei de formação para essa sequência?*
- *Como essa sequência se relaciona com a razão áurea?*

6. Pedir para cada aluno escrever a sequência até o 16º termo e calcular as razões dos termos sucessivos utilizando uma calculadora, anotar cada razão na folha até chegar á razão  $987/610=1,618033\dots$

Os alunos deverão perceber que a medida que avançamos na sequência de Fibonacci, a razão entre dois números sucessivos oscila em torno da Razão Áurea.

### **SUGESTÃO DE ATIVIDADES**

- 1- Como tarefa para casa , proponho o problema da escada que está no final desta atividade.

Obs: A resolução do problema está no apêndice 5.

- 2- Atividades interessantes aplicando números da sequência de Fibonacci como :

- Construção da Espiral Áurea a partir da justaposição de quadrados e
- Construção de Retângulos Áureos através da justaposição de quadrados, podem ser encontradas no Material Didático (MD) da professora Rosaina Maria Queiroz, PDE- 2007-UDEL, no site:

<http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pde/rosaina-atividades.pdf>

- 3- Os videos indicados abaixo também podem ser utilizados para mostrar aos alunos onde é encontrado este número tão intrigante.

Aula de matemática: Nº áureo, disponível em <http://www.youtube.com/watch?v=SUSyRUkFKHY&feature=related>

O número de ouro da tv cultura, disponível em <http://www.youtube.com/watch?v=G-0BokCJYpg>



## ATIVIDADE 6

Nome:.....Nº..... Turma:..... Data:...../...../.....

**Problema dos coelhos**

- 1- Um homem pôs um par de coelhos num lugar cercado por todos os lados por um muro. Quantos pares de coelhos podem ser gerados a partir deste par em um ano se, supostamente, todo mês cada par dá a luz um novo par, que é fértil a partir do segundo mês?

## Atividade proposta para casa

### Problema da escada

- 2- Uma criança está tentando subir uma escada. O número máximo de degraus que ela consegue subir de uma vez é dois, isto é, ela pode subir um ou dois degraus de cada vez. Se existem  $n$  degraus na escada, de quantas maneiras diferentes,  $C_n$ , ela pode subir?

### **3.7 Atividade7: A proporção áurea na arquitetura.**

“Um dos defensores mais vigorosos da aplicação da Razão Áurea na arte e na Arquitetura foi o famoso arquiteto e pintor suíço-francês Le Corbusier” (Livio 2005, p. 196). A busca de Le Corbusier por uma proporção padronizada culminou na introdução de um novo sistema proporcional chamado “Modulor”.

#### **Conteúdos:**

- Proporção áurea
- Número áureo

#### **Objetivos:**

- Conhecer a arquitetura de algumas construções na história.
- Perceber a matemática utilizada na arquitetura, em especial a proporção áurea.
- Estar conscientizado quanto a importância da conservação de obras patrimoniais por sua história e por sua beleza..
- Perceber que a Matemática possui aplicações práticas na vida das pessoas e que tais relações não são observadas pela maioria delas.
- Valorizar a arquitetura do colégio onde estudam.

#### **Recursos:**

- Internet
- Tv multimídia
- Máquina fotográfica
- Trena
- Calculadora

**Tempo previsto:** 2 aulas/encontros

**Encaminhamentos:**

1. Cada equipe deve apresentar sobre a obra arquitetônica pesquisada na atividade 1. Será dado ênfase para a pesquisa sobre o Colégio Estadual do Paraná e a Casa Estrela.
2. Após a apresentação fazer discussão sobre o padrão de beleza conhecido durante as atividades e verificado nas obras mais antigas.  
É o momento em que os alunos devem reconhecer a importância da preservação de obras patrimoniais por sua história e perceberem a beleza em sua construção.

Sugestão de pesquisa:

Propor aos alunos uma pesquisa sobre Le Corbusier e o “modulor” no site <http://www.fmu.br/pdf/p68a76.pdf>

3. Feito o reconhecimento do valor histórico e estético em algumas obras, é o momento de encaminhar os alunos a verificarem o padrão de beleza na arquitetura do colégio.

Para isso os alunos serão organizados em grupos e realizarão atividades como:

- Verificar sobre o tombamento do prédio do colégio.
- Verificar, comparando com a planta original, se após a reforma houve o respeito quanto a conservação da arquitetura, inclusive das janelas e portas.
- Através de medições, verificar as proporções nas janelas, portas, fachada, base dos prédios das duas alas, etc....

Para o fechamento das atividades os alunos irão até o campus da Pontifícia Universidade Católica –PUC em Curitiba para conhecer a arquitetura da Casa Estrela.

#### **4- AVALIAÇÃO**

Os alunos serão avaliados durante todo o processo. É muito importante o professor avaliar a participação, o interesse, as atitudes éticas de companheirismo e respeito nas atividades em equipes, a aplicação dos conhecimentos adquiridos e o envolvimento dos alunos em cada atividade. Além disso pode também formar um caderno com as atividades propostas onde os alunos terão oportunidade de refazer as atividades que não conseguiram realizar dentro do prazo estipulado.

## 5- PROPOSTA DE AVALIAÇÃO DO MATERIAL DIDÁTICO

Caro Professor!

A avaliação faz parte do processo ensino-aprendizagem e é uma ferramenta utilizada para que o professor possa refletir sobre sua prática educativa.

Na produção deste material procurei acompanhar as novas tendências em Educação Matemática. Faço um convite ao conhecimento e possível aplicação da tendência Modelagem Matemática, pois, como estratégia de ensino propicia ao estudante momentos de aprendizagem onde o envolvimento é tão grande que os conteúdos matemáticos vão surgindo naturalmente.

Acredito que não podemos avaliar se uma determinada metodologia é boa ou não se dela não fizermos uso. Sendo assim, produzi esse material e espero de alguma forma contribuir para melhorar o desempenho escolar em Matemática e reverter as idéias pré-construídas de que “matemática é difícil” e de que “matemática é para poucos”.

Desta maneira, gostaria que você, como orientador da aprendizagem, colocasse sua opinião sobre esse material para que com a ajuda dos colegas eu possa melhorá-lo e aperfeiçoá-lo. Precisamos inovar a prática de nosso trabalho de uma forma gradual para que os alunos não sejam prejudicados com possíveis falhas.

Agradecida;

Prof<sup>a</sup> Maria luiza Oliani

e-mail: marialuizaoliani@seed.pr.gov.br

## 6- REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. **O que pensam os professores sobre Modelagem Matemática?** Campinas: Zetetike, 1999. v.7, n.11, p.67-85.

BARBOSA, J. C. **Concepções e Experiências de Futuros Professores.** Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2001.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como?** Veritati, n.4, p.73-85, 2004.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino.** 3ª ed. São Paulo: Contexto, 2005.

BURAK, D. **Critérios Norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental e Secundário.** Zetetiké, 1994, v.2, n.2, p.47-70.

BURAK, D. **Modelagem Matemática e a Sala de Aula.** *In:* ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2004, Londrina. **Anais.** Londrina: UEL, 2004.

CARMINATI, N. L. **Modelagem Matemática: Uma Proposta de Ensino Possível na Escola Pública.** Secretaria de Estado da Educação - SEED-PR, 2007.

Disponível em:

<http://www.pde.pr.gov.br/modules/conteúdo/conteudo.phd?conteúdo=247> . Acesso em 22 de fevereiro de 2011.

DOTTO, Antonia Eloi de Melo. **O uso da Modelagem Matemática em sala de aula.** Secretaria de Estado da Educação - SEED-PR, 2008. Disponível em:

<http://www.pde.pr.gov.br/modules/conteúdo/conteudo.phd?conteúdo=247> . Acesso em 26 de abril de 2011.

D' AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação:** reflexões sobre educação e Matemática. Campinas: Summus, 1986.

FERRER, JOSEANE V. **O nº de ouro na arte, arquitetura e natureza: Beleza e Harmonia.** Trabalho de conclusão de curso, 2005. Disponível em

<http://www.matematica.ucb.br>. Acesso em 28 de setembro de 2010.

HERLING, Adré; YAJIMA, Eiji. **Desenho-Educação Artística- 8ª série.** São Paulo: IBEP

LIVIO, MARIO. **Razão áurea: a história de fi, um número surpreendente.** 4ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2009.

MARTINS, CLAUDETE; PERACOLI, LUCILENE. **A face oculta da arte: a Matemática.** Disponível em [http:// www.seed.pr.gov.br/portals/folhas](http://www.seed.pr.gov.br/portals/folhas) . Acesso em 19 de setembro de 2010.

MUCELIN, NEUSA I. S.; PERICO, LORITA; WINTER, DANUSA. **Números irracionais**. Disponível em [http:// www.seed.pr.gov.br/portals/folhas](http://www.seed.pr.gov.br/portals/folhas) . Acesso em 04 de novembro de 2010.

