

Ambiente web de realidade virtual para a visualização de poliedros não convexos

Virtual reality web environment for visualizing non-convex polyhedra

Entorno web de realidad virtual para visualización de poliedros no convexos

DOI: 10.54033/cadpedv21n8-241

Originals received: 07/26/2024

Acceptance for publication: 08/16/2024

Paulo Henrique Siqueira

Doutor em Métodos Numéricos em Engenharia

Instituição: Universidade Federal do Paraná

Endereço: Curitiba, Paraná, Brasil

E-mail: paulohs@ufpr.br

RESUMO

Este trabalho mostra o uso de recursos web, para a criação de ambientes para a visualização de poliedros não convexos e seus respectivos poliedros duais. Estes ambientes foram criados com o uso de recursos da Realidade Virtual (RV) e da Realidade Aumentada (RA), que permitem ao visitante a manipulação e a comparação entre os poliedros e seus duais. As transformações geométricas de translação, rotação e homotetia foram usadas para as construções das salas virtuais, com a inserção de cada poliedro por meio de estruturas de hierarquias de páginas HTML. Os recursos apresentados neste trabalho podem ser usados em sala de aula para a visualização dos poliedros com óculos imersivos, e com o uso de smartphones e tablets por meio dos recursos da Realidade Aumentada. Uma fita de DNA foi modelada com os Poliedros não convexos e seus respectivos duais, com o objetivo de mostrar as relações entre os elementos destes sólidos. Os materiais didáticos apresentados neste trabalho utilizam uma tecnologia simples, gratuita e com grande contribuição para a melhoria do ensino da Geometria, além de outras áreas que utilizam representações gráficas de objetos 3D.

Palavras-chave: Realidade Virtual. Geometria. Dualidade. Poliedros não Convexos.

ABSTRACT

This work shows the use of web resources to create environments for visualizing non-convex polyhedra and their respective dual polyhedra. These environments were created using Virtual Reality and Augmented Reality resources, which allow

the visitor to manipulate and compare polyhedra and their duals. The geometric transformations of translation, rotation and homothety were used to construct the virtual rooms, with the insertion of each polyhedron through HTML page hierarchies structures. The resources presented in this work can be used in the classroom to visualize polyhedra with immersive glasses, and with the use of smartphones and tablets through Augmented Reality resources. A DNA ribbon was modeled with non-convex polyhedra and their respective duals, with the aim of showing the relationships between the elements of these solids. The teaching materials presented in this work use a simple, free technology that makes a great contribution to improving the teaching of Geometry, as well as other areas that use graphic representations of 3D objects.

Keywords: Virtual Reality. Geometry. Duality. Non-Convex Polyhedra.

RESUMEN

Este trabajo muestra el uso de recursos web para crear entornos de visualización de poliedros no convexos y sus respectivos poliedros duales. Estos entornos fueron creados utilizando recursos de Realidad Virtual (RV) y Realidad Aumentada (RA), que permiten al visitante manipular y comparar poliedros y sus duales. Las transformaciones geométricas de traslación, rotación y homotecia se utilizaron para construir las salas virtuales, con la inserción de cada poliedro a través de estructuras de jerarquías de páginas HTML. Los recursos presentados en este trabajo se pueden utilizar en el aula para visualizar poliedros con gafas inmersivas, y con el uso de smartphones y tablets a través de recursos de Realidad Aumentada. Se modeló una cadena de ADN con poliedros no convexos y sus respectivos duales, con el objetivo de mostrar las relaciones entre los elementos de estos sólidos. Los materiales didácticos presentados en este trabajo utilizan una tecnología sencilla y gratuita que supone un gran aporte a la mejora de la enseñanza de la Geometría, así como de otras áreas que utilizan representaciones gráficas de objetos 3D.

Palabras clave: Realidad Virtual. Geometría. Dualidad. Poliedros no Convexos.

1 INTRODUÇÃO

Os conteúdos apresentados em algumas disciplinas que envolvem conceitos tridimensionais podem ser compreendidos, por parte dos alunos, de maneira mais eficiente com o uso de recursos auxiliares. Os materiais concretos, feitos com impressoras 3D, podem ser usados nas aulas de Biologia (Olumorin et al., 2022), Matemática (Quigley, 2021), ou disciplinas com conteúdos que envolvem o desenvolvimento e habilidades espaciais (Karaismailoglu e Yildirim, 2023). A criação de ambientes ou aplicativos web para o ensino pode colaborar

no ensino de conceitos de Física (Komikesari *et al.*, 2019; Rozal *et al.*, 2021) e Biologia (Delgado, Bhark e Donahue, 2021) e tem sido utilizada como uma alternativa atraente para auxílio da aprendizagem dos alunos.

A modelagem de objetos com o uso de tecnologias virtuais também pode auxiliar na aprendizagem de conteúdos que envolvem conceitos em três dimensões (3D). A Realidade Virtual (RV) permite a criação de um ambiente imersivo e interativo com manipulação dos objetos por meio de controles e óculos imersivos (Marougkas *et al.*, 2023).

Os ambientes desenvolvidos em RV podem ajudar na visualização de fenômenos físicos, biológicos ou químicos (Kumar *et al.*, 2021), simulações de situações de treinamentos (de Geus *et al.*, 2020), jogos educacionais (Pirker *et al.*, 2020), simulações de construções (Soliman *et al.*, 2021), Medicina (Pottle, 2019), e outras áreas ligadas à educação (Melinda e Widjaja, 2022).

O uso de materiais auxiliares, tais como poliedros planificados, montados com materiais alternativos, ou impressos em 3D, auxiliam a aprendizagem dos alunos dos conteúdos das disciplinas de Geometria Euclidiana, Geometria Descritiva ou Desenho Técnico (Andrade, Santos e Moura, 2017). Os conteúdos que envolvem visualizações de faces e arestas, além dos cálculos de áreas e volumes podem ser explorados com materiais manipuláveis ou modelados em ambientes virtuais.

Os ambientes virtuais programados em RV podem complementar a utilização dos materiais didáticos tradicionais no ensino dos poliedros, pois os alunos podem interagir e visualizar os sólidos e suas propriedades de maneira mais efetiva e significativa. A RV pode colaborar na interação dos alunos com as representações dos poliedros modelados, facilitando as visualizações e a compreensão das propriedades dos objetos.

