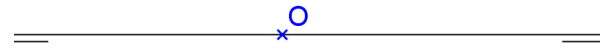
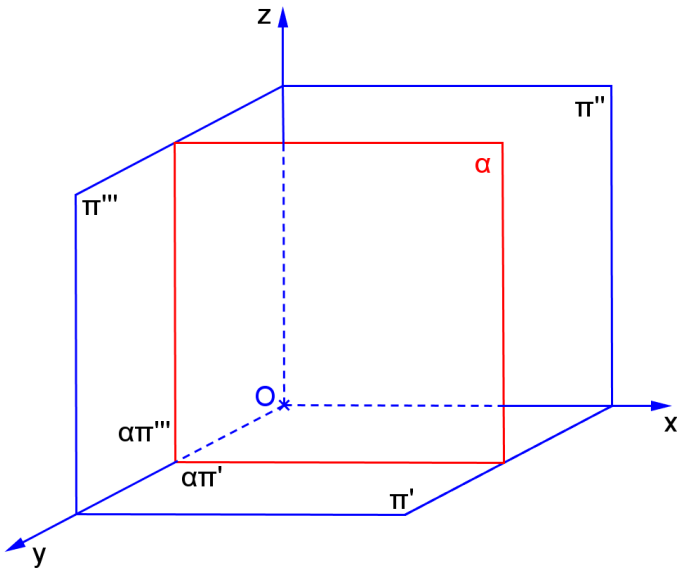


**4.2. PLANO FRONTAL**

a) Característica espacial: \_\_\_\_\_

b) Épura: \_\_\_\_\_



c) Traços: \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

d) É plano projetante? \_\_\_\_\_

e) Tem alguma projeção em VG? \_\_\_\_\_

f) Retas contidas no plano: \_\_\_\_\_

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: \_\_\_\_\_

h) Ângulos:

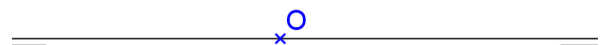
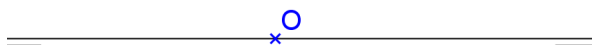
com  $\pi'$  \_\_\_\_\_

com  $\pi''$  \_\_\_\_\_

com  $\pi'''$  \_\_\_\_\_

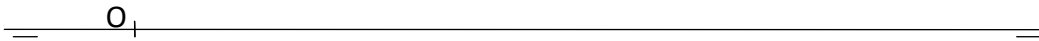
i) Traço de reta no plano: \_\_\_\_\_

j) Reta perpendicular ao plano: \_\_\_\_\_

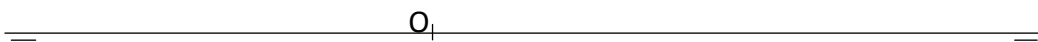
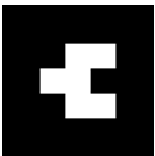


**Exercícios**

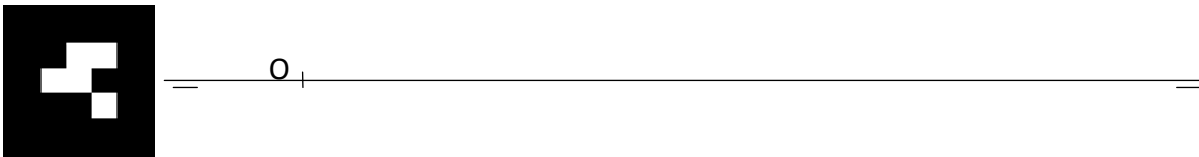
1. Representar um hexágono regular ABCDE contido num plano frontal  $\alpha$  sendo dados o centro  $O(40,10,45)$  da circunferência circunscrita ao polígono e o seu raio  $r = 40$ , sabendo que um de seus lados forma ângulo de  $30^\circ$  com  $\pi'$ .



2. Representar uma pirâmide dupla, de altura  $h=20$ , com seção equatorial hexagonal em um plano frontal, dados os vértices do hexágono  $A(10,30,20)$ ,  $B(-10,30,00)$ .



3. Representar uma pirâmide hexagonal regular V-ABCDEF, com base sobre um plano frontal, e altura  $h=50$ , dados  $A(10,00,30)$ ,  $B(30,?,10)$ .



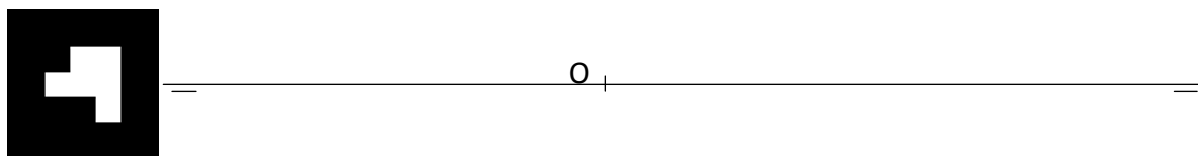
4. Representar um prisma arquimediano de base pentagonal ABCDE contida em um plano frontal, dados 2 vértices consecutivos  $A(20,10,00)$  e  $B(50,?,20)$ .



5. Representar um tetraedro regular ABCD com uma face contida em um plano frontal, dados  $A(10,10,20)$  e  $B(50,?,60)$ .



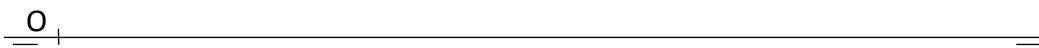
6. Representar um cilindro circular reto com a base de centro O apoiada num plano frontal, dados:  $O(-10,10,30)$ ,  $r=30$ ,  $h=40$ .



7. Representar um cilindro circular oblíquo com as bases apoiadas em planos frontais, dados os centros das bases  $O(-20,10,20)$  e  $P(50,40,40)$ , e  $r=20$ .



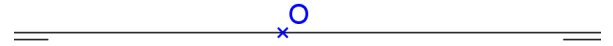
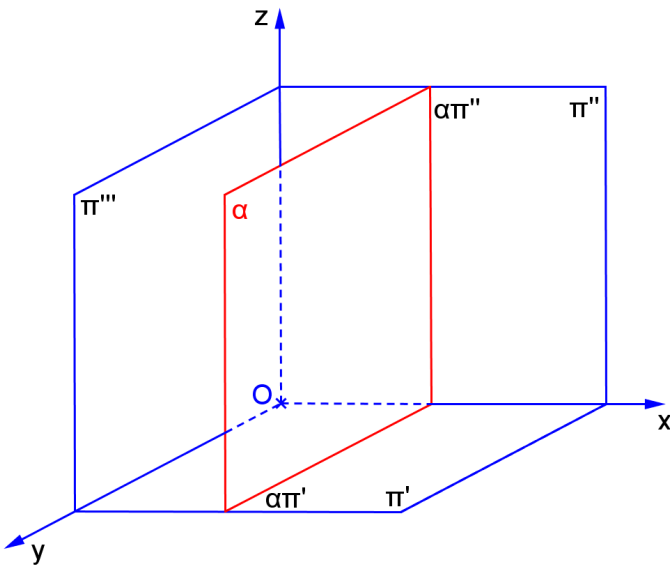
8. Representar um cone circular oblíquo com a base apoiada em um plano frontal, dados o centro da base  $O(20,00,30)$  o vértice  $V(70,60,60)$ , e  $r=20$ .



**4.3. PLANO DE PERFIL**

a) Característica espacial: \_\_\_\_\_

b) Épura: \_\_\_\_\_



c) Traços: \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

d) É plano projetante? \_\_\_\_\_

e) Tem alguma projeção em VG? \_\_\_\_\_

f) Retas contidas no plano: \_\_\_\_\_

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: \_\_\_\_\_

h) Ângulos:

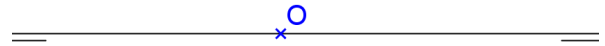
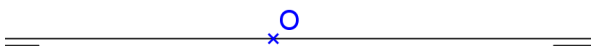
com  $\pi'$  \_\_\_\_\_

com  $\pi''$  \_\_\_\_\_

com  $\pi'''$  \_\_\_\_\_

i) Traço de reta no plano: \_\_\_\_\_

j) Reta perpendicular ao plano: \_\_\_\_\_

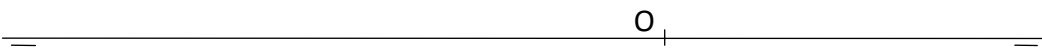
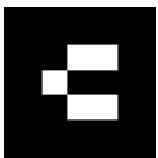


**Exercícios**

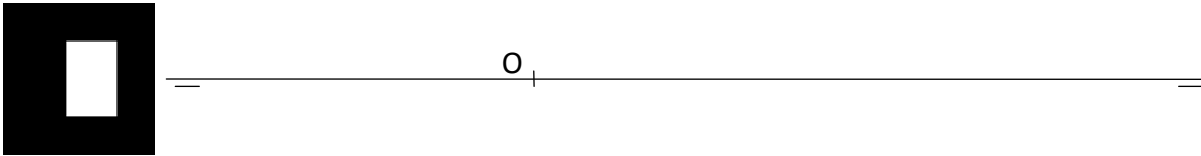
1. Representar um triângulo equilátero ABC contido em um plano  $\alpha$  de perfil, dados  $A(30,20,10)$  e  $B(?,35,50)$ .



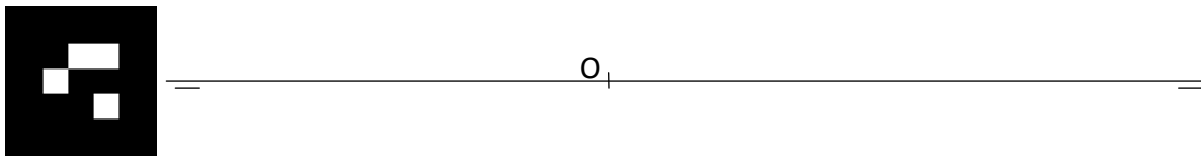
2. Representar uma pirâmide dupla, com altura  $h=40$ , base quadrada, dados os vértices da seção equatorial  $A(30,10,20)$  e  $B(30,20,40)$ .



3. Representar um prisma quadrangular regular ABCD-EFGH com as bases contidas em planos de perfil, dados  $A(50,20,40)$  e  $B(? ,10,20)$ , e  $h=40$ .



4. Representar uma pirâmide hexagonal regular V-ABCDEF com a base em um plano de perfil, dados  $A(10,00,30)$ ,  $B(? ,20,10)$  e altura  $h=50$ .