OSTROWER, FAYGA. **Universos da Arte: A sensibilidade do Intelecto**. Editora Campus, Rio de Janeiro, 11ª edição, 1998.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica - Matemática**. Curitiba: SEED, 2008.

QUEIROZ, Rosaina Maria. **Razão Áurea: A beleza de uma razão surpreendente**. Secretaria de Estado da Educação - SEED-PR, 2008. Disponível em: <http://www.pde.pr.gov.br/modules/conteúdo/conteudo.php?conteúdo=247>. Acesso em 06 de julho de 2011.

SMOLE, K.S.; DINIZ, M.I. **Matemática – volume 1- 1ª série- Ensino Médio**. 5ª ed. São Paulo: Saraiva, 2005.

TV CULTURA, **Arte e Matemática**, São Paulo: Tv Cultura, 2001. Disponível em <http://www.tvcultura.com.br/artematematica/home.html> . Acesso em 28 de maio de 2011

Sites consultados:

<http://obaricentrodamente.blogspot.com/2010/08/construcao-de-um-pentagono-regular-com.html> . Acesso em 20 de junho de 2011.

<http://www.youtube.com/watch?v=G-0BokCJYpg> . Acesso em 29 de maio de 2011



## 7- APÊNDICE

### APÊNDICE 1

**Uma das surpresas que a Matemática e a Razão Áurea proporcionam.**

Observe a expressão:  $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$

Você conhece este tipo de expressão?

É uma expressão que nunca termina . Ela é conhecida como fração contínua.

A questão é:

Como poderíamos computar o valor dessa expressão?

Uma das maneiras é começar denotando o valor por x.

Assim:

$$x = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

Como a fração contínua se estende indefinidamente, o denominador a direita da igualdade é de fato idêntico ao próprio x.

Portanto, temos a equação:

$$x = 1 + \frac{1}{x}$$

Multiplicando os dois lados da igualdade por x, teremos:

$x \cdot x = x \left(1 + \frac{1}{x}\right) \rightarrow x^2 = \left(\frac{x+1}{x}\right) \cdot x \rightarrow x^2 = x+1 \rightarrow x^2 - x - 1 = 0$  ( que é a equação que define a Razão Áurea).

Resolvendo a equação encontra-se as raízes:  $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  e

$x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$  (desconsidera-se por ser um número negativo).

Então a fração continua  $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$  é igual a razão  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  que corresponde a razão áurea.

Logo,  $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,61803\dots$

Como a fração contínua correspondente à razão Áurea é composta somente de uns, ela converge muito lentamente. A razão Áurea é, neste sentido, mais difícil de expressar como uma fração do que qualquer outro número irracional. Sendo assim, o número áureo 1,61803398874...é o “mais irracional” dos irracionais.

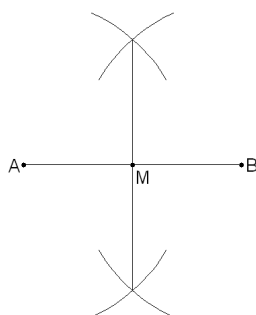
## APÊNDICE 2

### Construção do segmento áureo dado um segmento AB

Os passos para a construção do Segmento Áureo AE foram retirados do livro de desenho dos autores André Herling e Eiji Yajima.

1º - Determinar o ponto médio de  $\overline{AB}$ :

— Centro em A e B, respectivamente, com a abertura do compasso maior que a metade de  $\overline{AB}$  traçam-se dois arcos que se cruzam (acima e abaixo de  $\overline{AB}$ ). Marcar os pontos dos cruzamentos e uni-los, obtendo assim a mediatriz do segmento AB. — A intersecção da mediatriz com o segmento AB é o ponto M, ponto médio de  $\overline{AB}$ .



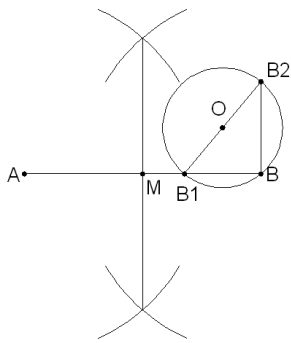
2º - Por B, traçar uma perpendicular:

— Centro em B, abertura qualquer do compasso, traça-se um arco B1. Onde o arco cortar o segmento AB marcar 1 — Centro em 1 mesma abertura do compasso marca 2 no arco B1 — Centro em 2, mesma abertura do compasso determina-se 3 no arco B1 — Centro em 3, mesma abertura do compasso, determina-se 4 — Unindo-se B com 4 obtém-se a perpendicular.

Também pode ser utilizado o procedimento a seguir:

— De um ponto  $\bullet$  qualquer fora do segmento AB traça-se um circunferência de raio OB de modo que corte  $\overline{AB}$ , definindo B<sub>1</sub> no segmento. — Une-se B<sub>1</sub> com  $\bullet$  cujo prolongamento determina o ponto B<sub>2</sub> na circunferência. — Unido B<sub>2</sub> com B obtém-se a perpendicular.

Como no desenho a seguir:



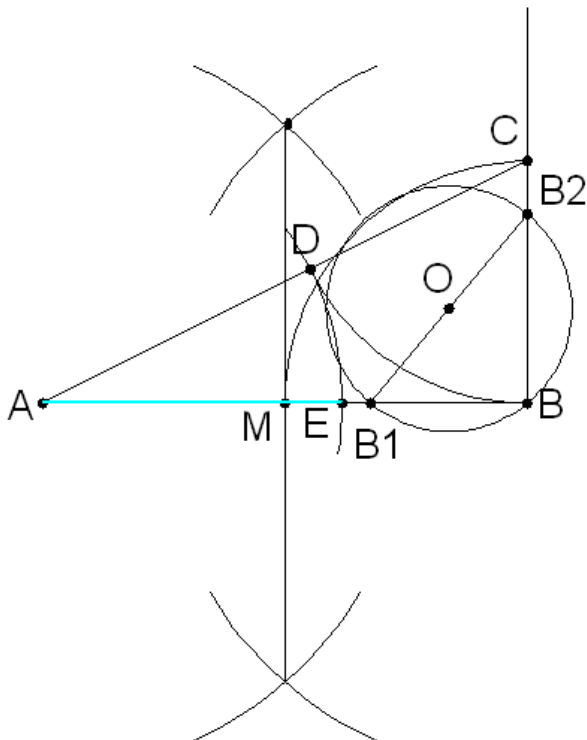
3º - Centro em B, raio  $\overline{BM}$ , traça-se um arco na perpendicular, marcando o ponto C.

4º - Une-se A com C.

5º - Centro em C, raio  $\overline{CB}$ , traça-se um arco até  $\overline{AC}$ , marcando o ponto D.

6º - Centro em A, raio  $\overline{AD}$ , traça-se um arco até  $\overline{AB}$  marcando o ponto E que divide o segmento AB em duas partes,  $\overline{AE}$  e  $\overline{EB}$ .

7º -  $\overline{AE}$  é a Secção Áurea do segmento AB, ( conforme o desenho).



### APÊNDICE 3

#### Conhecendo o número de ouro

Considere o segmento AB, dividido em média e extrema razão, de medida x. Ao segmento áureo AE chamaremos de a, assim o segmento EB será x-a.

Escrevendo a proporção, teremos:

$\frac{x}{a} = \frac{a}{x-a}$ , a propriedade fundamental das proporções garante que:

$x(x-a) = a^2$ , aplicando a propriedade distributiva teremos:  $x^2 - ax = a^2$

$\rightarrow x^2 - ax - a^2 = 0$ , que é uma equação quadrática que será resolvida usando a fórmula:

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ , onde: **a** é o coeficiente de  $x^2$

**b** é o coeficiente de x

**c** é o termo independente de x

Assim,

$$x = \frac{-(-a) \pm \sqrt{(-a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-a^2)}}{2 \cdot 1} \rightarrow x = \frac{a \pm \sqrt{a^2 + 4a^2}}{2} \rightarrow x = \frac{a \pm \sqrt{5a^2}}{2}$$

$$\rightarrow x = \frac{a \pm a\sqrt{5}}{2} \rightarrow x = a \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Ficando como raízes  $x' = a \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  e

$x'' = a \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$  (desconsidera-se por ser um número negativo).

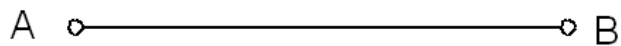
Logo,  $\frac{x}{a} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  é conhecida como razão áurea e  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618039\dots$  é o número áureo, considerado o “mais irracional dos irracionais”.