Neste trabalho são apresentados os recursos web para criação de ambientes imersivos que possibilitam a manipulação de poliedros não convexos e seus duais com as tecnologias de RV e Realidade Aumentada (RA). Nas visualizações dos poliedros com o uso de RA, são disponibilizados os links para as páginas desenvolvidas em RV.

Na página programada em RA, os alunos visualizam e manipulam os

poliedros em diversos pontos de vista e acessam as páginas programadas em RV para manipularem as representações dos sólidos com dispositivos móveis, computadores ou podem até imergirem na cena utilizando óculos de RV.

O objetivo deste artigo é mostrar a construção de materiais didáticos que utilizam recursos de RV e RA, os quais auxiliam a visualização dos poliedros no ensino da Geometria Espacial. Os recursos didáticos mostrados neste artigo podem ser usados em sala de aula para manipulação e visualização dos poliedros não convexos, contribuindo para a aprendizagem dos alunos e enriquecendo as aulas sobre estes poliedros com uso das salas virtuais como complemento aos materiais didáticos tradicionais.

2 MODELAGEM DOS POLIEDROS

Um poliedro é denominado convexo quando todos os segmentos de reta que unem dois pontos do poliedro ficam inteiramente contidos neste poliedro. Nos casos dos poliedros não convexos, algumas faces “separam” os segmentos que unem pontos destes poliedros em dois semi-espacos definidos por estas faces (Coxeter, 1973; Weisstein, 2024).

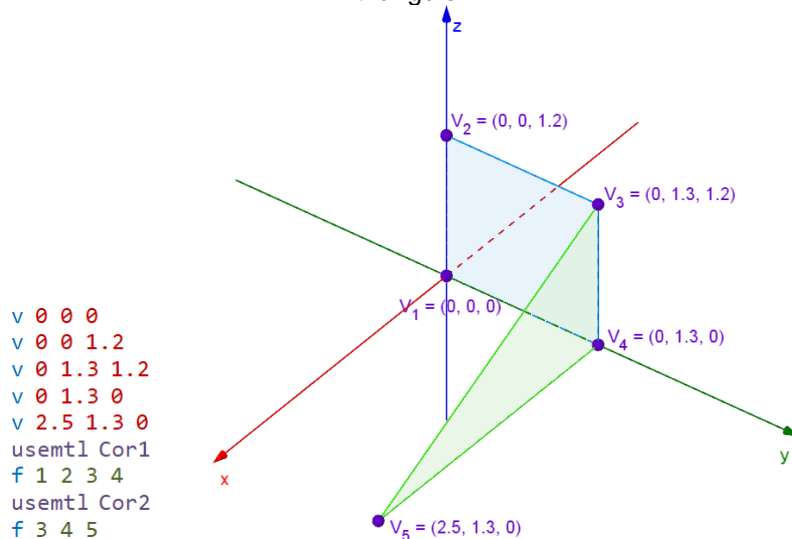
Os poliedros podem ser representados utilizando-se as coordenadas de seus vértices ou por meio das construções dos polígonos que representam as faces dos sólidos. Em Siqueira (2021) são apresentados os códigos usados para representação dos poliedros de Arquimedes usando as simetrias e ângulos entre arestas e faces que definem os sólidos.

Neste artigo, a modelagem dos poliedros não convexos foi feita de uma maneira um pouco diferente, usando as coordenadas dos vértices e definindo-se quais vértices formam cada face do sólido. Estas informações foram inseridas em arquivos com formato *obj* (Fileformat, 2024), que funcionam de maneira bastante intuitiva.

Por exemplo, um quadrilátero definido pelos vértices 1, 2, 3 e 4 e um triângulo com vértices 3, 4 e 5 são definidos em um arquivo com extensão *obj* (Figura 1). As faces são definidas com comandos *f*, que possuem as sequências de vértices definidos nos comandos *v*, que contém as coordenadas 3D. As cores

podem ser definidas no arquivo de materiais com extensão *mtl* por meio do comando *usemtl*.

Figura 1. Trecho de código de arquivo em formato *obj* que define um quadrilátero e um triângulo



Fonte: Elaborada pelo autor

Os arquivos com extensão *obj* que definem as arestas dos sólidos são criados da mesma forma, com o uso dos comandos de linhas *l*. Os códigos de programação HTML com os recursos A-Frame (2024) de cada poliedro são criados inserindo os *links* (caminhos) dos arquivos que contém os poliedros modelados em arquivos de extensão *obj*.

A Figura 2 mostra o código para a modelagem de um pequeno dodecaedro estrelado em RV. Trata-se de um dos poliedros de Kepler-Poinsot formado por 12 pentagramas regulares. Este poliedro surgiu no ano 1.430 como um mosaico de Paolo Uccello no piso da catedral de San Marco, em Veneza. O pequeno dodecaedro estrelado foi redescoberto por Kepler (que usou o termo “ouriço”) em sua obra “Harmonice Mundi” em 1.619, e novamente por Poinsot em 1.809 (Weisstein, 2024).

Entre as linhas 10 e 12 do código da Figura 2 são definidos os *links* dos arquivos que contém o poliedro e suas arestas. Nas linhas 16 e 17 são inseridos os poliedros modelados na cena. Finalmente, entre as linhas 18 e 29 são usados os comandos *a-sphere* para representação dos 12 vértices do pequeno dodecaedro estrelado. Os outros poliedros não convexos são definidos usando

o mesmo tipo de arquivo HTML.