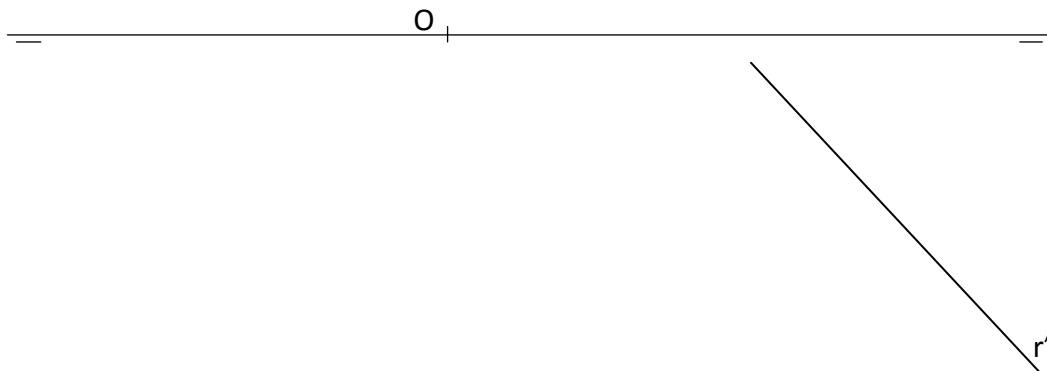
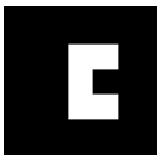




5. Representar as projeções da pirâmide oblíqua de base hexagonal contida em um plano de perfil, dados os vértices da base A e B e o vértice principal V:  $A(70,30,20)$ ,  $B(70,10,25)$ ,  $V(-10,45,05)$ . Representar a seção plana nesta pirâmide por um plano horizontal de cota 15.



6. Representar as projeções do prisma oblíquo de base quadrada contida em um plano de perfil, dados os vértices da base A e B e a reta r paralela às arestas laterais do prisma:  $A(10,15,20)$ ,  $B(10,30,40)$  e  $h=40$ . Representar a seção plana no prisma por um plano frontal de afastamento 25.



7. Representar as projeções do cilindro circular oblíquo com as bases contidas em planos de perfil, dados os centros das bases P e Q e o raio 11. Representar as projeções da seção plana neste cilindro feita pelo plano horizontal de cota 20: P(25,25,45), Q(70,35,00)



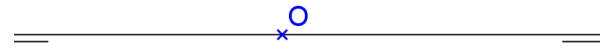
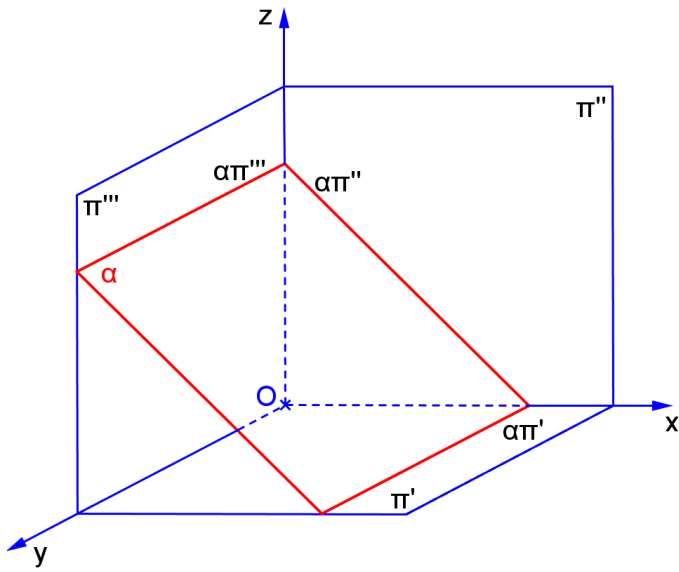
8. Representar as projeções de uma esfera de raio 20, sabendo-se que os segmentos AB e CD representam as projeções da seção plana da esfera por um plano de perfil: A(50,20,40), B(50,20,20), C(50,10,30), D(50,30,30). Representar as projeções da seção plana nesta esfera com um plano horizontal de cota 45.



**4.4. PLANO DE TOPO**

a) Característica espacial: \_\_\_\_\_

b) Épura: \_\_\_\_\_



c) Traços: \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

d) É plano projetante? \_\_\_\_\_

e) Tem alguma projeção em VG? \_\_\_\_\_

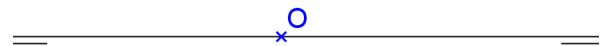
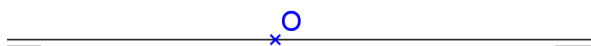
f) Retas contidas no plano: \_\_\_\_\_

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: \_\_\_\_\_

h) Ângulos:  
 com  $\pi'$  \_\_\_\_\_  
 com  $\pi''$  \_\_\_\_\_  
 com  $\pi'''$  \_\_\_\_\_

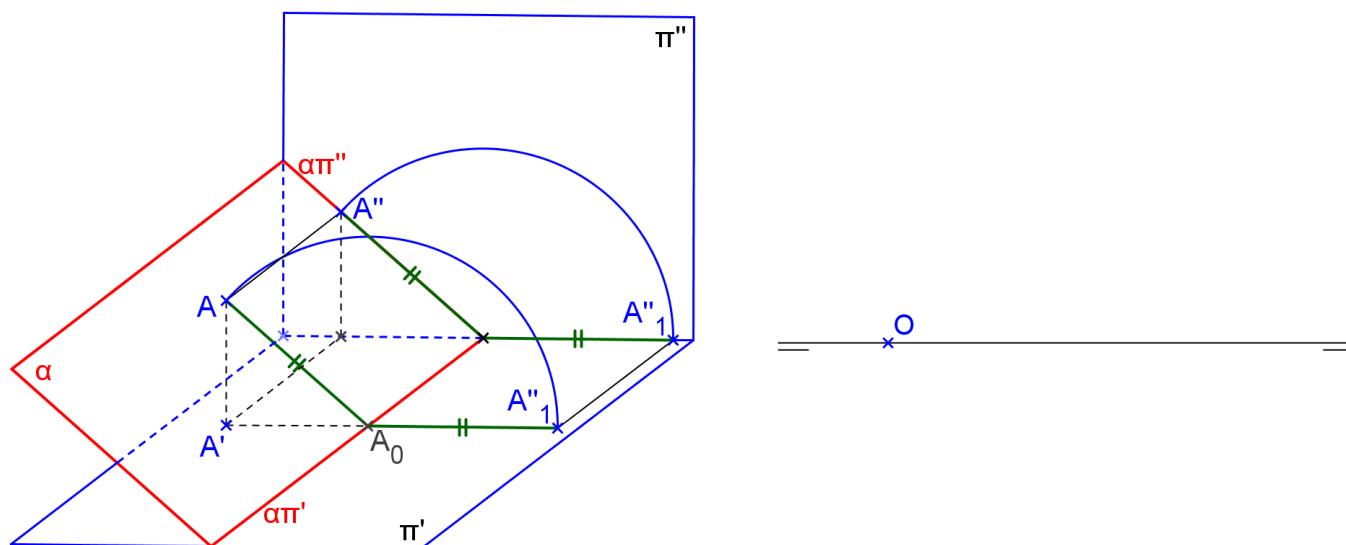
i) Traço de reta no plano: \_\_\_\_\_

j) Reta perpendicular ao plano: \_\_\_\_\_



**Processo do rebatimento**

**Rebatimento sobre  $\pi'$**



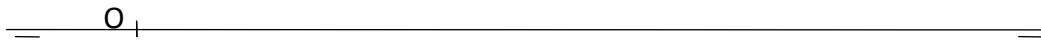
Rebatimento sobre um plano horizontal: basta considerar um plano  $\beta$  horizontal e usar  $(\alpha\beta)$  como eixo do rebatimento, ou seja, utilizar  $(\alpha\beta)'$  como se fosse  $\alpha\pi'$ .

**Exercícios**

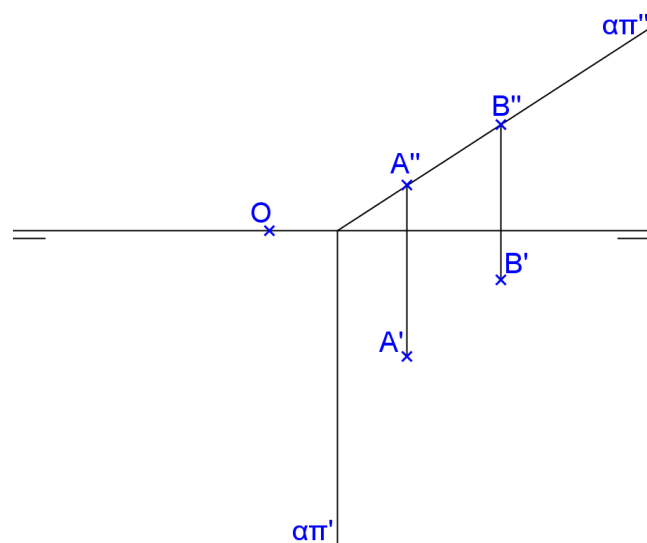
1. Representar o plano de topo  $\alpha$  pertencente ao ponto  $A(50,30,40)$  e que forma ângulo de  $60^\circ$  com  $\pi'$ .



2. Representar um quadrado ABCD contido num plano  $\alpha$  de topo, sendo dados A(40,40,10) e B(20,20,30).



3. Representar um hexágono regular ABCDEF contido no plano de topo dado por seus traços, conhecendo-se as projeções dos vértices A e B.



4. Representar uma pirâmide regular quadrangular V-ABCD com a base apoiada em um plano  $\alpha$  de topo que passa pela origem e forma  $45^\circ$  com  $\pi'$ , dados A(10,20,?) e B(30,00,?), h=50.



5. Representar um prisma quadrangular oblíquo ABCD-EFGH com as bases contidas em planos de topo, dados A(30,20,10), B(50,00,20) e G(25,35,45). Representar a seção feita neste sólido por um plano de topo que passa pela origem e forma  $45^\circ$  com  $\pi'$ .