## APÊNDICE 4

### Construção geométrica de Pentágono regular utilizando régua e compasso.

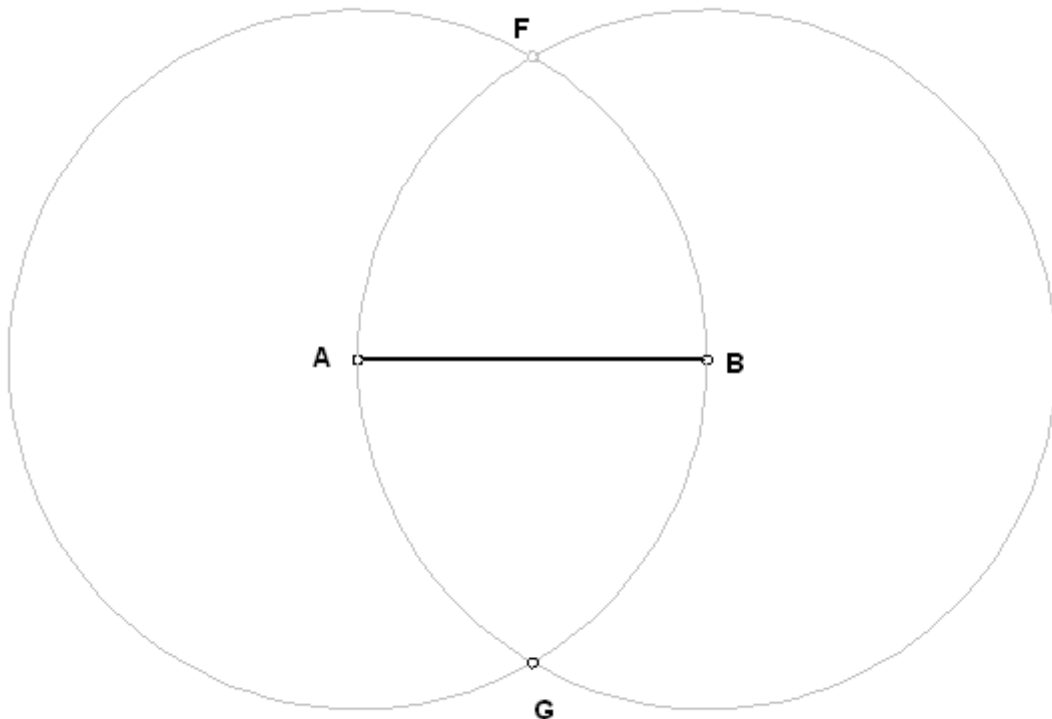
A partir do lado  $AB$

1º - Comece com um segmento de reta  $AB$  que será o lado do pentágono:

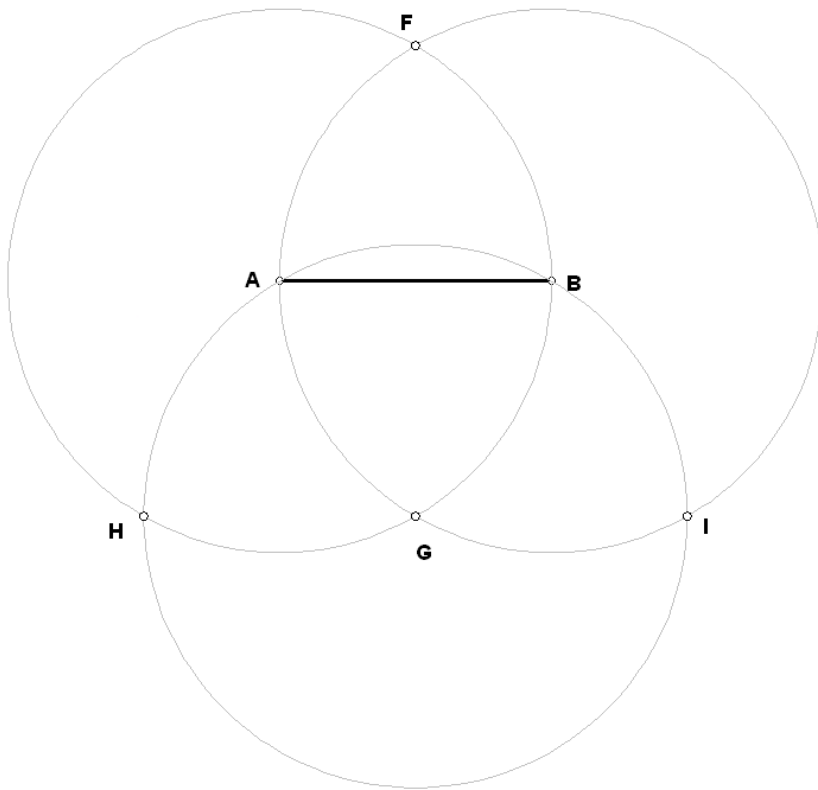


2º - Com centro em  $A$ , faça uma circunferência de raio  $AB$  e com centro em  $B$ , faça outra circunferência de raio  $BA$ .

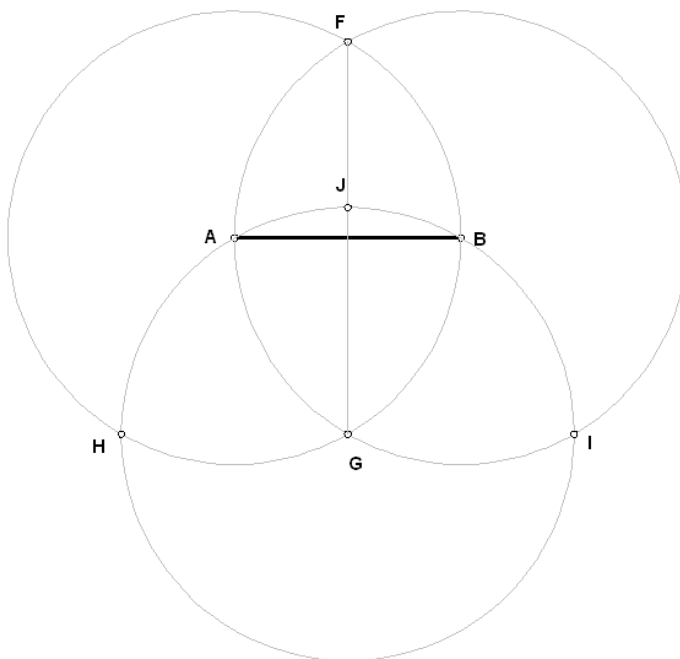
3º - Marque os pontos de intersecção entre as duas circunferências como  $F$  e  $G$ :



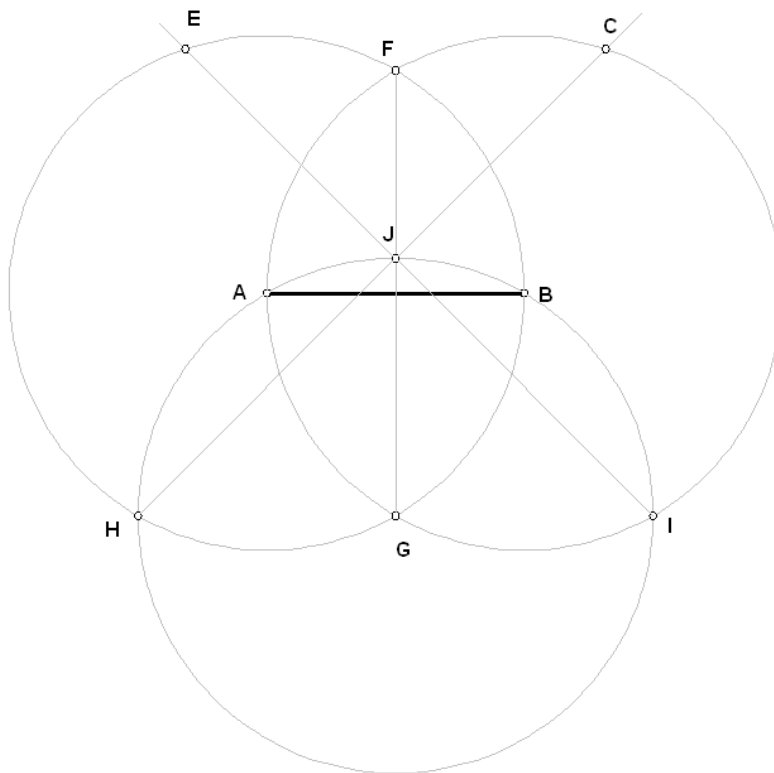
4º - Com centro em  $G$ , faça uma terceira circunferência de raio  $GA$ . Note que o raio  $GA = GB = AB$ . Marque os pontos de intersecção com as outras duas circunferências como  $H$  e  $I$ :



5º - Pelos pontos *F* e *G* trace uma reta, marcando o ponto *J* na intersecção com a terceira circunferência. Essa reta será a mediatriz do lado *AB* do pentágono:

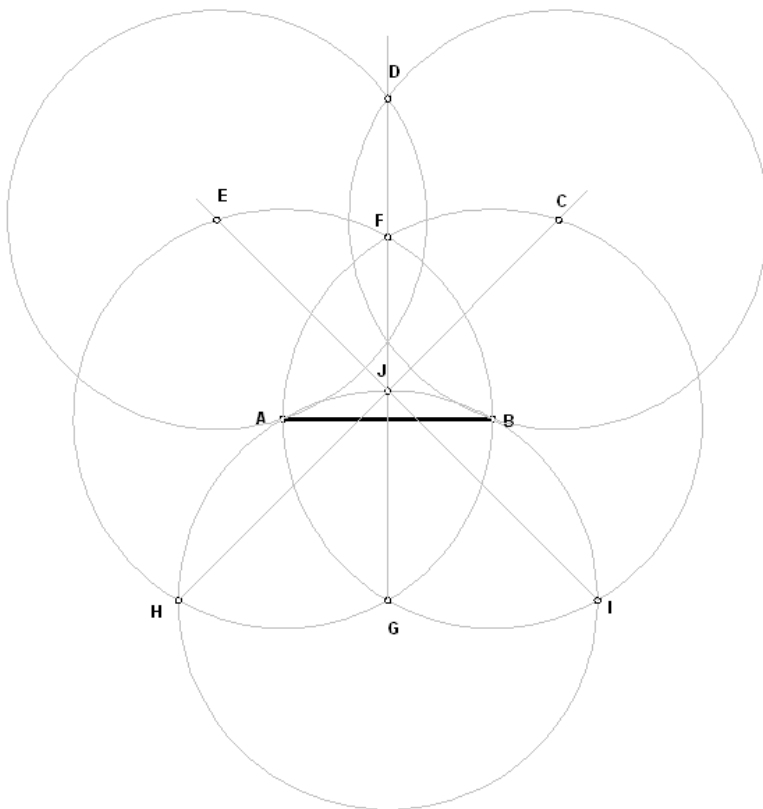


6º - Trace uma reta passando pelos pontos  $H$  e  $J$ , definindo o ponto  $C$  na intersecção com a segunda circunferência e também trace uma reta passando pelos pontos  $I$  e  $J$ , definindo o ponto  $E$  na intersecção com a primeira circunferência:

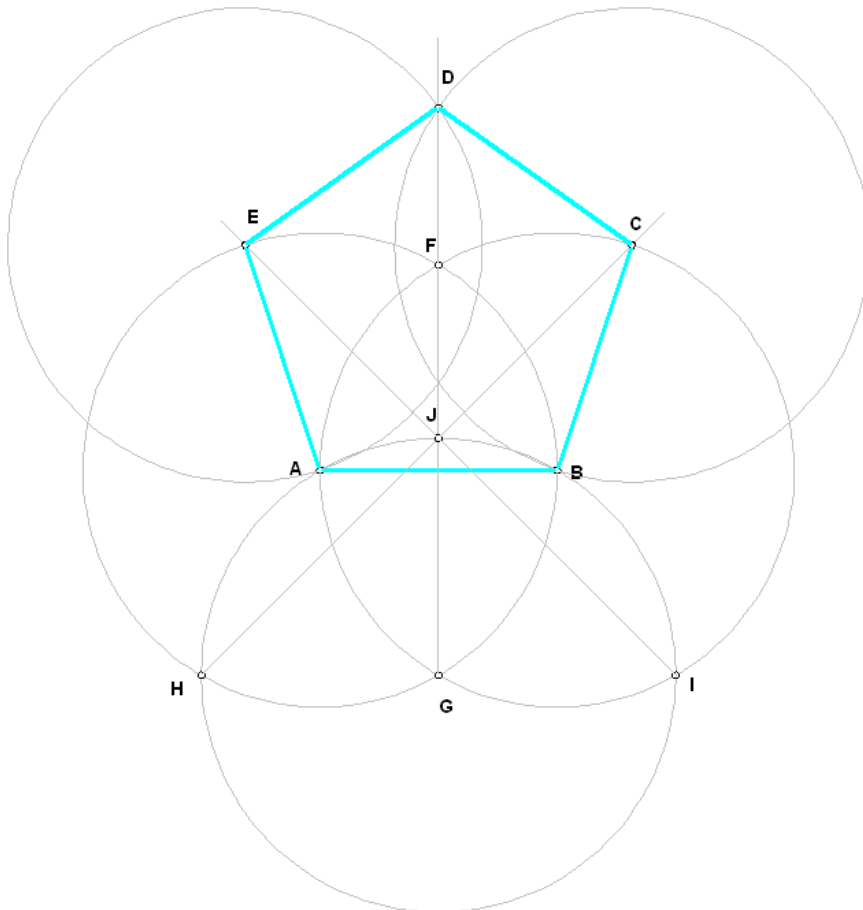




7º - Com centro em  $E$  faça uma nova circunferência de raio  $AB = EA$ . Agora, faça outra circunferência com centro em  $C$  e raio  $AB = CB$ . O ponto de intersecção dessas duas circunferências com a mediatriz define o ponto  $D$ :



8º - Os pontos *A*, *B*, *C*, *D* e *E*, são os vértices do pentágono. Unindo estes pontos, formamos o pentágono regular:



## APÊNDICE 5

### **Resolução dos problemas envolvendo a sequência de Fibonacci.**

Os problemas a seguir são do capítulo XII do livro Liber Abaci (livro do ábaco), publicado em 1202 e foram retirados do livro de Mario Livio, p. 116 e 118.

- 1- Um homem pôs um par de coelhos num lugar cercado por todos os lados por um muro. Quantos pares de coelhos podem ser gerados a partir deste par em um ano se, supostamente, todo mês cada par dá a luz um novo par, que é fértil a partir do segundo mês?

### **Resolução retirada do livro A historia do fhi, um número surpreendente de Mario Livio, p. 117.**

Começamos com um par.

Após o 1º mês, o primeiro par dá a luz outro par, ficando deste modo com dois pares.

Após o 2º mês, o par maduro dá à luz a outro par jovem, enquanto o par jovem amadurece, ficando três pares.

Após o terceiro mês, cada um dos dois pares maduros dá à luz outro par, e o par de filhotes amadurece, ficando cinco pares.

Após o 4º mês, cada um dos três pares maduros dá à luz um par, e os dois pares de filhotes crescem, ficando com oito pares.

Após cinco meses, temos um par de filhotes de cada um dos cinco pares de adultos, mais três pares amadurecendo, ficando com treze pares.

Neste ponto entende-se como proceder para encontrar o total de pares nos sucessivos meses: o número de pares adultos para o próximo mês será o número de pares adultos do mês anterior mais o número de pares jovens que amadureceram. Num total de 13 pares adultos mais oito pares que nasceram dos pares adultos.

Assim o nº de pares adultos segue a sequência 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,...O número de pares jovens segue a mesma sequência com a diferença de um mês, a saber: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,....



- 2- Uma criança está tentando subir uma escada. O número máximo de degraus que ela consegue subir de uma vez é dois, isto é, ela pode subir um ou dois degraus de cada vez. Se existem  $n$  degraus na escada, de quantas maneiras diferentes,  $C_n$ , ela pode subir?

### Resolução

Se existe um degrau ( $n=1$ ), obviamente só há um jeito de subir a escada:  $C_1=1$

Se existem dois degraus, a criança pode subir dois degraus de uma vez ou subir um de cada. Assim há duas maneiras:  $C_2=2$

Se há três degraus, existem três maneiras de subir:  $1+1+1$  ou  $1+2$  ou  $2+1 \rightarrow C_3=3$

Se existem quatro degraus, existem cinco maneiras de subir:  $1+1+1+1$  ou  $1+1+2$  ou  $1+2+1$  ou  $2+1+1$  ou  $2+2 \rightarrow C_4=5$

Para cinco degraus há oito possibilidades:  $1+1+1+1+1$  ;  $1+1+1+2$  ;  $1+1+2+1$  ;  $1+2+1+1$  ;  $2+1+1+1$  ;  $1+2+2$  ;  $2+1+2$  ;  $2+2+1 \rightarrow C_5=8$

E assim por diante...

Ficando para  $n$  degraus  $\rightarrow C_n=C_{n-1}+C_{n-2}$

# O USO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA MOSTRAR A MATEMÁTICA DA NATUREZA NA ARQUITETURA

**Autora: Maria Luiza Oliani<sup>1</sup>**

**Orientador: André Steklain Lisboa<sup>2</sup>**

## RESUMO

O presente trabalho relata atividades desenvolvidas sobre a Proporção Áurea utilizando a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. A implementação do material didático foi realizada com alunos da 1ª série do Ensino Médio. As atividades foram desenvolvidas com o auxílio de instrumentos como régua e compasso, com o objetivo de resgatar conceitos do Desenho Geométrico. Ateve-se, principalmente, em explorar esta proporção no corpo humano e mostrá-la na Arquitetura. As contribuições dos professores que participaram do Grupo de Trabalho em Rede (GTR), que faz parte do Programa de Desenvolvimento Educacional do Estado do Paraná, também serão relatadas.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Proporção. Arquitetura. Desenho Geométrico.