Figura 2. Código da modelagem de um pequeno dodecaedro estrelado em RV usando recursos A-Frame e HTML

```

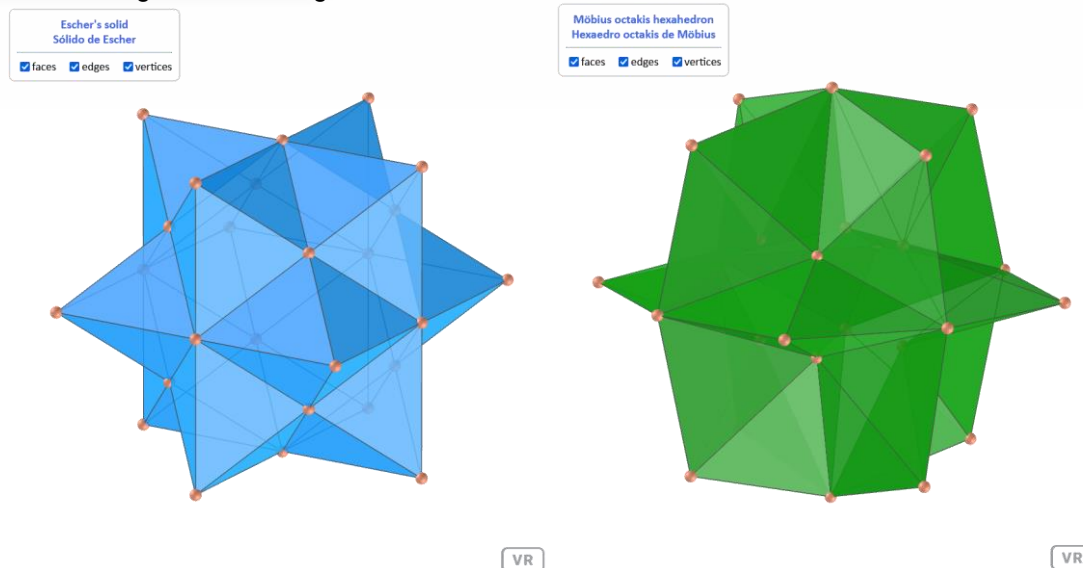
1 <!DOCTYPE html>
2 <html>
3 <head>
4 <script src="https://aframe.io/releases/1.3.0/aframe.min.js"></script>
5 </head>
6 <body>
7 <a-scene>
8 <a-entity camera></a-entity>
9 <a-assets>
10 <a-asset-item id="poliedro" src="poli/SmallStellatedDodecahedron.obj"></a-asset-item>
11 <a-asset-item id="linhas" src="poli/SmallStellatedDodecahedronL.obj"></a-asset-item>
12 <a-asset-item id="material" src="poli/solidos.mtl"></a-asset-item>
13 </a-assets>
14 <a-sky color="aliceblue"></a-sky>
15 <a-entity scale="8,8,8" position="0,0,0">
16 <a-obj-model src="#poliedro" mtl="#material"></a-obj-model>
17 <a-obj-model src="#linhas" mtl="#material"></a-obj-model>
18 <a-sphere position="0,0.5,0.309017" radius="0.017"></a-sphere>
19 <a-sphere position="0,-0.5,-0.309017" radius="0.017"></a-sphere>
20 <a-sphere position="0,-0.5,0.309017" radius="0.017"></a-sphere>
21 <a-sphere position="0.5,-0.309017,0" radius="0.017"></a-sphere>
22 <a-sphere position="-0.5,-0.309017,0" radius="0.017"></a-sphere>
...
28 <a-sphere position="0.309017,0,-0.5" radius="0.017"></a-sphere>
29 <a-sphere position="0,0.5,-0.309017" radius="0.017"></a-sphere>
30 </a-entity>
31 </a-scene>
32 </body>
33 </html>

```

Fonte: Elaborada pelo autor

A Figura 3 mostra as modelagens do sólido de Escher e do hexaedro octakis de Möbius utilizando arquivos com formato *obj*. Os modelos dos poliedros não convexos, as salas imersivas e os *QR codes* usados para a visualização de cada poliedro usando a tecnologia de Realidade Aumentada (RA) estão disponíveis na página: <https://paulohscwb.github.io/polyhedra/nonconvex/>

Figura 3. Modelagem do sólido de Escher e do hexaedro octakis de Möbius



Fonte: Elaborada pelo autor

3 DUALIDADE DE POLIEDROS

O conceito de dualidade na Geometria está associado com uma estrutura secundária de um poliedro. De acordo com Wenninger (2003), esta estrutura é definida pela correspondência biunívoca entre os vértices de um poliedro com as faces do outro poliedro. As arestas entre os pares de vértices de um poliedro têm a correspondência biunívoca com as arestas entre os pares de faces do poliedro dual.

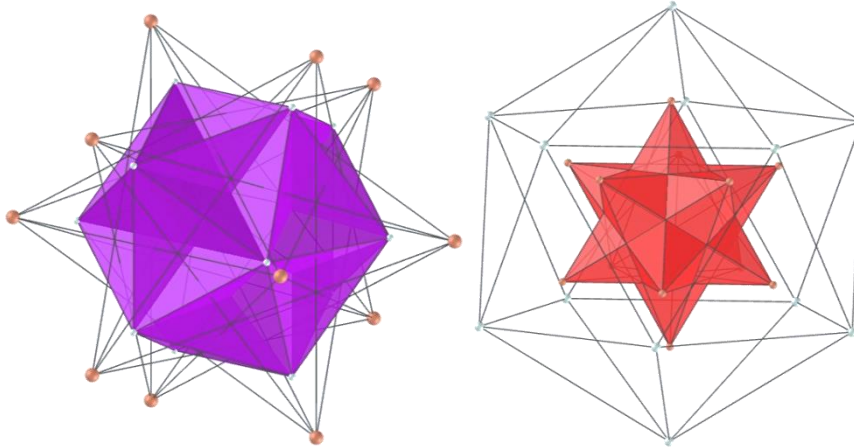
Considere o pequeno dodecaedro estrelado, que possui 12 faces pentagrâmicas, 30 arestas e 12 vértices (Figura 4). A correspondência entre cada face deste poliedro com os vértices do dual determina um sólido com 12 vértices e 12 faces denominado grande dodecaedro (Weisstein, 2024).

As arestas do poliedro dual são ortogonais às arestas do poliedro primal, e o dual do dual sempre é o poliedro primal. A Figura 5 apresenta o resultado das modelagens dos poliedros duais de Kepler-Poinsot, grande dodecaedro estrelado e grande icosaedro, utilizando arquivos com formato *obj*.

Alguns casos de poliedros não convexos chamam a atenção, pois produzem poliedros duais não usuais. Quando um conjunto de faces destes poliedros contém o centro do poliedro, os vértices do poliedro dual

correspondentes destas faces são pontos impróprios, ou seja, encontram-se a uma distância muito grande de cada uma das faces. Estes poliedros duais são representados por meio de prismas retos, com arestas laterais perpendiculares às faces do poliedro primal que passam pelo centro deste poliedro (Coxeter, 1973; Weisstein, 2024). A Figura 6 mostra a modelagem dos poliedros duais grande dodecahemidodecaedro e grande dodecahemidodecacron.