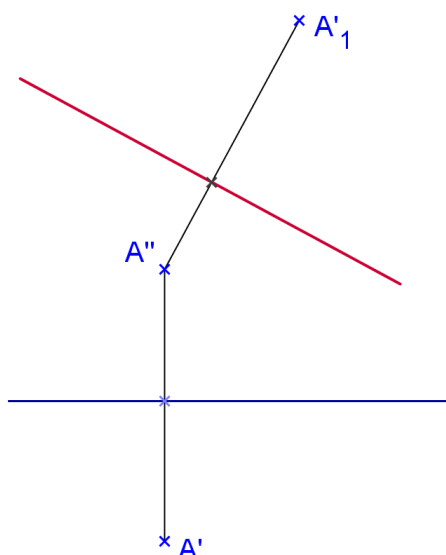
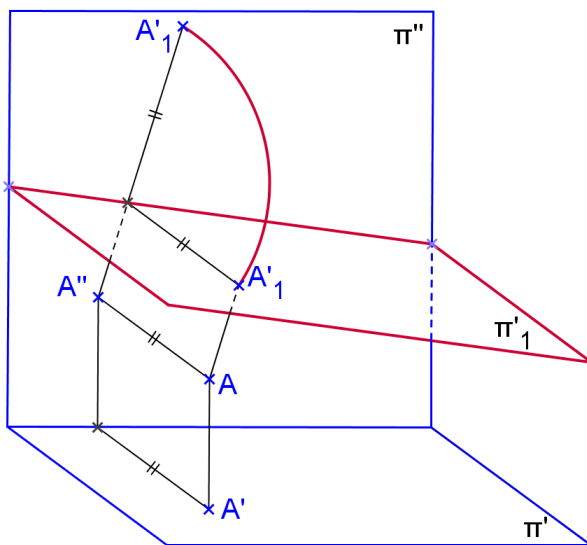


## Seções planas

Nos problemas 6, 7, 8, 9, 10 e 11 considere o mesmo plano de topo  $\gamma$  que passa por  $Z(70,0,0)$  e forma  $30^\circ$  com  $\pi'$ :

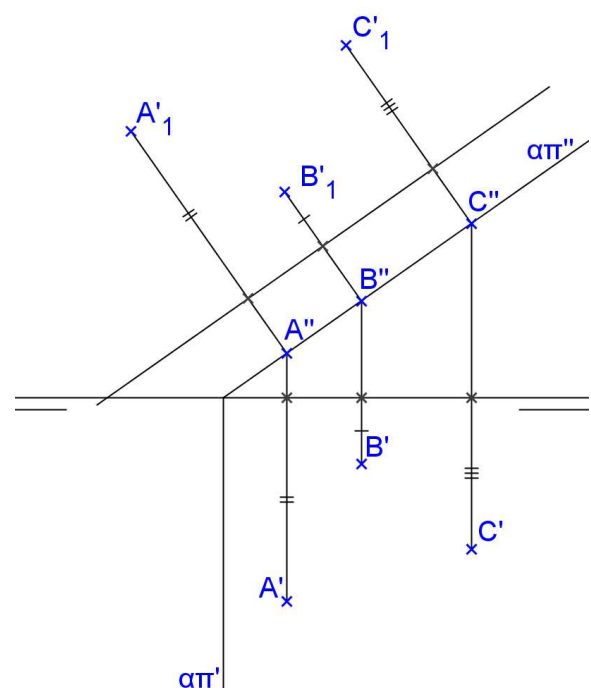
6. Representar a seção plana feita com o plano  $\gamma$  na pirâmide do exercício 2 da página 44. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.
7. Representar a seção plana feita com o plano  $\gamma$  na pirâmide do exercício 3 da página 44. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.
8. Representar a seção plana feita com o plano  $\gamma$  no tetraedro do exercício 4 da página 45. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.
9. Representar a seção plana feita com o plano  $\gamma$  no prisma do exercício 6 da página 46.
10. Representar a seção plana feita com o plano  $\gamma$  no octaedro do exercício 8 da página 47.
11. Representar a seção plana feita com o plano  $\gamma$  na pirâmide do exercício 3 da página 51.

## Mudança de plano horizontal

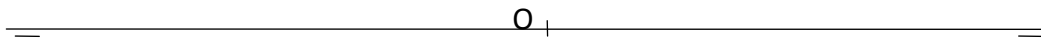


## Propriedades da MPH:

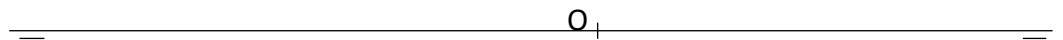
- $A''$  é o mesmo para os dois sistemas;
- o afastamento é mantido no novo sistema;
- $A''A'1$  é perpendicular à nova linha de terra.



12. Representar um hexaedro regular de aresta AB com uma face sobre o plano de topo  $\alpha$  que contém P(10,00,00) e forma  $45^\circ$  com  $\pi'$ . Dados A(-30,40,?), B(-10,20,?). Representar a seção plana feita neste sólido por um plano de topo que passa por R(60,00,00) e forma  $30^\circ$  com  $\pi'$ .

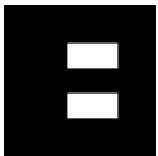


13. Representar um prisma arquimediano hexagonal de aresta AB, apoiado pela base num plano  $\alpha$  de topo, sendo dados os vértices A(10,00,10) e B(40,10,25).

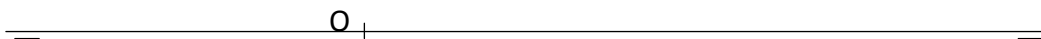
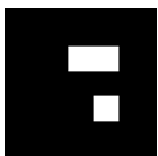




14. Representar um anti-prisma arquimediano de aresta AB e bases quadradas sobre planos de topo, dada a aresta de uma base: A(0,10,40) e B(30,00,20).



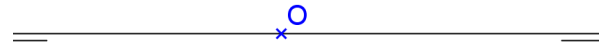
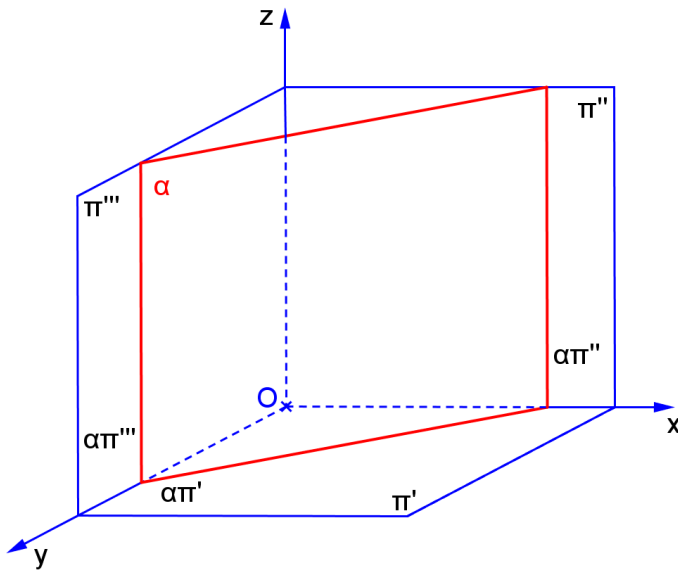
15. Representar um cilindro circular reto com uma base sobre um plano  $\alpha$  de topo que contém P(15,00,00) e forma  $45^\circ$  com  $\pi'$ , sendo dados os centro das bases O(30,30,?) e P(?,?,45) e  $r=20$ . Representar geratrizes com afastamentos iguais a 40, 20 e 45.



**4.5. PLANO VERTICAL**

a) Característica espacial: \_\_\_\_\_

b) Épura: \_\_\_\_\_



c) Traços: \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

d) É plano projetante? \_\_\_\_\_

e) Tem alguma projeção em VG? \_\_\_\_\_

f) Retas contidas no plano: \_\_\_\_\_

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: \_\_\_\_\_

h) Ângulos:

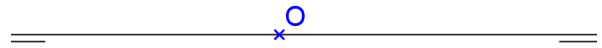
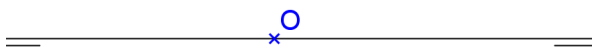
com  $\pi'$  \_\_\_\_\_

com  $\pi''$  \_\_\_\_\_

com  $\pi'''$  \_\_\_\_\_

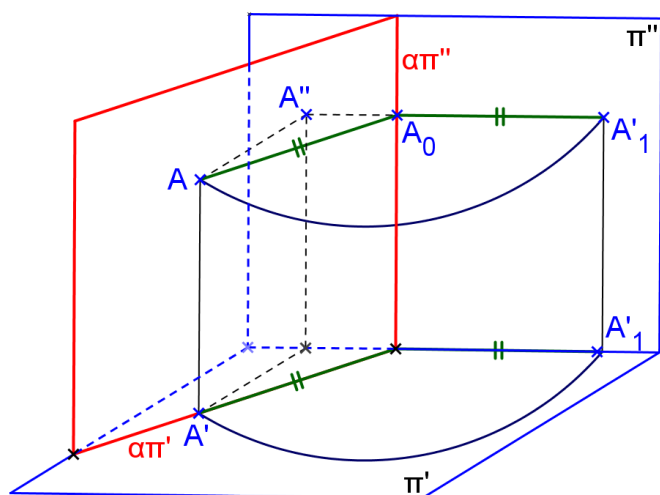
i) Traço de reta no plano: \_\_\_\_\_

j) Reta perpendicular ao plano: \_\_\_\_\_



**Processo do rebatimento**

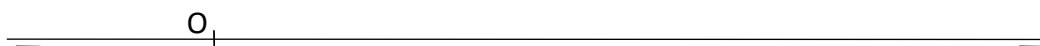
**Rebatimento sobre  $\pi''$**



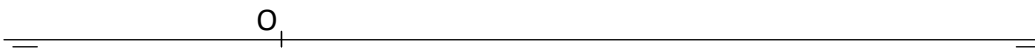
Rebatimento sobre um plano frontal: basta considerar um plano  $\beta$  frontal e usar  $(\alpha\beta)$  como eixo do rebatimento, ou seja, utilizar  $(\alpha\beta)''$  como se fosse  $\alpha\pi''$ .

**Exercícios**

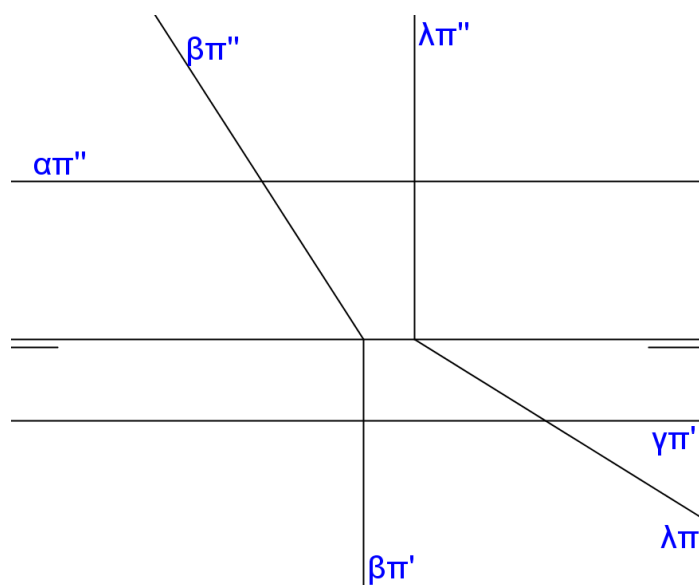
1. Representar o plano vertical  $\alpha$  pertencente ao ponto dado  $A(50,30,40)$  e que forma ângulo de  $60^\circ$  com  $\pi''$ .



2. Representar um octógono regular ABCDEFGH contido num plano  $\alpha$  vertical, dados o centro da circunferência circunscrita e um vértice:  $O(30,10,45)$  e  $A(10,30,25)$ .