## ABSTRACT

The following work reports developed activities about the Aurea Proportion using the Math Modeling like its learning and education strategy. The didactic material implementation was held with 1st Grade of High School students. The activities were held with some instruments, like rulers and measure, help, in order to rescue Geometric Draw concepts. This work main aim was to explore this kind of proportion in the human body and show it in the Architectures. The contribution of the teachers who took part of GTR (Web Work Group), that composes the State of Paraná Educational Development Program, will be related too.

**Key words:** Math Modeling. Proportion. Architecture. Geometric Draw.

1 Especialização em Metodologia do Ensino de 1<sup>o</sup> e 2<sup>o</sup> Graus, licenciatura plena em Matemática pela UFPR, professora regente no colégio Estadual do Paraná.

2 Doutor em Matemática Aplicada, bacharel em Matemática Pura, Universidade Tecnológica Federal do Paraná

## 1 INTRODUÇÃO

Estudos feitos em Educação Matemática por educadores preocupados com os problemas encontrados no ensino da Matemática, principalmente no que diz respeito às tendências em educação Matemática, mostram que a matemática ensinada em sala de aula e a forma como vem sendo aplicada não acompanham a evolução social e tecnológica e não correspondem às demandas atuais da sociedade. A utilização de diferentes metodologias faz com que o estudante crie estratégias de resolução adquirindo os conceitos da matemática naturalmente conforme vai descobrindo caminho para se chegar ao resultado de um problema.

A Modelagem Matemática como metodologia de ensino aprendizagem, vem se destacando, pois propicia ao estudante momentos de descobertas, indo além da resolução de um problema matemático artificial. Tendo como objetivo, interpretar e compreender os mais diversos fenômenos do nosso cotidiano é utilizada como estratégia de ensino que tenta traduzir situações reais para uma linguagem matemática, num cenário de aprendizagem diferenciado do tradicional, construindo novos pensamentos e contribuindo para desenvolver a criatividade através da própria experiência.

Segundo D'Ambrósio (1986, p.11): “Modelagem é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução de um problema artificial”.

Nessa concepção a Modelagem Matemática surge a partir de problemas e de aspectos da realidade vivida pelos participantes do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, para se chegar à construção de um modelo, que segundo Biembengut & Hein (2005) pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.

Modelo, seguindo o que diz o Dicionário da língua portuguesa quer dizer “imagem que se quer reproduzir” ou “o que serve de exemplo ou norma”, dá ideia de representação de alguma coisa (uma maquete), um padrão ou ideal a ser alcançado (uma pessoa), ou um tipo particular dentro de uma série. Assim sendo, a arte em

modelar é considerada uma prática antiga, pois, o homem sempre recorreu aos modelos, tanto para comunicar-se com seus semelhantes como para preparar uma ação. Situações do mundo real que apresentam problemas e que necessitam da matemática requerem uma formulação matemática detalhada. Nessa perspectiva, segundo Biembengut & Hein (2005) um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real, denomina-se “modelo matemático”.

Para começar trabalhar com a modelagem no ensino, Barbosa (1999), cita algumas considerações: os modelos devem ser simples, de curta duração; considerar o espaço de tempo, vendo o que é possível realizar; considerar o conhecimento do aluno e do professor; analisar o interesse e a motivação do aluno. O professor, para trabalhar a modelagem matemática, deve ser criativo, motivador, ter grande desejo de modificar sua prática, ser pesquisador, pois o aluno, utilizando este método, tem a liberdade de formular questões e utilizar a matemática para tentar respondê-las. Uma vantagem de se usar a modelagem é que o método permite um maior envolvimento com os conteúdos já adquiridos levando o estudante a adquirir uma relação de confiança com o professor contribuindo para a recuperação do prazer em aprender matemática. O grande desafio em se trabalhar com modelagem é o de encontrar formas alternativas no sentido de compatibilizar os conteúdos previstos para determinada série. Alguns conteúdos podem não aparecer naquele determinado tema. Para Burak (1994), uma alternativa é trabalhar uma parte da carga horária com o tema escolhido e, o professor usar o tempo restante para tratar dos conteúdos não contemplados no tema desenvolvido.

Burak (1994) considera que a escolha do tema deve ser, preferencialmente, do aluno, pois o vínculo professor-aluno se consolida no decorrer das atividades. Se o tema for único deve ser decidido em conjunto com a classe. Porém, como essa estratégia leva o professor a trabalhar numa abordagem diferente da tradicional, Biembengut & Hein (2005), consideram que se o professor não se sentir preparado o mesmo pode propor um tema pertinente aos conteúdos que deseja desenvolver em sala de aula.

Através da pesquisa de alguns estudiosos em Modelagem Matemática percebe-se que muitas são as justificativas para se aplicar modelagem em sala de aula onde algumas se destacam: socialização do saber matemático;



desenvolvimento da pesquisa e observação; levantamento de dados e interpretação das soluções; reflexões, discussões e críticas; conhecimento tecnológico e validação.

A Modelagem Matemática tem como pressuposto que o ensino e a aprendizagem da matemática podem ser potencializados ao se problematizarem situações do cotidiano. A ligação da matemática escolar com a vida cotidiana do aluno é importante no processo de escolarização, pois dá sentido ao conteúdo estudado, facilitando a aprendizagem, tornando-a assim significativa. Deste modo a escola deixa de ser algo fora da sua realidade social e começa a fazer parte do seu cotidiano.

Diante do que propõe a modelagem e as justificativas dos que a defendem como estratégia de ensino, foi utilizada a proposta sobre “modelos para ensinar matemática” apresentada por Biembengut & Hein (2005) que permitem utilizá-los na íntegra ou adaptá-los para algum curso ou turma em especial.

A intervenção ocorreu em turmas do primeiro ano do ensino médio, na tentativa de resgatar o interesse e a motivação dos alunos que em muitos casos não percebem a necessidade imediata do que se estuda em matemática.

O trabalho descreve sobre conhecimento e o uso de um modelo matemático: a razão áurea, para mostrar a matemática da natureza na arquitetura, tendo como pretensão fazer com que o estudante identifique este elemento da matemática em obras arquitetônicas, conhecendo o seu valor histórico, através da pesquisa, e reconhecendo a importância em sua conservação.

## **2 METODOLOGIA EMPREGADA**

No preparo do material didático a grande preocupação foi em mostrar a proporção áurea, por construção, usando conceitos do desenho geométrico, utilizando régua e compasso. Pois, enquetes informais têm mostrado que os alunos ao conhecerem as construções euclidianas e as resoluções de problemas geométricos e algébricos com o uso de régua e compasso, têm outra visão dessas matérias e afirmam que o desenho geométrico contribuiu muito para que tivessem uma visão mais aberta e um melhor entendimento dos conteúdos (Varhidy, p.31). A

preocupação com a falta dessa disciplina nas escolas se confirma com o que José Carlos Putnoki (2001, p. 13) escreve:

Já faz um bom tempo que o Desenho Geométrico foi banido das escolas de 1º e 2º graus. Coincidentemente, de lá para cá, as geometrias, cada vez mais, vem se tornando o grande terror da Matemática, tanto para alunos como para professores. Com certeza não se trata apenas de uma coincidência, mas sim, em parte, de uma consequência.

Sabe-se que adquirindo o conhecimento que permite compreender a linguagem gráfica e comunicar-se com ela é hoje, essencial. Confirmando-se com Lemos em seu TCC: “O desenho geométrico irá proporcionar essa capacidade e promover o entendimento de outros conhecimentos, em todos os campos da atividade humana”. Não há dúvidas que essa disciplina também ajudará a desenvolver o raciocínio lógico, o pensamento divergente, a organização e a criatividade.

A implementação do trabalho foi feita com uma turma de alunos da primeira série do ensino médio. Optou-se por essa série pelo conhecimento de conceitos matemáticos já adquiridos em séries anteriores como: razão, proporção, resolução de equação quadrática e também como introduções para o conteúdo sequências numéricas através da sequência de Fibonacci.

No início, foi apresentada aos alunos a metodologia a ser utilizada, explicando que a Modelagem Matemática propicia ao estudante momentos de descobertas, indo além da resolução de um problema matemático. Alguns modelos matemáticos foram apresentados, tais como: os números reais como modelo para as medidas; a função linear como modelo dos problemas de proporcionalidade; a função quadrática como modelo do movimento uniformemente variado; a função exponencial como modelo dos juros compostos, da desintegração radioativa, do aumento do número de bactérias em uma cultura, etc. Também foi explicado que para se chegar ao modelo proposto, alguns conhecimentos seriam necessários, tais como: números irracionais e conceitos básicos de Desenho Geométrico.