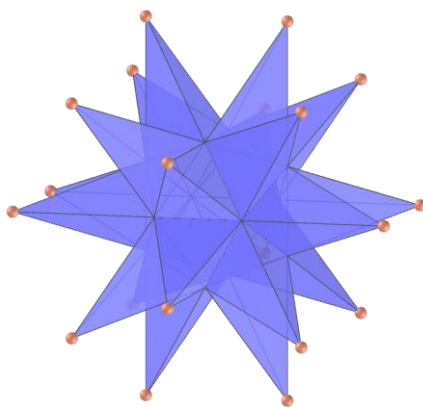
Figura 4. Correspondência entre arestas, faces e vértices entre os poliedros de Kepler-Poinsot pequeno dodecaedro estrelado e o grande dodecaedro



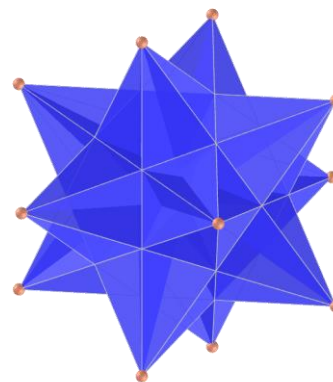
Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5. Modelagem dos poliedros grande dodecaedro estrelado e grande icosaedro

Great stellated dodecahedron
Grande dodecaedro estrelado
 faces edges vertices



Great icosahedron
Grande icosaedro
 faces edges vertices

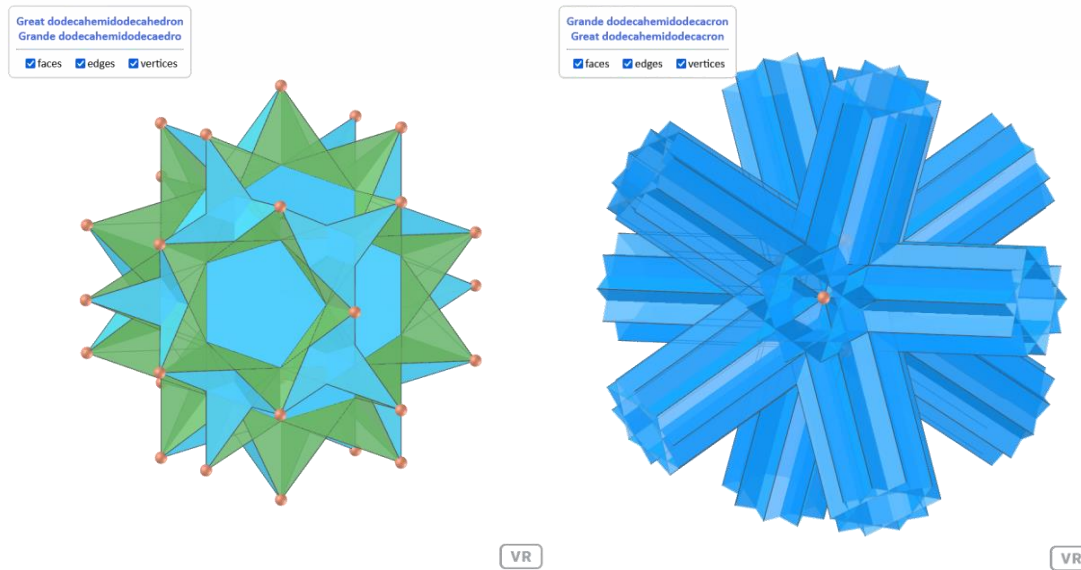


VR

VR

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 6. Modelagem dos poliedros duais grande dodecahemidodecaedro e grande dodecahemidodecacron



Fonte: Elaborada pelo autor

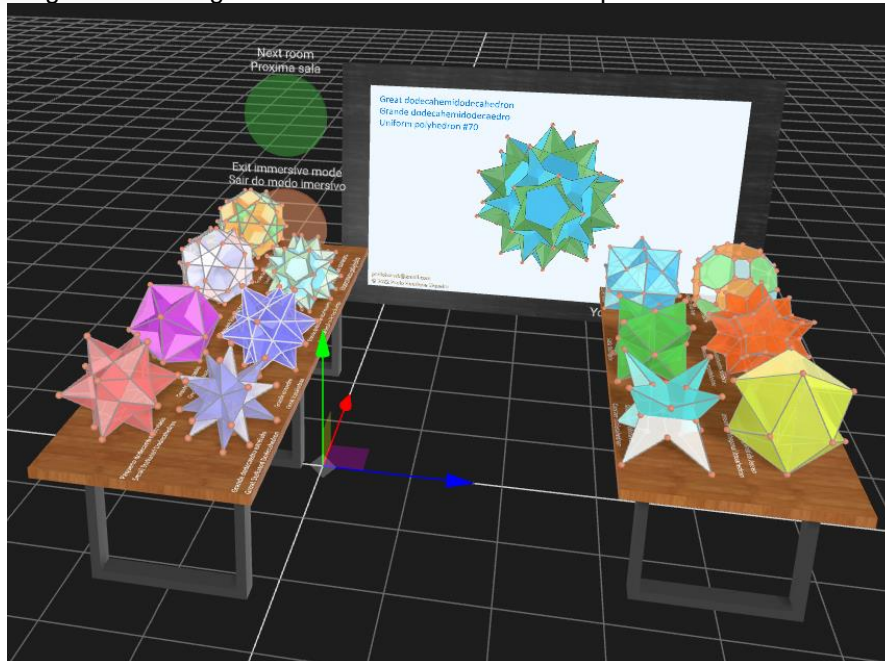
4 SALAS IMERSIVAS COM OS POLIEDROS MODELADOS

Os poliedros não convexos modelados foram inseridos em uma sala de imersão de RV, que pode ser acessada utilizando qualquer dispositivo com acesso à internet. Mesas de apoio para os poliedros, fotos equiretangulares de fundo e uma tela de projeção com as propriedades de alguns sólidos foram inseridas nos ambientes programados. A Figura 7 mostra uma visão geral do ambiente de uma sala virtual com os poliedros não convexos, sem a imagem equiretangular de fundo.

As propriedades de efeitos de gravidade e de sombras do A-Frame foram programadas nas salas virtuais, com o objetivo de melhorar a sensação de imersão. As Figuras 8 e 9 mostram as mesas com os poliedros não convexos, com a inserção da imagem de fundo em formato equiretangular (Tsyrukovich, 2024).