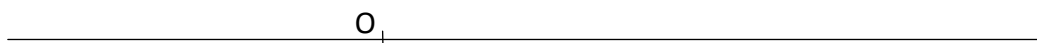
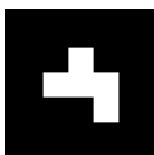
3. Representar a interseção entre os planos  $\alpha$  e  $\beta$ . Representar a interseção entre os planos  $\lambda$  e  $\gamma$ .



4. Representar um prisma arquimediano de bases pentagonais contidas em planos verticais, dada uma aresta de base AB:  $A(00,25,25)$  e  $B(25,15,50)$ .



5. Representar um prisma oblíquo de bases quadradas ABCD-EFGH contidas em planos verticais, dadas as arestas AB (base) e AG (lateral):  $A(-30,15,0)$ ,  $B(-10,05,20)$ ,  $G(40,40,30)$ .

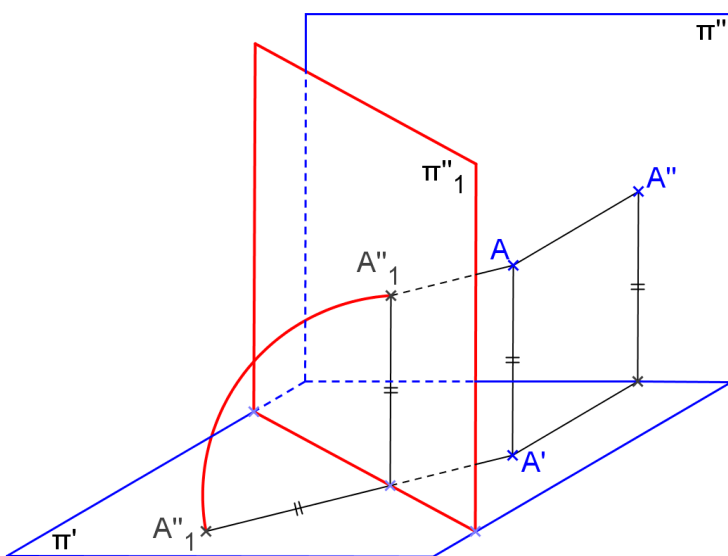


## Seções planas

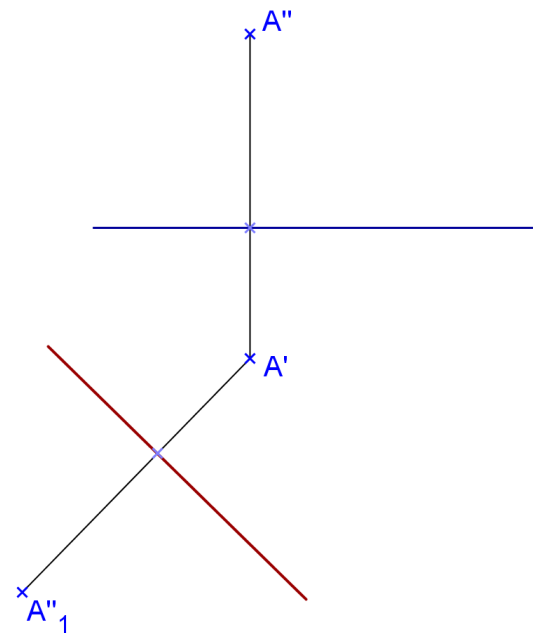
Nos problemas 6, 7, 8 e 9 considere o mesmo plano vertical  $\theta$  que passa por  $Z(70,0,0)$  e forma  $30^\circ$  com  $\pi''$ :

6. Representar a seção plana feita com o plano  $\theta$  no prisma do exercício 5 da página 45. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.
7. Representar a seção plana feita com o plano  $\theta$  no tetraedro do exercício 5 da página 52. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.
8. Representar a seção plana feita com o plano  $\theta$  no cilindro do exercício 7 da página 53.
9. Representar a seção plana feita com o plano  $\theta$  no cone do exercício 8 da página 53.

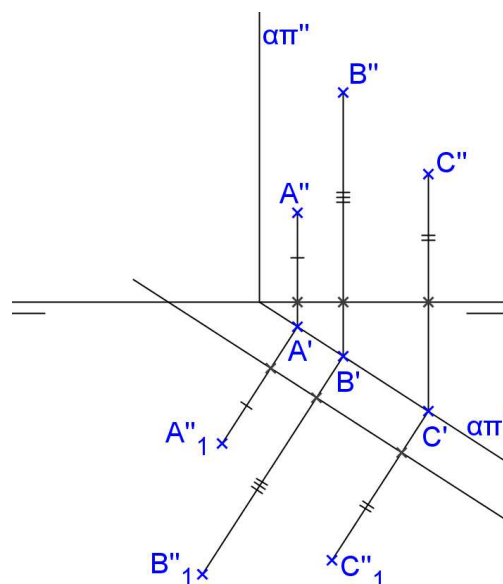
## Mudança de plano vertical



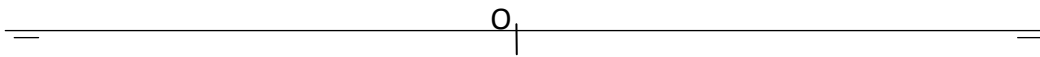
Épura:

**Propriedades da MPV:**

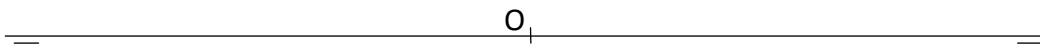
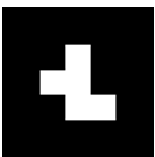
- $A'$  é o mesmo para os dois sistemas;
- a cota é mantida no novo sistema;
- $A'A''_1$  é perpendicular à NLT.



10. Representar um hexaedro regular de aresta AB, com a face ABCD contida em um plano vertical:  
A(10,10,10), B(30,30,30).



11. Representar um octaedro regular de aresta AB, sabendo-se que a face ABC está contida em um plano  $\alpha$  vertical, sendo dados os vértices A(10,10,10) e B(40,30,0).



12. Representar um cilindro circular oblíquo com as bases em planos verticais que formam  $30^\circ$  com  $\pi''$ , com centros  $O(10, 20, 10)$  e  $P(-40, 40, 30)$  e raios das bases  $r=20$ . Representar a seção plana neste cilindro por um plano vertical que passa por  $R(-30, 0, 0)$  e forma  $45^\circ$  com  $\pi''$ .



13. Construa as projeções de um cone circular reto com base em um plano frontal, dado o centro da base  $O(10,10,30)$ , altura  $h=50$  e o raio da base  $r=25$ . Representar a seção plana neste cone por um plano vertical que passa pelos pontos  $A(-55,0,0)$  e  $B(40,30,0)$ .

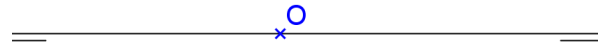
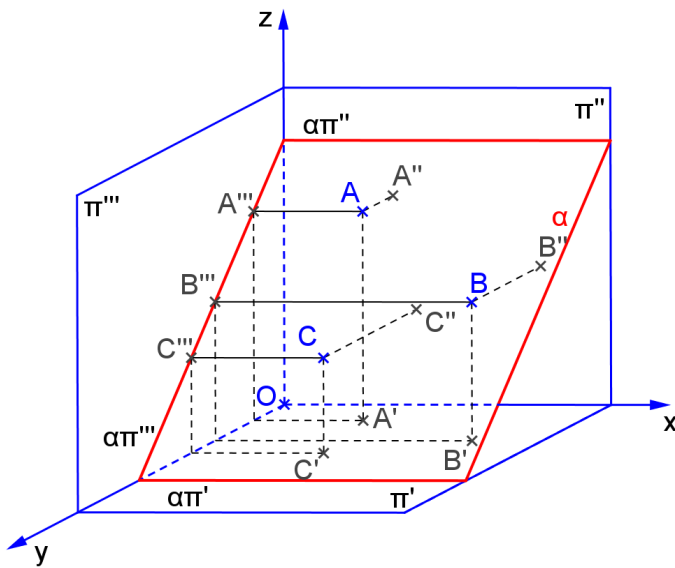




**4.6. PLANO PARALELO À LINHA DE TERRA**

a) Característica espacial: \_\_\_\_\_

b) Épura: \_\_\_\_\_



c) Traços: \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

d) Ângulos: com  $\pi'$  \_\_\_\_\_  
 com  $\pi''$  \_\_\_\_\_  
 com  $\pi'''$  \_\_\_\_\_

e) É plano projetante? \_\_\_\_\_

f) Tem alguma projeção em VG? \_\_\_\_\_

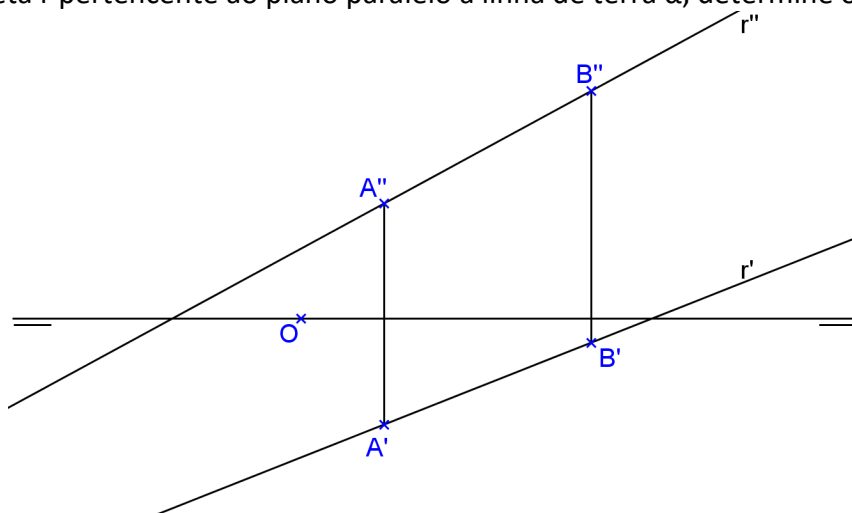
g) Retas contidas no plano: \_\_\_\_\_

h) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: \_\_\_\_\_

**Traços do plano**

Para encontrar o traço  $\alpha\pi'$ , basta encontrar a reta frontal do plano que tem afastamento nulo. O traço  $\alpha\pi''$ , basta encontrar a reta horizontal do plano que tem cota nula.

Exemplo: Dada a reta  $r$  pertencente ao plano paralelo à linha de terra  $\alpha$ , determine os traços  $\alpha\pi'$  e  $\alpha\pi''$ .



