

ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS POR NUVEM DE PARTÍCULAS

Bárbara de Cássia Xavier Cassins Aguiar

Universidade Federal do Paraná
Centro Politécnico - Edifício da Administração - 4º Andar
Jardim das Américas - Curitiba - PR
babi.eg@ufpr.br

Paulo Henrique Siqueira

Universidade Federal do Paraná
Centro Politécnico - Edifício da Administração - 4º Andar
Jardim das Américas - Curitiba - PR
paulohs@ufpr.br

Luzia Vidal de Souza

Universidade Federal do Paraná
Centro Politécnico - Edifício da Administração - 4º Andar
Jardim das Américas - Curitiba - PR
luzia@ufpr.br

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo sobre o algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas (PSO) aplicado ao problema de roteirização de veículos no transporte escolar. Um estudo sobre o comportamento do algoritmo PSO é realizado. Os experimentos foram executados com as bases de dados de quatro municípios do estado do Paraná. Neste contexto, os testes iniciais realizados apresentaram resultados promissores, pois foram capazes de produzir um resultado satisfatório, em termos de custo computacional e qualidade da solução para o problema da roteirização de veículos escolares. Os resultados obtidos foram comparados às rotas que são efetivamente realizadas em cada município e com a heurística *Location Based Heuristic (LBH)*

PALAVRAS CHAVE. Otimização, Nuvem de Partículas, Transporte Escolar.

L&T - Logística e Transportes

MH - Metaheurísticas

ABSTRACT

This paper presents a study on the algorithm of Particle Swarm Optimization (PSO) applied to the problem of vehicle routing in school transportation. A study of the behavior of the PSO algorithm is performed. The experiments were performed with the databases of four counties in the state of Paraná. In this context, the initial tests carried out showed promising results, they have been able to produce a satisfactory result in terms of computational cost and quality of the solution to the problem of vehicle routing school. The results were compared to routes that are actually performed in each municipality and the heuristics *Location Based Heuristic (LBH)*.

KEYWORDS. Optimization, Cloud Particle, School Transportation.

L & T - Logistics and Transport

MH - Metaheuristics

1. Introdução

O problema de roteirização de veículos consiste em definir roteiros de veículos que minimizem o custo total de atendimento, cada um dos quais iniciando e terminando no depósito ou base dos veículos, assegurando que cada ponto seja visitado exatamente uma vez e a demanda em qualquer rota não exceda a capacidade do veículo que a atende (Laporte *et al.*, 2000).

CUNHA (2000) define roteirização de veículos como o termo utilizado para designar o processo de determinação de um ou mais roteiros ou sequências de paradas a serem cumpridas por veículos de uma frota, com o objetivo de visitar um conjunto de pontos geograficamente dispersos, em locais pré-determinados, que necessitam de atendimento.

Os modelos de roteirização têm a função de determinar a melhor rota para coleta, entrega ou visitas para atendimento de solicitações de serviços e de definir os pontos de parada em cada roteiro de um dado veículo. Adicionalmente, podem servir de subsídio à determinação do número de veículos envolvidos e suas capacidades num processo de roteirização (BALLOU, 1993), de forma a reduzir os custos de transporte e o tempo de atendimento aos clientes.

Segundo o INEP (2006) o transporte escolar representa o segundo maior custo com educação para os municípios. Deve-se isso principalmente aos custos de manutenção exigidos e a aquisição de veículos apropriados e seguros para o transporte dos alunos (SOUZA, 2004). Além de ser necessário observar o tempo de viagem dos estudantes, a lotação dos veículos, os horários de entrada e saída das escolas, dentre outros. Tudo isto torna o transporte escolar caro e difícil de ser gerenciado sem pessoal técnico e ferramentas adequadas.

Sob a ótica de otimização, os problemas de roteirização de veículos, pertencem à categoria conhecida como *NP-hard*, o que significa que possuem ordem de complexidade exponencial.

No problema do transporte escolar (PTE), os veículos coletam os estudantes em seus pontos de parada e os entregam em suas respectivas escolas.

Segundo a literatura abrangente de Park & Kim (2010), os problemas de roteirização do transporte escolar disponíveis na literatura são normalmente desenvolvidos em um processo que envolve cinco etapas principais com algoritmos e aplicações existentes para estudos de casos reais, são elas: identificação dos pontos de parada dos ônibus; atribuição dos alunos aos pontos de parada; geração da rota de cada ônibus; ajuste do tempo de início da aula na escola; e agendamento da rota.

Uma revisão detalhada sobre esta família de algoritmos mostra que não há uma abordagem dominante para resolver este problema, estando intimamente relacionado com outros tipos de problemas.