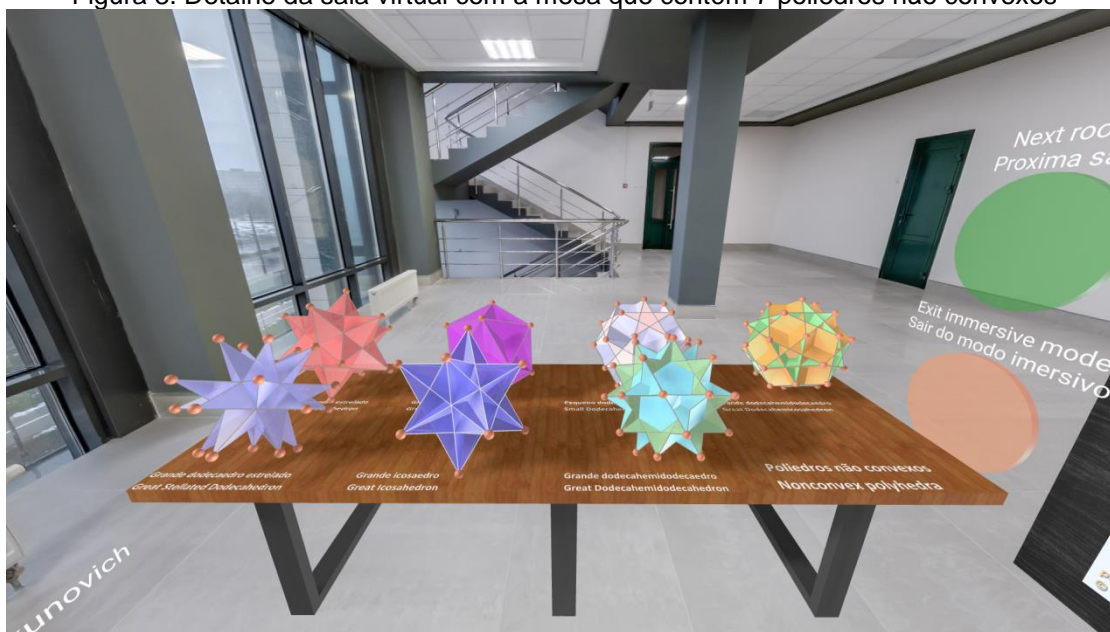
Os modelos dos poliedros estão apoiados nas mesas, com os rótulos que contém os respectivos nomes em inglês e português de cada sólido. Utilizando controles de óculos imersivos, o clique do mouse ou o touch do smartphone ou do tablet, o visitante pode movimentar os poliedros, mudar de sala virtual ou sair do ambiente imersivo.

Figura 7. Visão geral de uma sala virtual com os poliedros não convexas



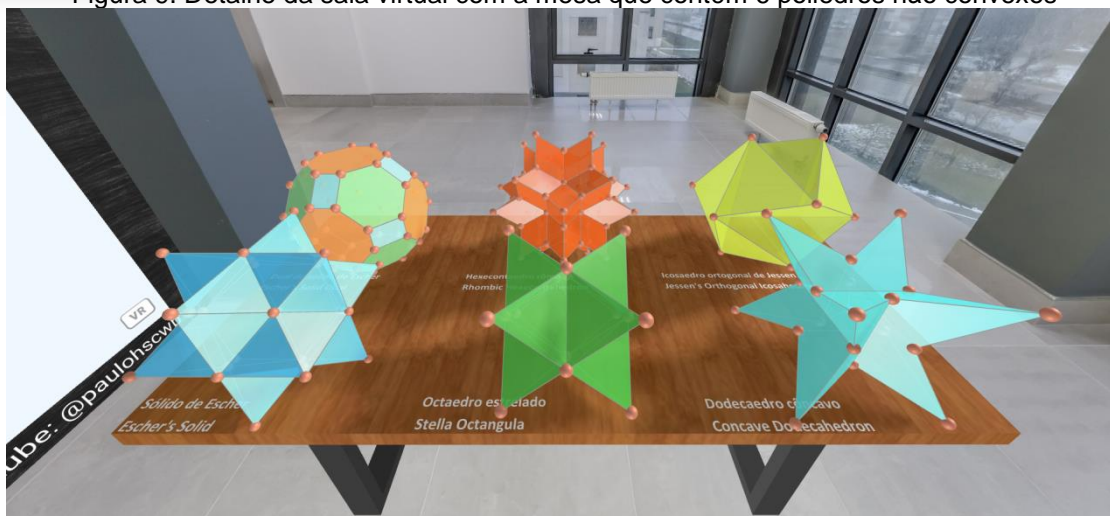
Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 8. Detalhe da sala virtual com a mesa que contém 7 poliedros não convexas



Fonte: Elaborada pelo autor

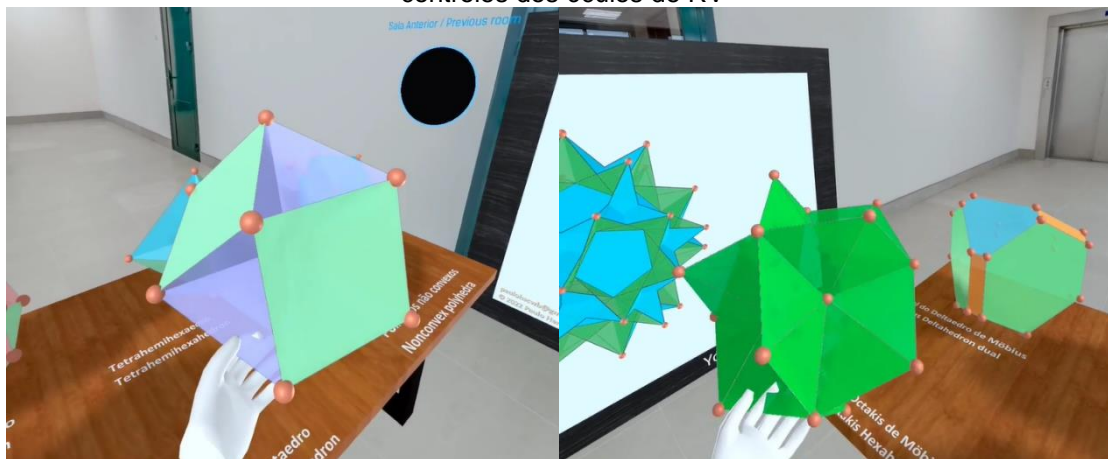
Figura 9. Detalhe da sala virtual com a mesa que contém 6 poliedros não convexos



Fonte: Elaborada pelo autor

A Figura 10 mostra o uso dos controles de manipulação dos óculos de Realidade Virtual na sala que contém os poliedros não convexos.