Na sequência foi apresentado o tema e alguns questionamentos para dar início ao trabalho, como por exemplo: Você já visitou um prédio de patrimônio público? Observou a harmonia nas formas da arquitetura? Qual a figura geométrica

mais utilizada? Em que os arquitetos se baseiam para fazer o desenho de uma construção?

Durante a discussão alguns alunos descobriram que iriam trabalhar com proporção em específico com a proporção áurea. Os alunos demonstraram, a partir daí, grande interesse.

Seguindo o que propõe Biembengut & Hein (2005) que sugerem, para chegar ao modelo, convidar os alunos a “verificarem se são bonitos”, foram colocados aos alunos alguns questionamentos: Será que a beleza física de uma pessoa pode ser avaliada através de uma fórmula matemática? Será que as proporções em nosso corpo são harmônicas? Como a Matemática pode resolver esta questão? Em seguida foi apresentada a sequência das atividades: conhecimento do número áureo; conhecimento do retângulo áureo; harmonia nas proporções humanas; a razão áurea no pentágono regular; o número áureo e a sequência de Fibonacci; a proporção áurea na arquitetura. As atividades propostas foram desenvolvidas no Laboratório de Matemática, onde os alunos tiveram oportunidade em estar num ambiente diferente da sala de aula tradicional, facilitando, em alguns momentos, a execução das atividades.

Para o conhecimento do número áureo, que para Lívio (2009, p. 103) é o número “mais irracional” dos irracionais, pois, é mais difícil de expressar como uma fração que qualquer outro irracional, buscou-se deixar claro sobre a irracionalidade de números através da explicação da raiz quadrada de dois, considerando a diagonal de um quadrado de lado a unidade. Os alunos construíram um quadrado e verificaram se o lado pode ser usado para medir a diagonal, perceberam que não tem como ter certeza de quanto a mais que o lado mede a diagonal de um quadrado. Foi usado o teorema de Pitágoras para se chegar à medida da diagonal do quadrado que depende da medida do seu lado. Chegando ao resultado  $d=\sqrt{2}$  que com o uso de uma calculadora os alunos perceberam a infinidade de casas decimais. Utilizando conceitos já conhecidos eles verificaram que o número não tem uma fração que o gerou, sendo não racional. Pitágoras – séc. IV a. C. – já havia se deparado com números cuja parte decimal é infinita e não periódica. Para ele tais números não correspondiam à realidade do Universo e se lhe apresentavam totalmente sem sentido e contrários à razão. Os pitagóricos basicamente acreditavam que a existência de tais números era tão horrível que devia (a

existência) representar algum tipo de erro cósmico, algo que deveria ser suprimido e guardado em segredo (LÍVIO, 2009, p. 15).

Com o objetivo em mostrar que é possível demonstrar algumas afirmações na matemática, foi feita a demonstração por absurdo, seguindo os apontamentos do livro da Kátia S. Smole e Maria L. Diniz, do número raiz quadrada de dois ser irracional. Apesar da resistência, os alunos ficaram satisfeitos com a demonstração.

Para se chegar ao número áureo foi primeiramente dividido um segmento em média e extrema razão utilizando conhecimentos do DG. Para isso, foi fornecida aos alunos uma folha com o desenho de um segmento e os procedimentos (baseado no livro de desenho- Educação Artística de Herling e Yajima) para que eles construam o segmento áureo. Como a maioria dos alunos da turma não conheciam construção através do desenho geométrico, tiveram dificuldades em seguir os passos. Porém, alguns alunos conseguiram encontrar o segmento áureo, conforme mostrado na Figura 1.

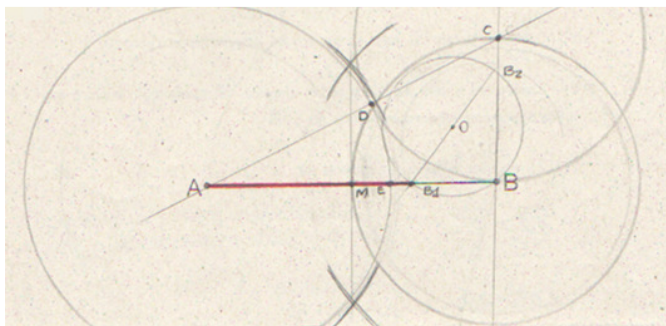


Figura 1 - Construção do segmento áureo  
Fonte: autora, 2011

Conceitos elementares do desenho geométrico eram desconhecidos pela maioria dos alunos desta turma. Também houve resistência por parte de alguns alunos quanto à utilização dos instrumentos (régua e compasso), por não saberem manuseá-los. Assim o tempo previsto para o cumprimento das primeiras atividades, teve que ser dobrado.

Tendo determinado o segmento áureo, os alunos chegaram ao número áureo utilizando conhecimentos de razão e proporção. No início tiveram dificuldades. Houve a necessidade de intervenção do professor para se chegar à proporção. Alguns alunos tiveram dificuldades para encontrar, através da equação do segundo

grau, o número áureo. Porém, depois da retomada de alguns conceitos básicos, determinaram o número procurado.

A modelagem permite a utilização de conceitos já aprendidos da matemática e também permite ao professor explicar novos conceitos ou até mostrar a veracidade em algumas afirmações.

Nas construções do retângulo áureo através do segmento áureo e através do quadrado, os alunos desenvolveram a atividade com mais segurança. A atividade foi realizada mais rápida e ainda despertou a curiosidade quando descobriram os sucessivos quadrados formados, nos respectivos retângulos também áureos (a atividade envolvendo quadrados rodopiantes estava prevista após o conhecimento da sequência de Fibonacci, na construção da espiral áurea). Os alunos tentaram encontrar os quadrados, conforme observado no desenho feito por um dos alunos do projeto, mostrado na Figura 2.

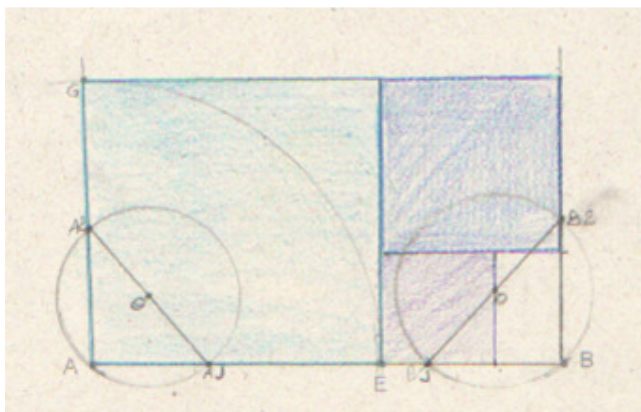


Figura 2 - Construção do retângulo áureo  
Fonte: autora, 2011

No final da atividade os alunos mediram o comprimento e a largura de alguns objetos com a forma retangular, tais como: carteira de identidade, cartão de crédito, carteirinha de estudante, capa de livros e cadernos, forma de janelas, cartão telefônico, monitores de alguns computadores e calcularam a razão entre estas dimensões. Muitas delas se aproximaram do número Phi. A que mais se aproximou foi a do cartão de crédito. Com esta atividade percebeu-se que de todos os retângulos, o áureo é o mais agradável à vista.

Na atividade proposta “harmonia no corpo humano” foi verificada se houve a compreensão sobre a proporção áurea. Primeiramente a atividade foi livre. Em seguida foram apresentadas, através da imagem de um corpo adulto, as partes em

que eles deveriam verificar a proporção. Os alunos fizeram o comparativo e completaram a atividade. O envolvimento na atividade foi grande e no final foi concluído que a maioria dos alunos estão dentro dos padrões áureos de beleza, confirmando com que (Biembengut&Hein, 2005, p. 87) escrevem: “Embora as medidas variem de pessoa para pessoa, a experiência tem nos mostrado que a razão ou coeficiente de proporcionalidade que determina a beleza é a mesma para a maioria das pessoas, em particular nos adultos,...”. Conclui-se que, o corpo humano está organizado obedecendo às leis da natureza e explicado por leis matemáticas da proporcionalidade.



Figura 3 - Verificação da proporção no corpo humano.  
Fonte: autora, 2011.



Figura 4 - Verificação da proporção no corpo humano.  
Fonte: autora, 2011.

O momento da construção do pentágono regular através de conceitos do Desenho Geométrico foi o mais produtivo. Houve envolvimento de todos e percebeu-se que não tiveram dificuldades em seguir os passos fornecidos, pois já estavam familiarizados com as construções. Perceberam que através das diagonais do pentágono determina-se o pentagrama. Para verificar a existência da proporção áurea no pentagrama foi pedido para que destacassem uma das diagonais e marcassem o ponto de intersecção com outra diagonal, a partir daí eles fizeram a verificação utilizando uma régua.