### Exercício proposto

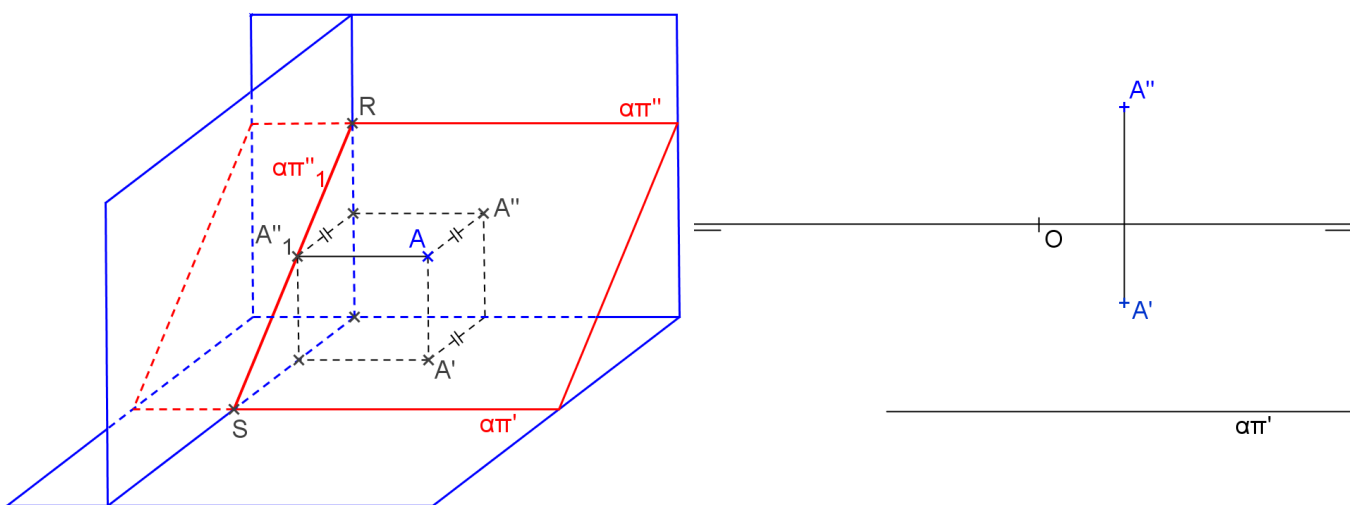
Represente o 1º, 2º e 3º traços do plano  $\alpha$  paralelo à linha de terra, definido pelos pontos  $A(40,10,30)$  e  $B(80,40,10)$ .

#### Mudança de planos de projeção

Para encontrar a VG de uma figura contida em um plano paralelo à linha de terra precisamos de 2 mudanças de planos de projeção:

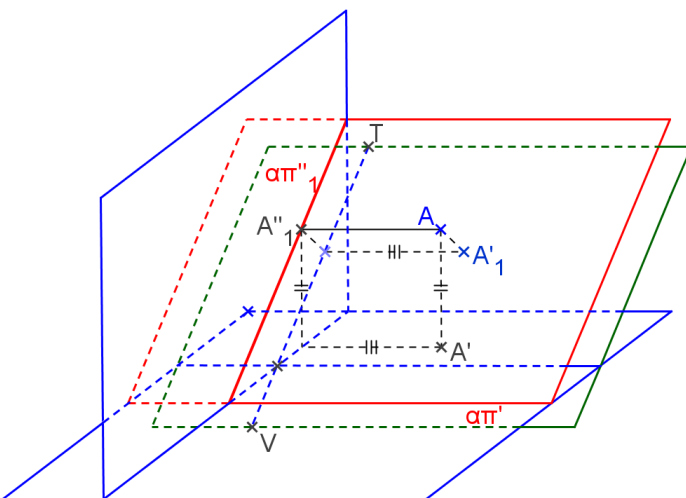
1. **Mudança de  $\pi''$**  para transformar o plano paralelo à linha de terra em plano de topo:

basta considerar a nova linha de terra perpendicular a  $\alpha\pi'$ , e fazer a mudança de plano das segundas projeções:



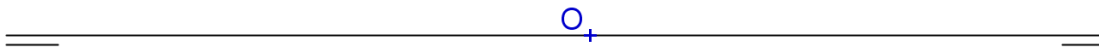
2. **Mudança de  $\pi'$**  para transformar o plano de topo em plano horizontal:

basta considerar a nova linha de terra paralela a  $\alpha\pi''_1$ , e fazer a mudança de plano das primeiras projeções:

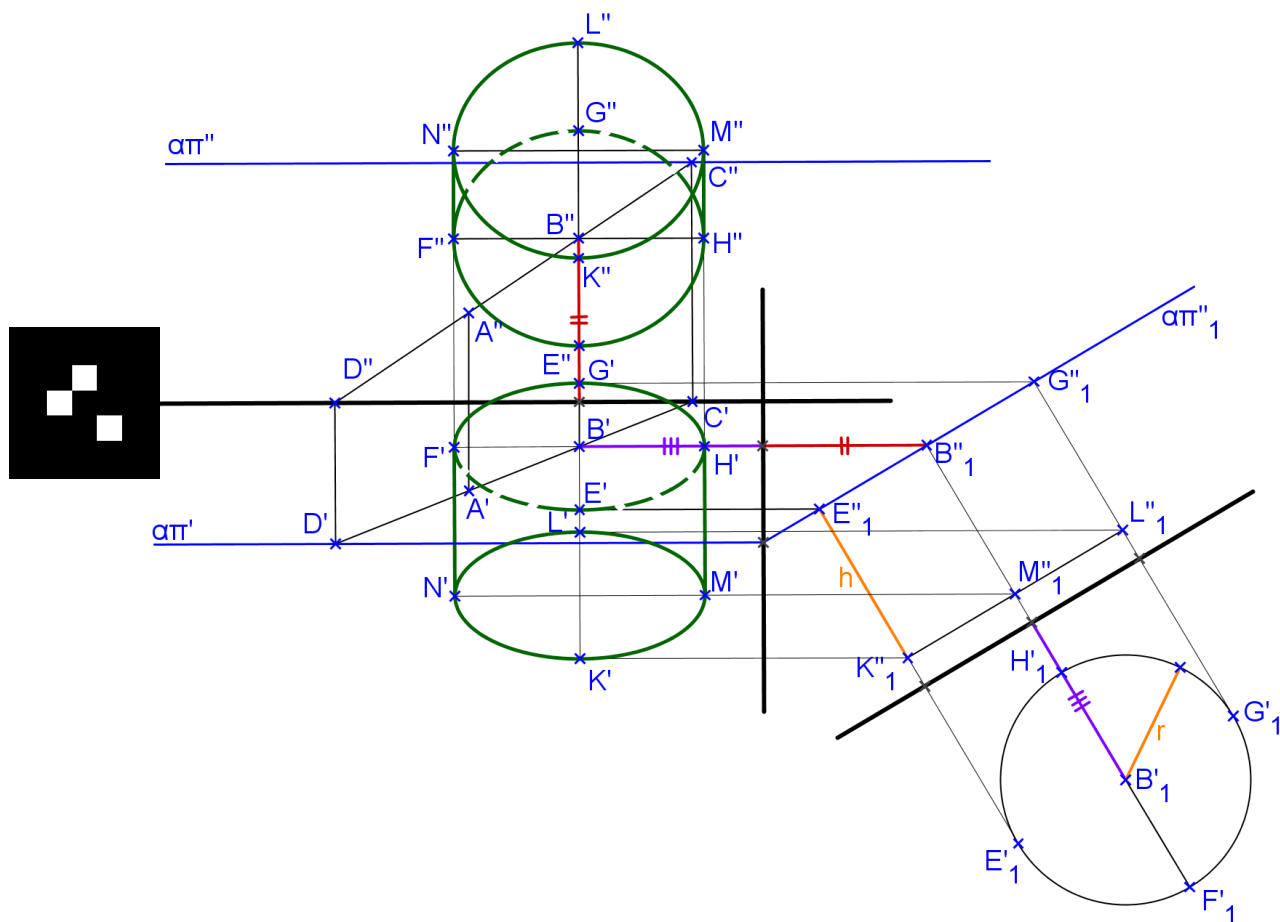


**Exercícios**

1. Represente as projeções de um quadrado ABCD contido num plano  $\alpha$  paralelo à linha de terra, dados A(-30,30,20) e B(0,20,40).

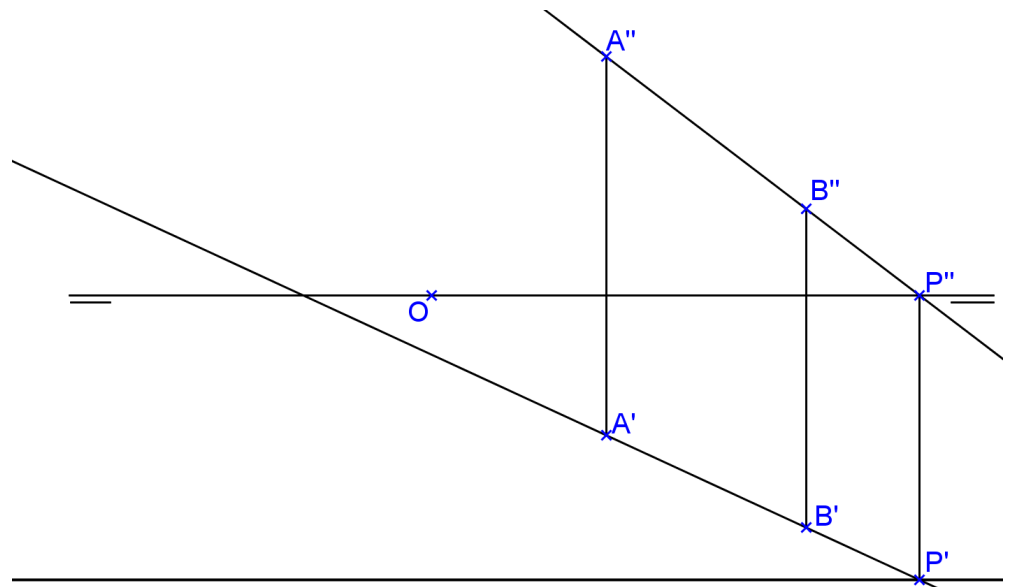
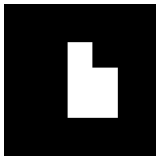


2. Represente as projeções do cilindro circular reto com as bases apoiadas em planos paralelos à linha de terra. São dados a altura  $h$ , o raio das bases  $r$ , os pontos  $A$  e  $B$  do plano de uma das bases e o centro de uma base é o ponto  $B$ .