Figura 10. Detalhes da sala imersiva com as manipulações dos poliedros utilizando os controles dos óculos de RV



Fonte: Elaborada pelo autor

5 CONEXÃO ENTRE OS POLIEDROS E SEUS DUAIS

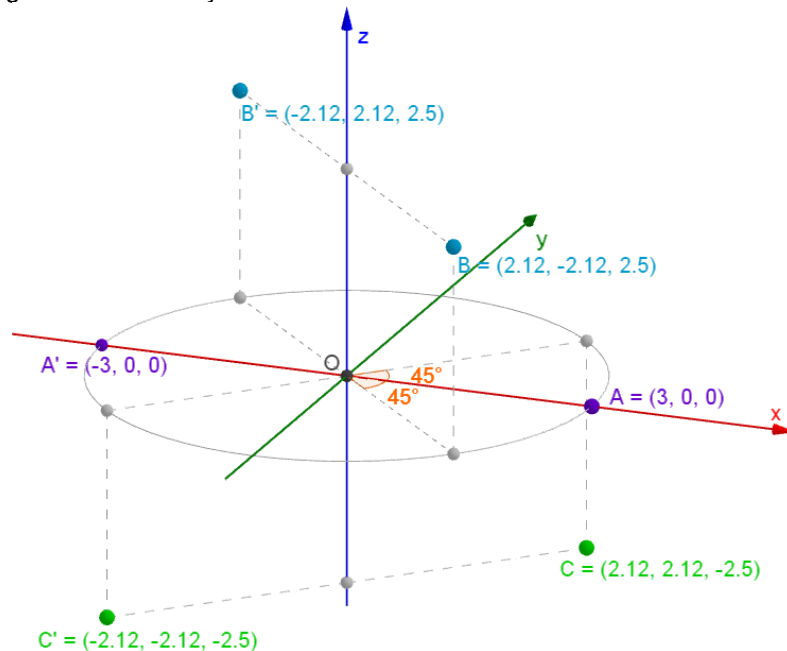
As relações entre os poliedros não convexos e seus respectivos duais podem ser compreendidas de forma mais eficiente quando são estabelecidas ligações entre estes sólidos. Uma fita de DNA pode servir de base para a visualização das ligações entre os elementos dos poliedros duais. A construção

de uma fita de DNA pode ser feita usando duas hélices cilíndricas simétricas em relação ao eixo z .

Considere o raio da hélice $r = 3$, e o primeiro par com um poliedro não convexo no ponto A e seu respectivo dual na posição simétrica A' (Figura 11). Cada par de poliedros está posicionado por meio de uma rotação de 45° , relativa ao eixo z , em comparação com o par anterior de poliedros. Logo, o segundo par de poliedros tem as coordenadas x e y iguais, que podem ser encontradas usando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo de hipotenusa r com catetos iguais: $x^2 + x^2 = r^2 \Rightarrow 2x^2 = 3^2 \Rightarrow x^2 = 4,5 \Rightarrow x \cong 2,12$.

Considerando-se a distância vertical $z = 2,5$, tem-se o segundo par de poliedros duais posicionados nos pontos B e B' . O terceiro par de poliedros possui a medida da coordenada $z = -2,5$ e localiza-se nas posições simétricas de B e B' em relação ao eixo x . Os outros pares de poliedros podem ser posicionados seguindo o mesmo raciocínio.

Figura 11. Construção de uma fita de DNA com duas hélices cilíndricas

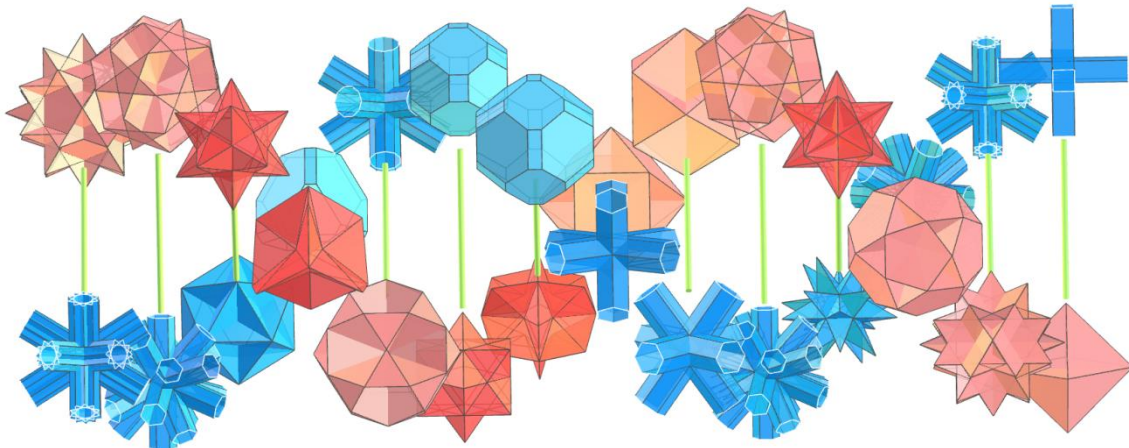


Fonte: Elaborada pelo autor

Para melhorar a visualização desta fita da DNA na sala virtual, foi considerada uma rotação das hélices com ângulo de 90° em torno do eixo y . A

Figura 12 mostra o resultado da modelagem desta fita de DNA com as duas hélices cilíndricas.

Figura 12. Modelagem da fita de DNA com as conexões entre os poliedros não convexos e seus respectivos duais