A ênfase nesta atividade foi confirmar a incomensurabilidade, isto é, os alunos verificaram que não dá para ter certeza de quantas vezes o lado do pentágono cabe na diagonal do mesmo e concluíram que a razão entre tais medidas resulta no número phi que é irracional. Isto é confirmado por alguns historiadores da matemática que afirmavam que a preocupação pitagórica com o pentagrama e o pentágono, combinada com o conhecimento geométrico que havia no meio do

século V a.C., tornou plausível que os pitagóricos, e, em particular, talvez Hipaso de Metaponto, tenham descoberto a razão áurea e através dela a incomensurabilidade (Livio 2009, p. 49).

Os alunos ficaram fascinados pela construção do pentágono e verificaram que nele há muitas razões áureas. Entenderam melhor o fato de o pentagrama ser utilizado como símbolo pelos pitagóricos. Descobriram também que o triângulo isósceles, formado por duas diagonais do pentágono e um de seus lados, é áureo. A propriedade da autopropagação também foi verificada pelos alunos através do prolongamento dos lados do pentágono, como pode ser observada em um dos desenhos da atividade realizada pelos alunos.

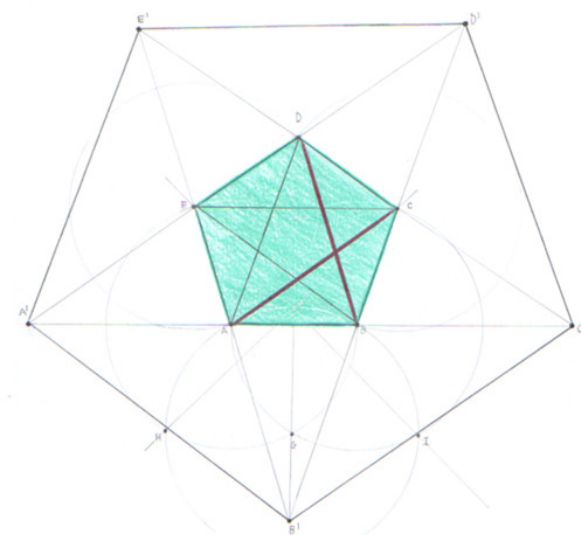


Figura 5 - Construção do pentágono regular  
Fonte: autora, 2011

Para o conhecimento da sequência de Fibonacci, foi proposto o problema dos coelhos que, em princípio, nada tinha a ver com a Razão Áurea. Porém, Fibonacci a partir daí, expandiu o escopo desta razão e de suas aplicações. Houve envolvimento pela maioria dos alunos. Percebeu-se, através das discussões feitas por eles, que a dificuldade estava na interpretação dos dados do problema. Foram poucos aqueles que conseguiram chegar ao resultado. Para a formação da sequência houve a necessidade da intervenção da professora que através do esquema fez o início e deixou que todos terminassem o raciocínio. Em seguida foram propostos alguns questionamentos:- Você já percebeu como achar o próximo



termo da sequência ou como ela se forma? – Você seria capaz de escrever uma lei de formação para essa sequência? Qual é essa lei?

Diante dos questionamentos percebeu-se que, despertando a curiosidade, houve um grande interesse por parte dos alunos em aprender conceitos que seriam explorados no conteúdo sequências numéricas que seria iniciado após esta atividade.

Para verificação da razão áurea na sequência de Fibonacci, os alunos escreveram a sequência até o 16º termo e, utilizando uma calculadora, calcularam as razões entre os termos sucessivos. Concluíram que quanto mais distantes os números estão na sequência, mais a razão entre eles se aproxima do número de ouro.

Como na atividade sobre a construção do retângulo áureo, os alunos tentaram desenhar a espiral logarítmica e encontrar o “olho de Deus”, após o conhecimento da sequência de Fibonacci, foi proposta uma atividade na qual deveriam desenhar a espiral áurea construindo o retângulo áureo, utilizando para as medidas números da sequência de Fibonacci. Conforme o desenho de um aluno na Figura 6.

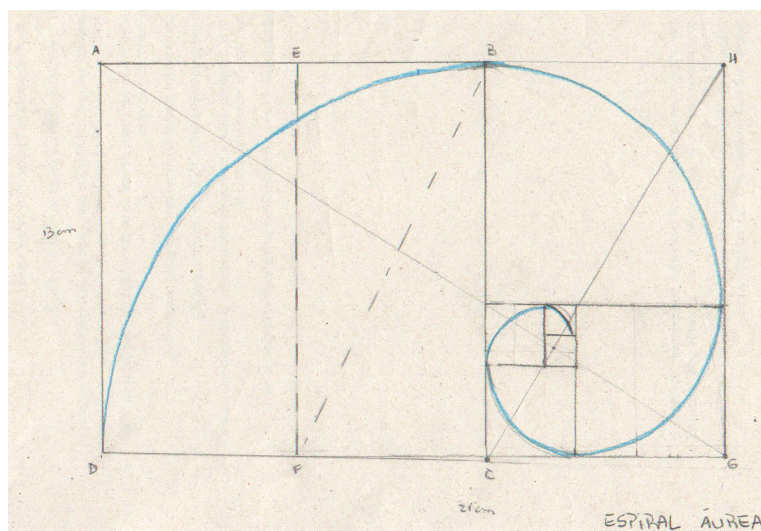


Figura 6 - Construção da espiral áurea  
Fonte: autora, 2011

O envolvimento dos alunos foi grande, pois perceberam que para desenhar a espiral era preciso que as medidas fossem exatas e a utilização da régua e do compasso era essencial. Muitos alunos desenharam o retângulo sem seguir os



passos fornecidos. Perceberam que tinham que girar a folha sempre para o mesmo lado para seguir a construção da espiral. Esse momento foi muito marcante, devido à expressão de admiração de alguns alunos ao ver o desenho dos outros colegas. Perceberam que a série de retângulos continuamente decrescentes converge para um ponto inalcançável que devido às propriedades divinas atribuídas à Razão Áurea foi chamada de “O Olho de Deus” (Livio 2009, p.104). Assim, socializando, todos realizaram a atividade com entusiasmo.

Para cumprir o objetivo do projeto que é mostrar a matemática da natureza na arquitetura, os alunos realizaram uma pesquisa sobre algumas obras arquitetônicas tais como: o Parthenon grego, O Arco do Triunfo (Roma), O Coliseu (Roma), Catedral de Notre Dame de Chartres na França, Pirâmides do Egito, Residência Projetada por Le Corbusier (sede da ONU em Nova York) e Casa de Estrela em Curitiba. Tiveram destaque os trabalhos apresentados sobre a Catedral de Notre Dame e a Casa de Estrela, pois as equipes representaram, através de desenho e/ou maquete, tais obras.



Figura 7 - Foto da maquete da Casa Estrela  
Fonte: autora, 2011



Figura 8 - Desenho da Catedral de Notre Dame  
Fonte: autora, 2011

Para finalizar a implementação os alunos visitaram a Casa de Estrela, arquitetura em madeira, feita de encaixes artesanais em forma de estrela de cinco pontas. Construída em meados de 1930, foi doada à PUCPR em 2008 e hoje, restaurada, está montada no Campus do Prado velho, em Curitiba. Verificaram a harmonia em sua construção e ficaram admirados com a construção e a restauração da sua arquitetura. Segundo a professora Nancy Valente, mestre em Educação e uma das responsáveis pela restauração da casa, não houve a preocupação pelo seu criador, Augusto Gonçalves de Castro, com a proporção áurea. Verifica-se a proporção pela utilização do pentágono e conseqüentemente do pentagrama, em sua construção. Onde pode ser observada nas fotos das Figuras 9 e 10.

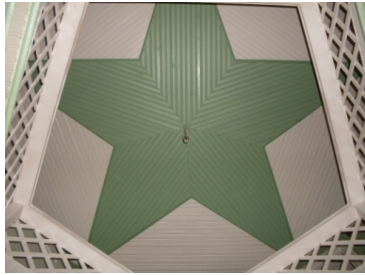


Figura 9 - Foto da parte interna central da casa estrela  
Fonte: autora, 2011



Figura 10 - Foto da parte interna central da casa estrela  
Fonte: autora, 2011

### 3 IMPRESSÕES DE OUTROS PROFESSORES

Concomitante ao período de desenvolvimento do Projeto de Intervenção Pedagógica, ainda acontecia o Grupo de Trabalho em Rede (GTR), que são atividades do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE), que estabelece um intercâmbio virtual entre Educadores PDE e os demais Educadores da Rede Pública Estadual. As atividades desenvolvidas no GTR permitiram a interação bem como a disseminação de informações entre os participantes do curso. Através dele questionou-se sobre a Modelagem Matemática como metodologia de ensino. Segundo o professor R: “O atual estágio da educação matemática peca pela formalização do conteúdo, desligando-o da sua origem histórica e de sua aplicação prática. A modelagem vem de encontro ao anseio dos profissionais no sentido de instigar e desafiar a mente do estudante com situações que o fazem pensar, indagar e investigar. Tudo passa a ter um sentido imediato e um fim palpável para o aluno e esse é um ingrediente importante, pois não irá gerar a frustração ocasionada, por exemplo, pelo decorar algo sem ver sua utilização na vida real. Como estratégia de ensino-aprendizagem a modelagem se propõe a fazer do aluno um ser pensante capaz de avaliar, analisar e intuir uma solução para as situações-problema apresentadas. Para isso ele deve ser criativo, procurar compreender as características da situação-problema e buscar ferramentas na matemática e em outras ciências para chegar a uma solução plausível. Além disso, o aluno deve enxergar a matemática como parte da sociedade e da cultura, não dissociada do cotidiano, capaz de dar-lhe condições para transformá-la. Neste processo o professor deve, em especial, servir como mediador do conhecimento e dirigir o