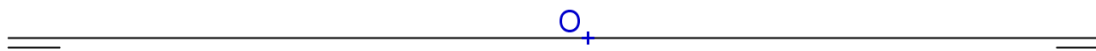
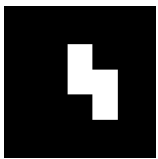


Faça a descrição passo a passo da construção para entendermos os próximos exercícios:

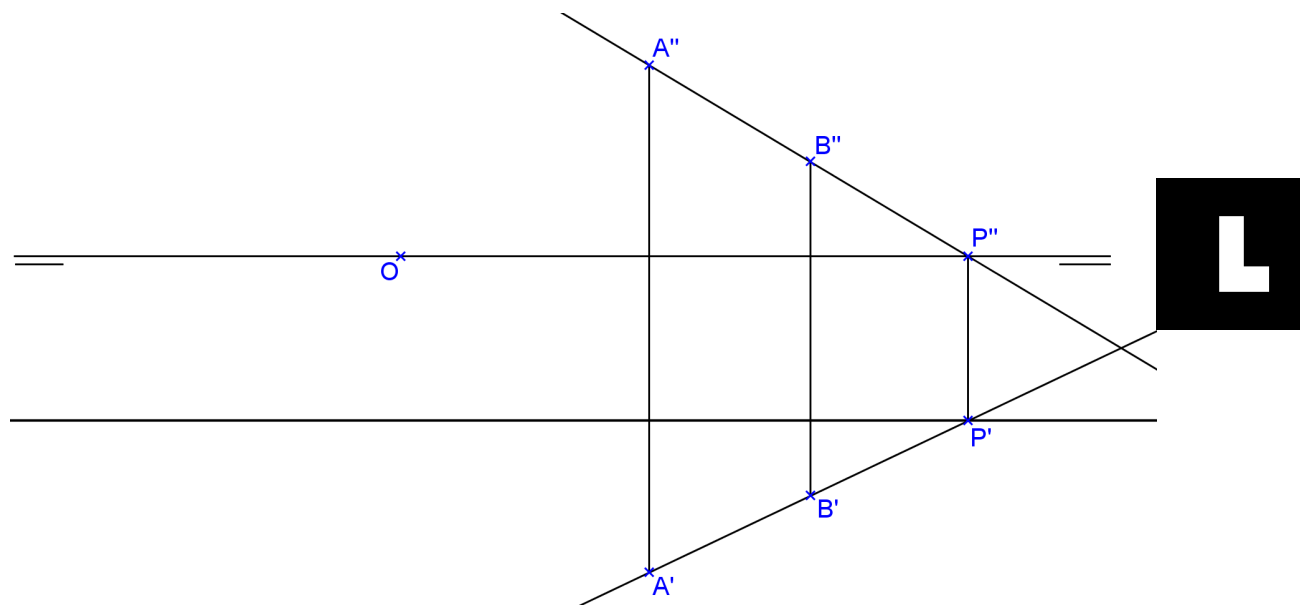
3. Construa as projeções de um hexaedro regular com uma face contida no plano paralelo à linha de terra que contém os vértices A e B. Encontre as projeções da seção plana neste hexaedro por um plano de topo que passa pela origem e forma  $45^\circ$  com  $\pi'$ .



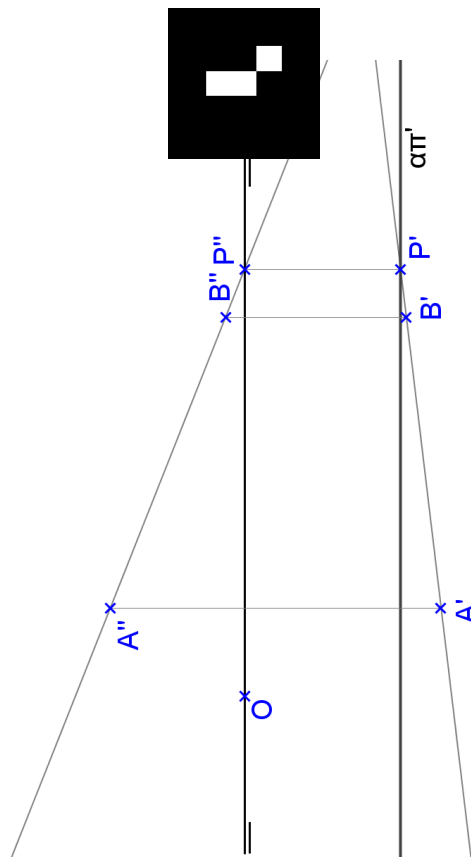
4. Represente as projeções de um prisma reto de base hexagonal ABCDEF contida num plano  $\alpha$  paralelo à linha de terra e altura  $h=30$ . Dados  $A(10,40,40)$  e  $B(20,50,20)$ .



5. Construa as projeções de uma pirâmide hexagonal regular de altura  $h=50$ , com a base contida em um plano paralelo à linha de terra, dados os vértices da base A e B. Encontrar as projeções da seção plana nesta pirâmide feita por um plano vertical que passa pela origem e forma  $45^\circ$  com  $\pi''$ .



6. Construa as projeções de um octaedro regular de aresta AB com a seção equatorial ABCD contida no plano paralelo à linha de terra definido por A e B.

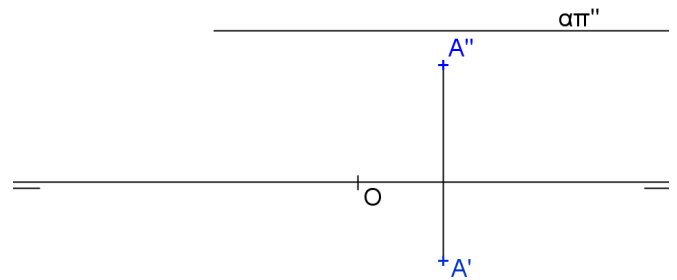
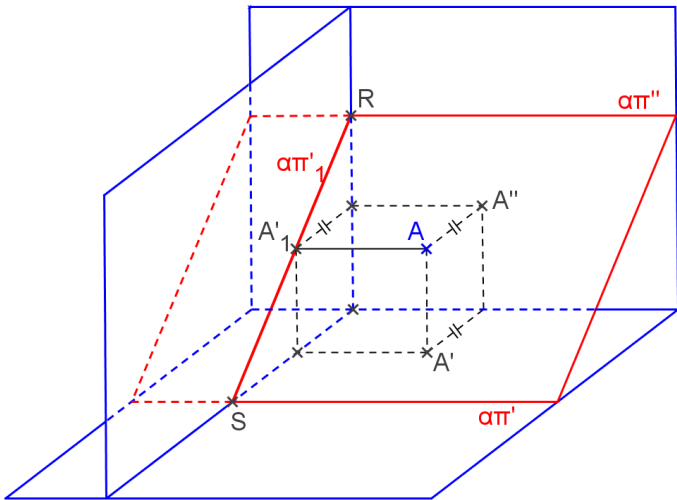




Outra maneira de encontrar a VG de uma figura contida em um plano paralelo à linha de terra é o inverso da anterior:

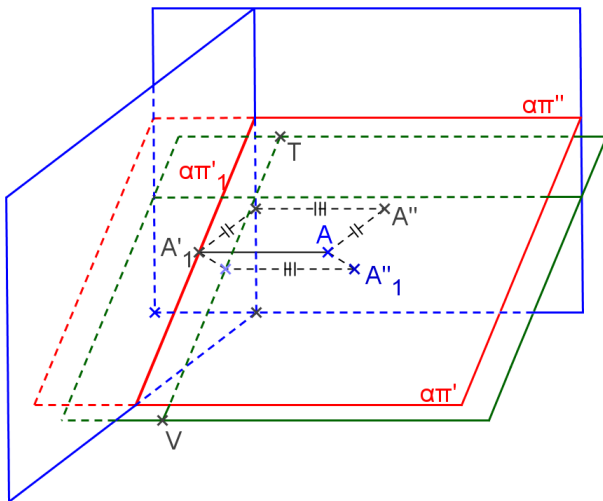
**1. Mudança de  $\pi'$**  para transformar o plano paralelo à linha de terra em plano vertical:

basta considerar a nova linha de terra perpendicular a  $\alpha\pi''$ , e fazer a mudança de plano das primeiras projeções:



**2. Mudança de  $\pi''$**  para transformar o plano vertical em plano frontal:

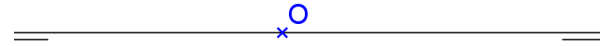
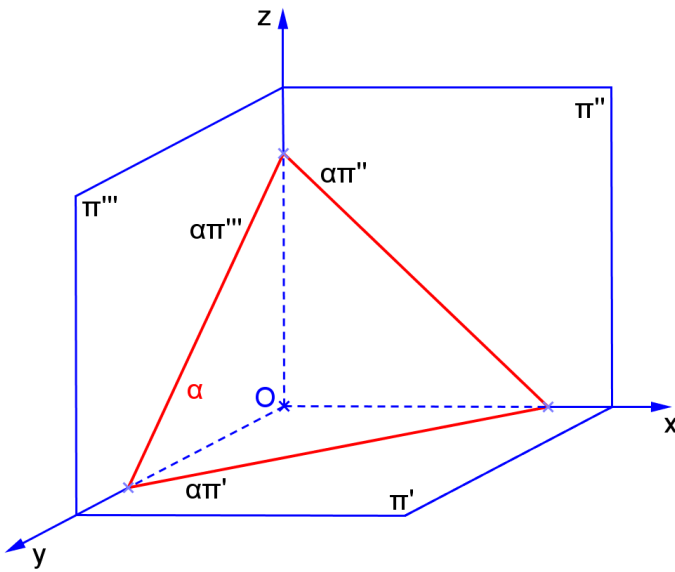
basta considerar a nova linha de terra paralela a  $\alpha\pi'_{1}$ , e fazer a mudança de plano das segundas projeções:



**4.7. PLANO QUALQUER**

a) Característica espacial: \_\_\_\_\_

b) Épura: \_\_\_\_\_



c) Traços: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

d) É plano projetante? \_\_\_\_\_

e) Tem alguma projeção em VG? \_\_\_\_\_

f) Retas contidas no plano: \_\_\_\_\_

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: \_\_\_\_\_

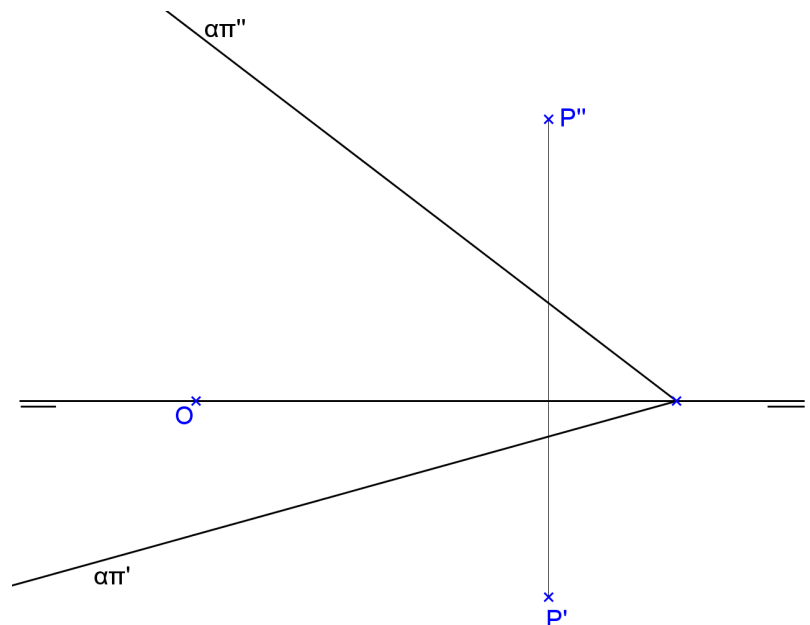
h) Ângulos:

com  $\pi'$  \_\_\_\_\_

com  $\pi''$  \_\_\_\_\_

com  $\pi'''$  \_\_\_\_\_

i) Reta perpendicular ao plano que passa por um ponto P.