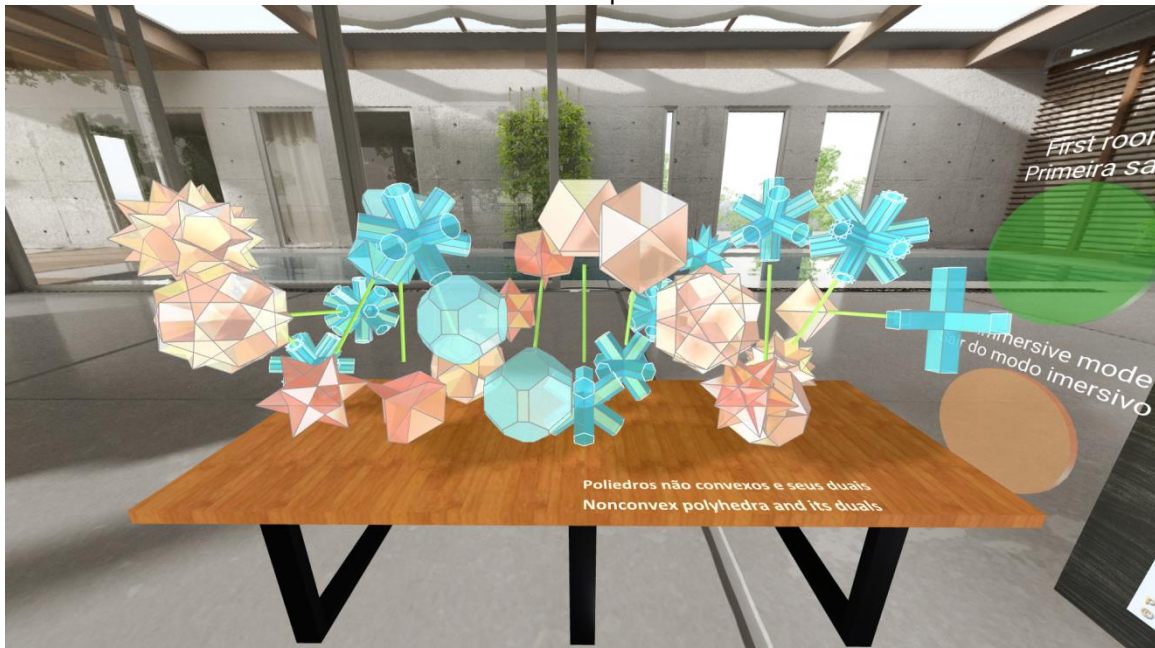
Fonte: Elaborada pelo autor

A modelagem da fita de DNA permite que os alunos enxerguem as sobreposições de vértices de um poliedro, que determinam os centros das faces de seu respectivo dual. Da mesma forma apresentada nos poliedros visualizados individualmente, os visitantes podem escolher a visualização somente de arestas ou somente de faces dos poliedros, além de manipular a visualização da fita de DNA.

Uma sala virtual imersiva foi criada para visualização destas conexões entre os poliedros não convexos e seus duais. A Figura 13 mostra o detalhe com a mesa, a fita de DNA e a imagem equiretangular (Hemul, 2024) no ambiente virtual criado.

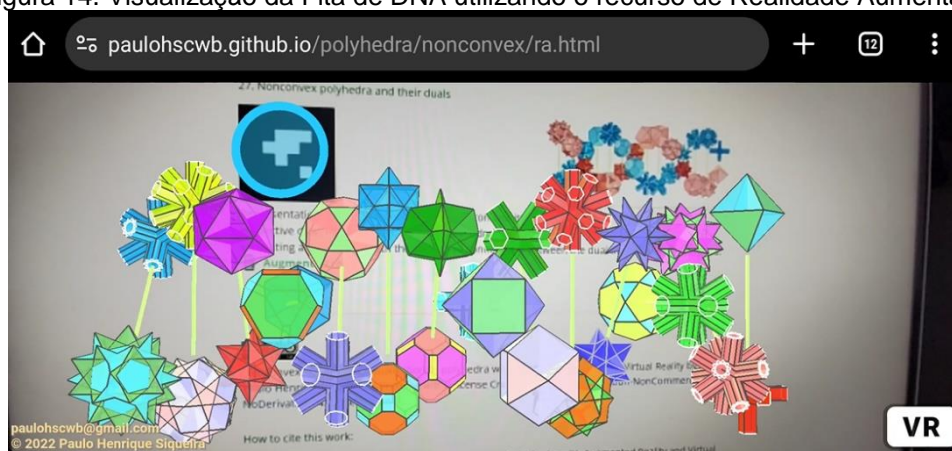
Além das salas virtuais e dos recursos individuais de visualização dos poliedros, a tecnologia de Realidade Aumentada (RA) pode ser usada para a visualização de cada poliedro e da fita DNA com as conexões entre os poliedros duais. A Figura 14 mostra o uso do recurso de RA para a visualização da fita DNA mostrada nesta seção.

Figura 13. Sala virtual com a fita de DNA que mostra as conexões entre os poliedros não convexos e seus respectivos duais



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 14. Visualização da Fita de DNA utilizando o recurso de Realidade Aumentada



Fonte: Elaborada pelo autor

6 CONCLUSÕES

Este artigo mostra o uso de páginas web para a criação de ambientes de visualização de poliedros não convexos e seus respectivos duais, por meio de tecnologias de Realidade Virtual e Realidade Aumentada. Utilizando-se os marcadores impressos, os visitantes podem visualizar os sólidos em RA em

qualquer dispositivo com webcam e acesso à internet, com links para as visualizações em RV.

A modelagem de poliedros e a criação das salas virtuais mostradas neste trabalho utilizam as estruturas de hierarquias da programação de páginas web com *scripts* A-Frame, facilitando a inserção de vários poliedros em uma mesma página. O resultado mostra que se trata de uma ferramenta útil para uso em sala de aula, pois permite que os alunos visualizem e manipulem as representações gráficas dos poliedros em seus dispositivos ou que usem os óculos de RV para imersão completa nas salas virtuais.

Os ambientes programados podem ser explorados em aulas de Geometria, auxiliando na compreensão dos elementos dos poliedros ou em tópicos como cálculos de áreas e volumes, relação de Euler, seções planas ou simplesmente na visualização de cada sólido modelado. A fita DNA modelada neste trabalho auxilia na visualização das conexões existentes entre os elementos dos poliedros não convexos e seus respectivos duais.

Os elementos que formam os poliedros modelados podem ser visualizados em RV e RA e os visitantes podem movimentar a câmera da cena para encontrarem os melhores pontos de vista dos sólidos com ferramentas desenvolvidas para o A-frame para orbitar a câmera em torno dos objetos.

As ferramentas de programação de páginas de web mostradas neste trabalho são simples e intuitivas, e podem ser usadas em salas de aula com materiais impressos ou com os óculos imersivos. Os alunos acessam a página programada em RA, visualizam os sólidos com seus respectivos marcadores impressos e podem interagir com os poliedros programados em RV.

Nas salas virtuais, os alunos podem interagir, movimentar e visualizar os poliedros por meio dos controles dos óculos imersivos. Com todas as ferramentas mostradas neste trabalho, os alunos podem explorar os conceitos geométricos dos poliedros de forma mais eficiente e dinâmica.