processo, efetuando correções de rumo, indicando caminhos e discutindo as ideias levantadas pelos alunos. Além disso, ele deve estar preparado para explicitar os conteúdos matemáticos que vão surgindo naturalmente no decorrer dos estudos. Professores e alunos participantes desse processo se sentem mais gratificados e motivados e isto é uma mola impulsadora capaz de revolucionar o ensino da Matemática". Outra educadora integrante do grupo escreve: "Achei muito interessante o tema escolhido, pois as diretrizes Curriculares propõem que o ensino da matemática seja fundamentado nas tendências metodológicas e a Modelagem Matemática é uma tendência que surge e que pode ser utilizada para atrair a atenção dos alunos, e contribuir para que o professor e alunos vivenciem diferentes formas de ensinar e aprender". Mais uma educadora comenta: "É isso que está faltando em nossas aulas de Matemática: investigação, indagação, questionamentos. Como disse Paulo Freire: "o que o professor deveria ensinar seria, antes de tudo, ensinar a perguntar". E a Modelagem Matemática nos proporciona exatamente isso, levar os alunos a questionar, a investigar, a resolver situações cotidianas usando a Matemática".

No percurso do GTR, os educadores interagiram com debates, discussões e relatos de algumas experiências. Como o da professora O.S.V: Trabalhei com um Projeto semelhante a este tema, na rede particular de ensino, com alunos do 7º ano. Trabalhamos o projeto com três disciplinas: Matemática, Filosofia e Arte e pudemos desta forma, explorar dentro de cada disciplina, sobre Leonardo da Vinci. Na disciplina de Matemática, exploramos a "Divina Proporção", muito utilizada nas obras de Leonardo da Vinci. Os alunos ficaram bastante curiosos, principalmente com o "número de ouro" que aparece em muitas formas da natureza, até mesmo em nossos corpos, nos levando a crer que existe sim a "mão de Deus" em cada um de nós. Através deste projeto percebi que vários conteúdos da Matemática podem ser aprofundados e pesquisados pelos alunos, se lhes causarem curiosidade. Cabe a nós professores, instigar esta curiosidade, promovê-la e orientar nossos alunos a serem pesquisadores. A professora A.D também tem experiência com a modelagem matemática. Desenvolveu um projeto muito interessante: Construção de um refeitório no colégio onde lecionava e diz: "novas ideias são sempre bem vindas, pois os nossos alunos são mais questionadores a cada ano que passa e, apenas falar que é importante estudar matemática, não está atraindo muito a atenção deles.

Mas, no momento em que nós professores demonstramos a aplicabilidade dos conteúdos matemáticos em situações reais, a atenção deles é garantida, pois tive a oportunidade de presenciar essa realidade quando implementei o meu projeto do PDE: o Uso da Modelagem Matemática em Sala de Aula”. Já a professora B.S. utilizou o método na construção de pipas e relata: “... apliquei uma atividade onde os alunos construíram em sala de aula uma pipa. Durante a confecção os alunos utilizaram compasso, régua, transferidor e precisaram de vários conceitos matemáticos, sendo assim pude trabalhar conteúdos relacionados com segmento de reta, área das figuras, perímetro, aresta, diagonal. Os alunos foram bem participativos e muito entusiasmados, fizeram a planificação e utilizaram alguns conceitos da disciplina de Física, pois precisaram encontrar o ponto de equilíbrio das pipas, para que elas pudessem voar”. Outra professora utilizou a atividade sobre a construção do retângulo de ouro utilizando a software livre GEOGEBRA e relata: “Os alunos tiveram bastante dificuldade em resolver a atividade proposta, por não conhecerem o programa. Ao final da aula, todos conseguiram construir a figura pedida e encontrar o número de ouro”.

As atividades sobre o conhecimento do número áureo também foram aplicadas nas turmas do nono ano na disciplina de desenho geométrico. Utilizando o método modelagem houve maior interesse por parte dos alunos e também por parte do professor. No final os alunos viram aplicação para o que estava sendo mostrado. A proposta de trabalho “será que somos bonitos” despertou a curiosidade nos alunos em usar o desenho geométrico para fazer tal verificação. Como os alunos já sabiam os conceitos básicos do desenho geométrico, não encontraram dificuldades em construir o segmento áureo, seguindo os passos fornecidos na atividade. Os alunos ficaram curiosos depois de fazer a construção do segmento em saber como a matemática resolveria a situação. Para a demonstração do número de ouro, os alunos tiveram dificuldades em utilizar a fórmula de resolução da equação quadrática, principalmente por não dar raiz exata. Neste momento o professor participou com as explicações, foi o mediador. Para concluir a atividade, foi apresentada uma figura de um corpo humano com indicações de relações interessantes, em que os alunos verificaram tais relações nos seus corpos e concluíram que, em termos de anatomia, o homem é perfeito.

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, a Modelagem Matemática foi abordada como uma metodologia alternativa para o ensino e aprendizagem de Matemática. Para a maioria das pessoas e por várias razões, a matemática é considerada difícil e se torna desinteressante se for ensinada apenas para memorizar resultados. A aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada com o domínio de um saber fazer matemática e de um saber pensar matemático. Para que isto se efetive, qualquer proposta para melhorar o ensino da matemática será sempre recebida com satisfação. A modelagem Matemática é um recurso metodológico que promove a ampliação da autonomia dos educandos, pois faz com que seja possível, atuar, investigar, discutir e motivar. Ela desenvolve habilidades de exploração e compreensão da Matemática no mundo e prepara para utilizá-la em várias áreas do conhecimento. Ajuda a organizar hipóteses e procedimentos para formar um ser humano crítico e atuante na sociedade.

Assim sendo, este projeto foi uma tentativa de contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem em Matemática. Percebeu-se, através das atividades, que o aluno passa a ser um agente ativo no processo da construção do saber e que o professor passa a respeitar o conhecimento da matemática que o aluno adquire fora da sala de aula.

Os educandos ao desenvolverem a pesquisa sobre a proporção áurea na arquitetura aprimoraram seus conhecimentos e verificaram que supostamente esta proporção foi utilizada e que os arquitetos de cada época se baseiam em noções predominantes de padrões estéticos e que a razão áurea é tida como modelo matemático que exprime beleza e harmonia nas formas.

A utilização de conceitos do desenho geométrico aliado à modelagem mostra que o conteúdo geométrico explorado foi aprendido com significado e que através de situações reais o aluno passou a entender melhor os conceitos presentes, pois é no processo de busca e descoberta que se encontra o verdadeiro aprendizado.

## 5 REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. **O que pensam os professores sobre Modelagem Matemática?** Campinas: Zetetike, 1999. v.7, n.11, p.67-85.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. 3ª ed. São Paulo: Contexto, 2005.

BURAK, D. **Critérios Norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental e Secundário**. Zetetiké, 1994, v.2, n.2, p.47-70.

D' AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e Matemática**. Campinas: Summus, 1986.

LEMES, C. O. **Importância do Desenho Geométrico**. Disponível em [www.ucb.br/sites/100/103/TCC/12005/cleziolemesdeoliveira](http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/12005/cleziolemesdeoliveira). Acesso em: 04 mar. 2011.

LIVIO, MARIO. **Razão áurea: a história de fi, um número surpreendente**. 4ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2009.

PUTNOKI, J. C. **Que se devolvam a Euclides a régua e o compasso**. Revista do professor de Matemática, SBM/USP, são Paulo, 2001.

SMOLE, K.S. DINIZ, M.I. **Matemática – volume 1- 1ª série- Ensino Médio**. 5ª ed. São Paulo: Saraiva 2005.

VARHIDY, CHARLES GEORGE. **Desenho Geométrico: Uma ponte entre a álgebra e a geometria**. Dissertação, UFOP, Ouro Preto/MG, 2010. Disponível em [WWW.ppgedmat.ufop.br/arquivos/DissCharlesGeorgesVarhidy.PDF](http://WWW.ppgedmat.ufop.br/arquivos/DissCharlesGeorgesVarhidy.PDF). Acesso em: 04 mar. 2011.