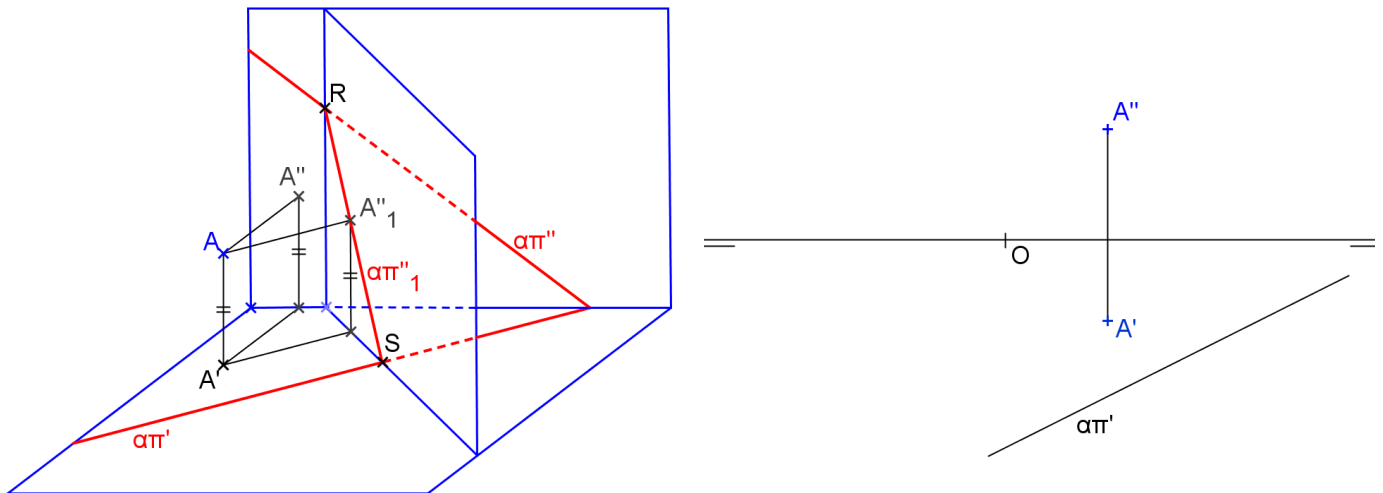


### Mudança de planos de projeção

Para encontrar VG de uma figura contida em um plano qualquer precisamos de 2 mudanças de planos de projeção:

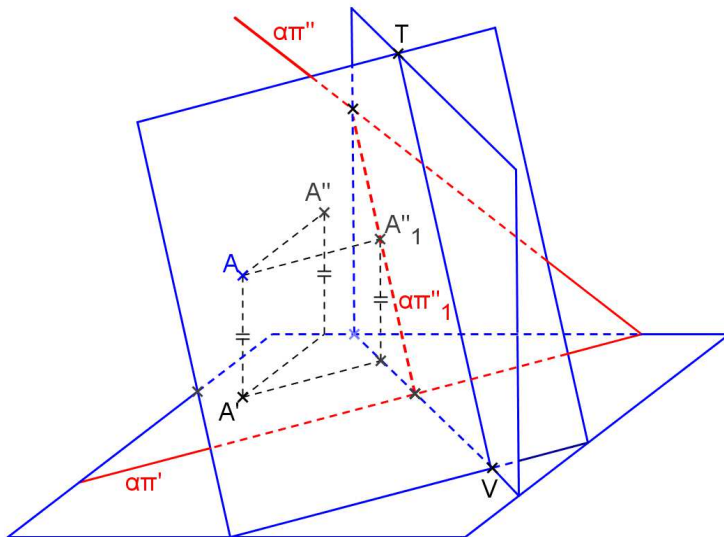
1. **Mudança de  $\pi''$**  para transformar o plano qualquer em plano de topo:

basta considerar a nova linha de terra perpendicular a  $\alpha\pi'$ , e fazer a mudança de plano das segundas projeções:



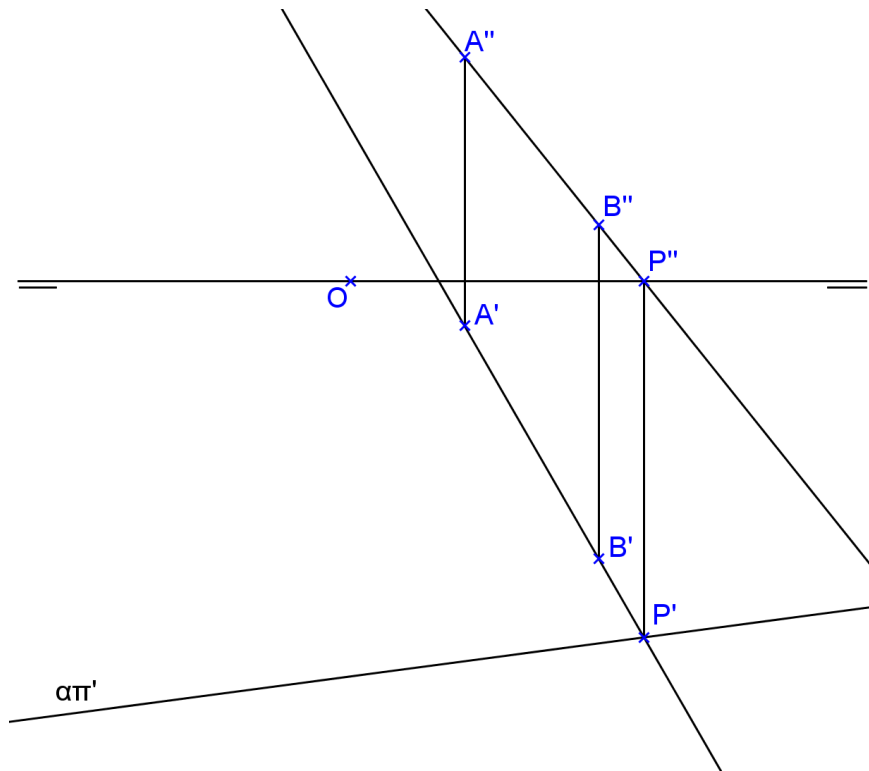
2. **Mudança de  $\pi'$**  para transformar o plano de topo em plano horizontal:

basta considerar a nova linha de terra paralela a  $\alpha\pi''_1$ , e fazer a mudança de plano das primeiras projeções:

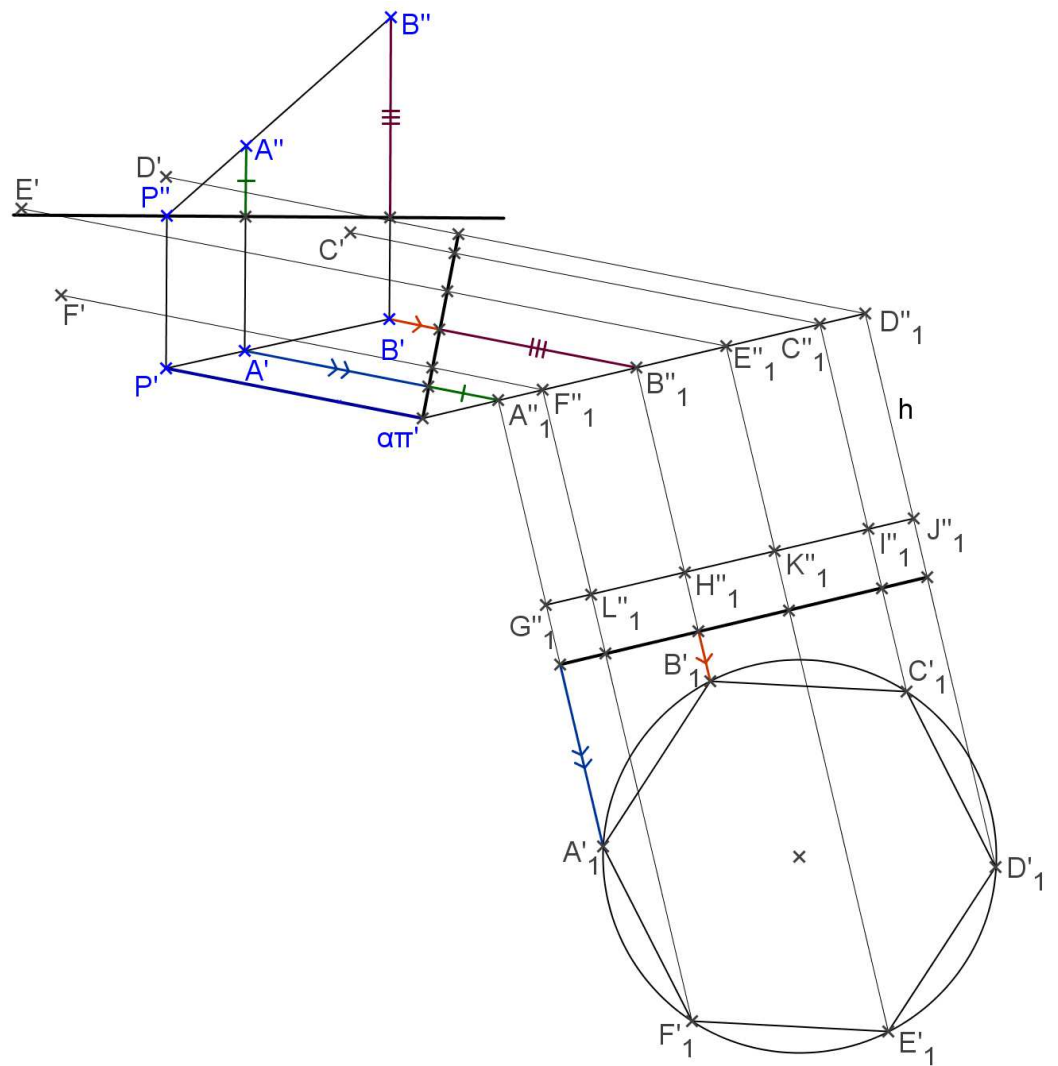
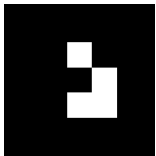