Os recursos didáticos desenvolvidos em RA e RV para a visualização dos poliedros não convexos servem para melhorar a qualidade do ensino na área de Geometria Espacial, pois auxiliam na visualização destes poliedros e na compreensão de suas propriedades. Como tratam-se de poliedros não triviais,

os recursos didáticos auxiliares são imprescindíveis para a compreensão destes sólidos pelos estudantes. Vale lembrar que os recursos didáticos são instrumentos complementares aos materiais didáticos tradicionais, e que auxiliam na transformação de ideias em fatos.

A criação de ambientes de RA e RV como páginas da web para uso em sala de aula tem algumas vantagens, tais como a praticidade, o baixo custo, o ótimo desempenho, a simplicidade de programação e o funcionamento em todos os tipos de dispositivos. Os carregamentos das páginas programadas com RA e RV são quase imediatos, pois são construídas em HTML com referências de bibliotecas de RV desenvolvidas com a linguagem *JavaScript*.

Os alunos não precisam fazer *download* de aplicativos e diversos marcadores podem ser usados em uma mesma página programada em HTML, que permitem a criação de materiais didáticos com diversos temas programados em RA e RV. Esta ferramenta pode ser usada em outras disciplinas, tais como Cálculo Diferencial e Integral, Biologia, Química, Física, Estatística, Engenharia e outras áreas que utilizam representações gráficas em 3D.

As modelagens apresentadas neste artigo podem ser usadas em outros conjuntos de poliedros não triviais, tais como poliedros toroidais ou fractais de poliedros. As sugestões para trabalhos futuros incluem a modelagem de objetos que utilizam os poliedros não convexos, a inserção de ferramentas de *gamificação* e a programação de outras formas de interações com os visitantes nas salas virtuais.

REFERÊNCIAS

- A-FRAME. **A-frame documentation of Virtual Reality**. Disponível em: <https://aframe.io/docs/1.3.0/introduction/> Acesso em: 08 jul. 2024.
- ANDRADE, C. B.; SANTOS, J. C. B.; MOURA, V. C. S. **Comparação entre os métodos de ensino aprendizagem, com e sem a utilização de materiais manipuláveis**. Revista Científica Doctum: Educação, v. 1, n. 2, p. 1-15, 2017.
- COXETER, H. S. M. **Regular Polytopes**, New York: Dover, 1973.
- DELGADO, T.; BHARK, S. J.; DONAHUE, J. **Pandemic Teaching: Creating and teaching cell biology labs online during COVID-19**. Biochemistry and Molecular Biology Education, v. 49, n. 1, p. 32-37, 2021.
- FILEFORMAT. **Wavefront OBJ File Format Summary**. Disponível em: <https://www.fileformat.info/format/wavefrontobj/egff.htm> Acesso em: 08 jul. 2024.
- de GEUS, K. *et al.* **Immersive Serious Game-style Virtual Environment for Training in Electrical Live Line Maintenance Activities**. In: Proceedings of the 12th International Conference on Computer Supported Education (CSEDU 2020), Vol. 2, pp. 42-53, 2020.
- HEMUL. **Imagem equiretangular produzida por Hemul75**. Disponível em: <https://depositphotos.com/photo/360-panorana-of-empty-modern-interior-room-3d-rendering-445536720.html> Acesso em: 08 jul. 2024.
- KARASMAILOGLU, F.; YILDIRIM, M. **The effect of 3D modeling performed using Tinkercad or concrete materials in the context of the flipped classroom on pre-service teachers' spatial abilities**. Research in Science & Technological Education, v. 42, n. 1, p. 1-20, 2023.
- KOMIKESARI, H. *et al.* **Development of e-module using flip pdf professional on temperature and heat material**. Journal of Physics: Conference Series, v. 1572, n. 1, p. 12-17, 2020.
- KUMAR, V. V. *et al.* **Virtual reality in chemical and biochemical engineering education and training**. Education for Chemical Engineers, v. 36, p. 143-153, 2021.
- MAROUKAS, A. *et al.* **Virtual reality in education: a review of learning theories, approaches and methodologies for the last decade**. Electronics, v. 12, n. 13, p. 1-21, 2023.
- MELINDA, V.; WIDJAJA, A. E. **Virtual Reality Applications in Education**. International Transactions on Education Technology, v. 1, n. 1, p. 68-72, 2022.

OLUMORIN, C. O.; BABALOLA, E. O.; AYOOLA, D. A. **Design and development of human excretory system model to teach a biology concept in Ilorin, Nigeria.** Indonesian Journal of Teaching in Science, v. 2, n. 2, p. 107-116, 2022.

PIRKER, J. *et al.* **Virtual reality in computer science education: A systematic review.** In Proceedings of the 26th ACM symposium on virtual reality software and technology, Canada, p. 1-8, 2020.

POTTLE, J. **Virtual reality and the transformation of medical education.** Future healthcare journal, v. 6, n. 3, p. 181-185, 2019.

QUIGLEY, M. T. **Concrete Materials in Primary Classrooms: Teachers' Beliefs and Practices about How and Why They Are Used.** Mathematics Teacher Education and Development, v. 23, n. 2, p. 59-78, 2021.

ROZAL, E. *et al.* **The effect of project-based learning through YouTube presentations on English learning outcomes in physics.** AL-Ishlah: Jurnal Pendidikan, v. 13, n. 3, p. 1924-1933, 2021.

SIQUEIRA, P. H. **Visualization of Archimedean and Platonic polyhedra using a web environment in Augmented Reality and Virtual Reality.** International Journal for Innovation Education and Research, v. 9, n. 11, p. 1-13, 2021.

SOLIMAN, M. *et al.* **The application of virtual reality in engineering education.** Applied Sciences, v. 11, n. 6, p. 1-14, 2021.

TSYRKUNOVICH, I. **Imagem equiretangular produzida por Ivan Tsyrkunovich.** Disponível em: <https://pt.vecteezy.com/foto/22330068-cheio-desatado-esferico-hdri-360-panorama-visao-dentro-esvaziar-moderno-corredor-com-colunas-portas-e-panoramico-janelas-dentro-equirretangular-projecao-pronto-para-ar-vr-conteudo> Acesso em: 08 jul. 2024.

WEISSTEIN, E. W. **Miscellaneous Polyhedra. MathWorld--A Wolfram Web Resource.** Disponível em: <http://mathworld.wolfram.com/topics/MiscellaneousPolyhedra.html> Acesso em 08 jul. 2024.

WENNINGER, M. J. **Dual models.** Cambridge University Press, 2003.