**Exercícios**

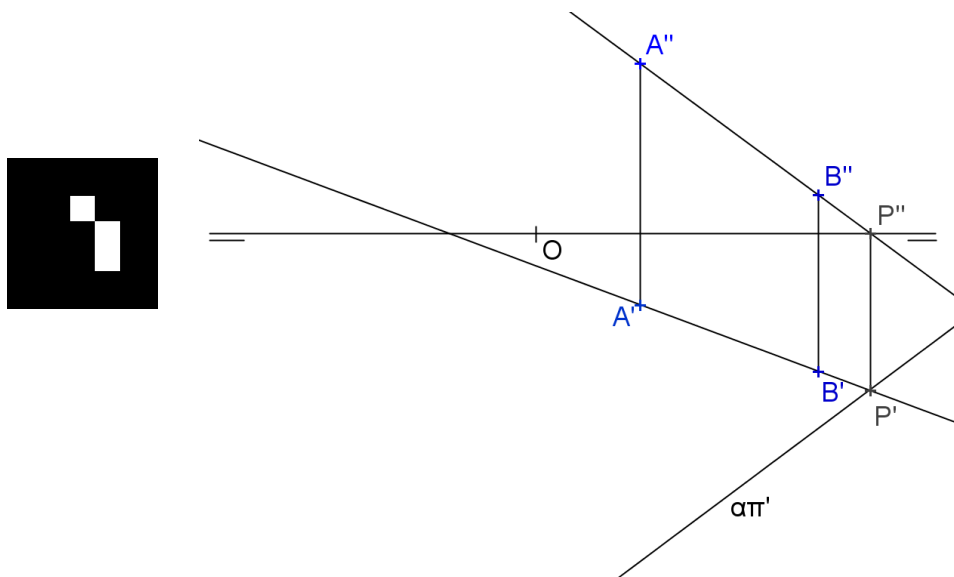
1. Construa as projeções do triângulo equilátero ABC contido no plano qualquer dado pelos pontos A e B e o traço  $\alpha\pi'$ .



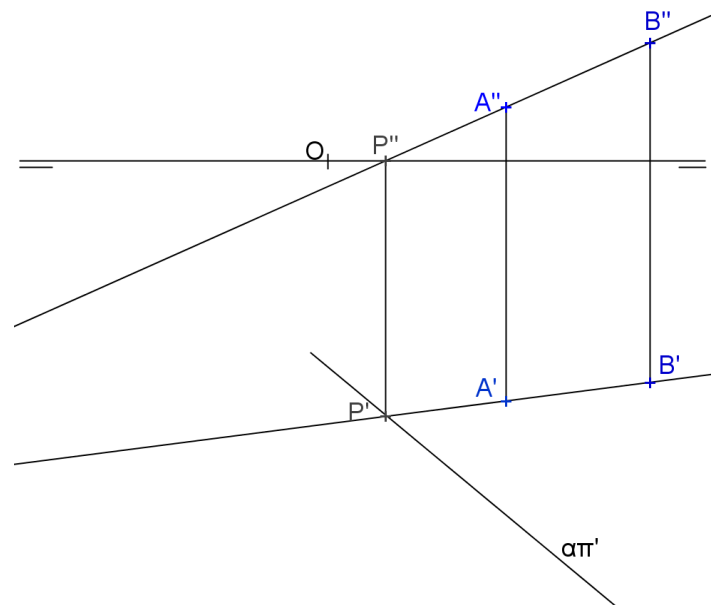
2. Represente as projeções do prisma regular hexagonal, dado o plano da base definido pela aresta AB e o traço  $\alpha\pi'$ .



3. Represente as projeções do prisma quadrangular regular de base ABCD contida no plano qualquer definido pelos pontos A, B e pelo traço  $\alpha\pi'$ , sabendo-se que a altura mede  $h=45$ . Representar a seção plana neste prisma feita por um plano de topo que passa pela origem e forma  $45^\circ$  com  $\pi'$ .

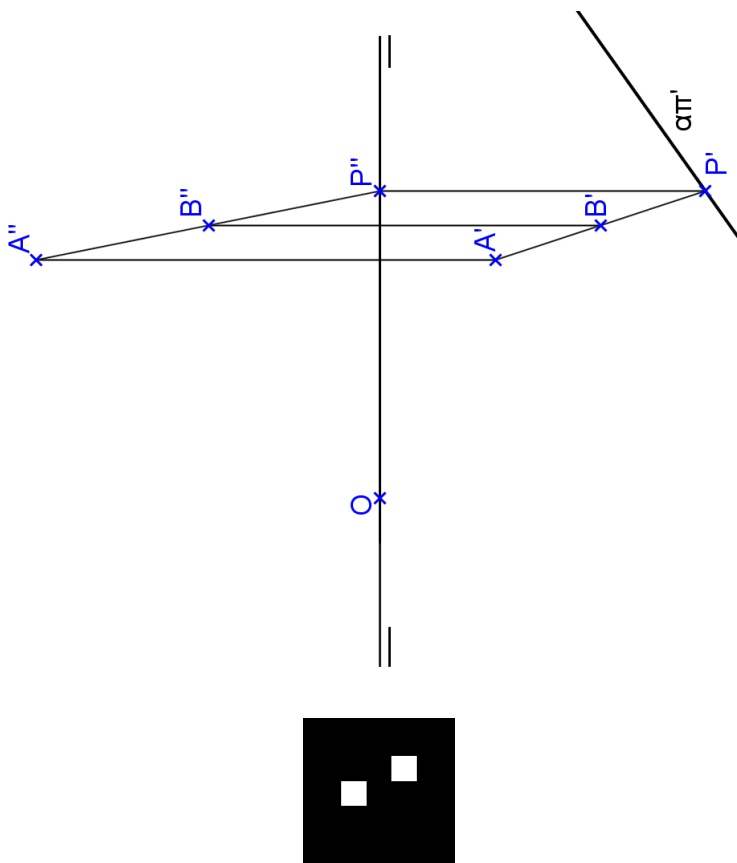


4. Representar as projeções da pirâmide regular hexagonal com a base ABCDEF contida no plano qualquer definido pelos pontos A, B e pelo traço  $\alpha\pi'$ . A altura da pirâmide mede  $h=50$ .



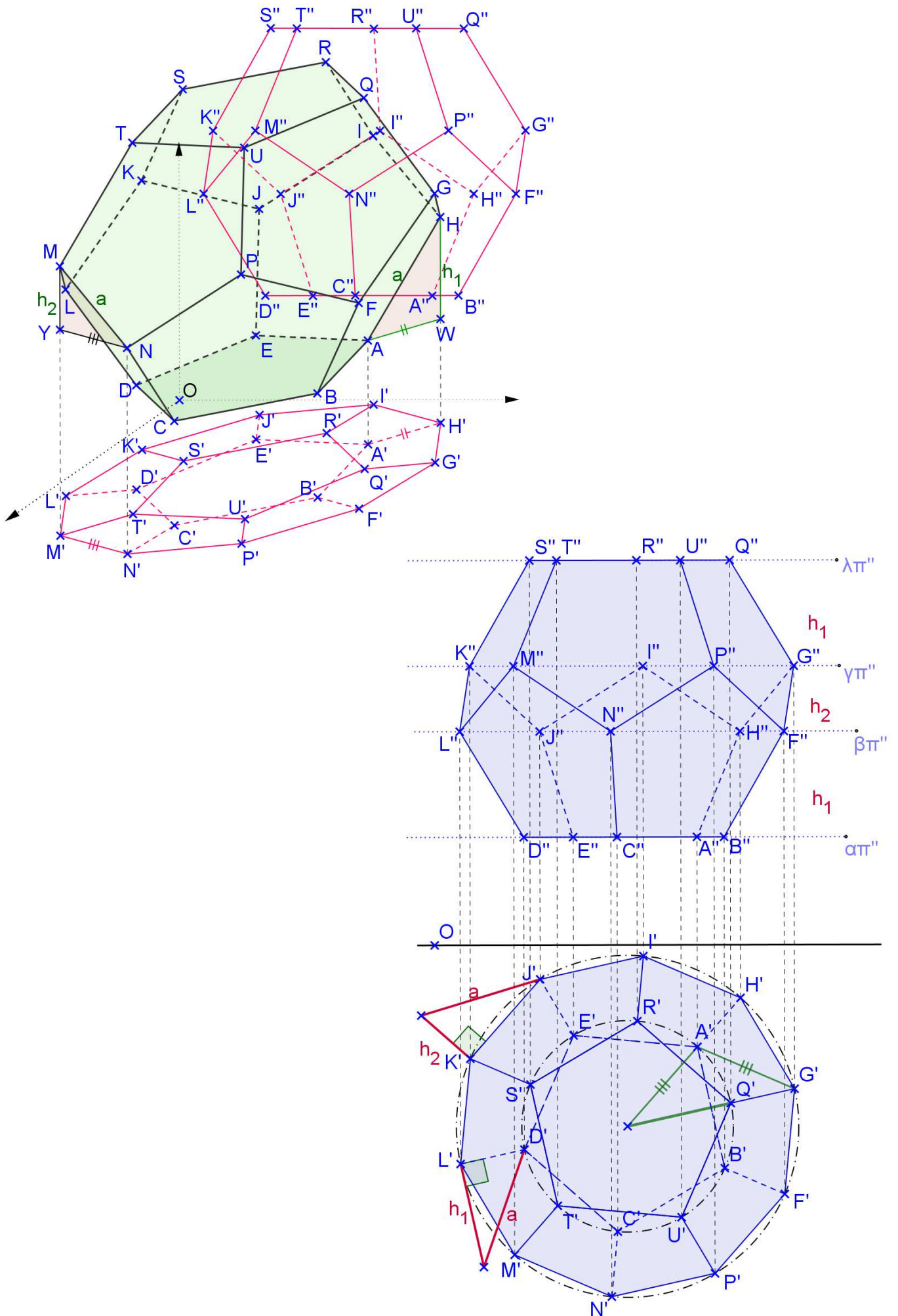
5. Represente as projeções do octaedro regular de aresta AB, com a seção equatorial ABCD contida no plano qualquer  $\alpha(A,B,P)$ . Dados:  $A(40,40,20)$ ,  $B(60,15,35)$  e  $P(30,05,50)$ .

6. Represente as projeções do prisma arquimediano de bases pentagonais contidas em planos quaisquer, dados o traço  $\alpha\pi'$  e a aresta AB.









Represente as projeções do dodecaedro regular de aresta AB, com a face ABCDE contida no plano horizontal  $\alpha$ . Dados A(60,25,25) B(75,57,25).