O problema de roteamento de ônibus escolar foi exaustivamente estudado no campo da pesquisa operacional desde o seu primeiro aparecimento em uma publicação de Newton e Thomas (1969), formulado como uma variação do problema de roteamento de veículo tradicional. No entanto, a pesquisa sobre este problema continua atual, pois as aplicações do problema aos casos reais apresentam configurações diferentes do sistema e restrições específicas (Park e Kim, 2010).

A seguir, é descrito o modelo matemático do problema de roteamento de veículos capacitado apresentado por Bodin et al. (1983):

$$\text{Minimizar } \sum_{k=1}^k \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N C_{ij}^K X_{ij}^K \quad (1)$$

Sujeito a:

$$X_{ij}^K = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ faz a viagem do cliente } i \text{ para o } j, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases} \quad (2)$$

$$\sum_{K=1}^K \sum_{i=0}^N X_{ij}^k = 1, \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (3)$$

$$\sum_{K=1}^K \sum_{j=0}^N X_{ij}^k = 1, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

$$\sum_{i=0}^N X_{it}^k - \sum_{j=0}^N X_{ij}^k = 0, \quad t = 1, 2, \dots, N, \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N d_{ij}^k X_{ij}^k \leq D_k, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (6)$$

$$\sum_{j=0}^N q_j \left(\sum_{i=0}^N X_{ij}^k \right) \leq Q_k, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^N X_{0j}^k \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^N X_{i0}^k \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (9)$$

$$X_{ij}^k \in \{0, 1\}, i, j = 0, 1, 2, \dots, N; k = 1, 2, \dots, K, \quad (10)$$

A função objetivo (1) minimiza o custo total das rotas. As restrições (3) e (4) garantem que cada cliente é atendido exatamente uma vez. A restrição (5) garante a continuidade da rota. A restrição (6) garante que o comprimento total de uma rota tem um limite D . A restrição (7) garante que em qualquer ponto da rota, a lotação de cada veículo não excederá sua respectiva capacidade. As restrições (8) e (9) expressam que a disponibilidade do veículo não pode ser excedida. A restrição (10) assegura que a variável leva apenas o número inteiro 0 ou 1.

Este trabalho apresenta uma estratégia de solução para o Problema do transporte escolar em alguns municípios do Estado do Paraná. Um estudo sobre o algoritmo de Otimização por Enxame de Partícula (PSO) aplicado ao problema de roteirização de veículos no transporte escolar é apresentado.

Com a aplicação da metodologia proposta, espera-se reduzir o tempo de permanência dos alunos dentro dos veículos, reduzir os custos referentes à quilometragem diária total e o número total de veículos utilizados no transporte dos alunos.

Este trabalho está organizado da seguinte maneira: na Seção 2 discutimos, brevemente, alguns dos principais trabalhos publicados recentemente para solucionar o Problema de Roteirização de Veículos e o Problema do Transporte Escolar. Na seção 3 a técnica de otimização por nuvem de partículas é apresentada. Na seção 4 definimos o problema específico tratado no artigo e descrevemos sua solução por meio da Otimização por nuvem de partículas. Isto é seguido, na Seção 5, onde são apresentadas as conclusões e considerações finais do estudo.

2. Revisão Bibliográfica

Nesta seção são apresentados alguns dos principais trabalhos publicados recentemente para solucionar o Problema de Roteirização de Veículos e o Problema do Transporte Escolar.

Mirhassani e Abolghasemi (2011), utilizaram a técnica Nuvem de Partículas (PSO) para resolver o problema de roteamento de veículo aberto (OVRP), que é um problema conhecido de otimização combinatória. Em OVRP, o veículo não retorna ao depósito depois de atender o último cliente em uma rota. Um método de descodificação em particular é proposto para a execução de PSO para o OVRP. Neste problema um vetor de posição do cliente foi construído em ordem decrescente. Avaliações experimentais em conjuntos de dados demonstraram a competitividade do algoritmo proposto. Os resultados computacionais mostram que o método PSO proposto é eficaz para solucionar problemas de OVRP.

Souza (2006), apresenta algoritmos baseados na técnica de otimização por nuvem de partículas para dois problemas de otimização combinatória: o Problema do Caixeiro Viajante e o Problema da Árvore Geradora Mínima Restrita em Grau Multicritério. Os resultados foram comparados com três heurísticas de alta qualidade para estes problemas. A comparação dos resultados mostrou que o algoritmo proposto supera as três heurísticas em relação aos melhores resultados.

Cheng et al.(2005) utilizaram um algoritmo híbrido discreto de otimização por enxame de partículas para o problema de roteamento de veículos capacitado. O algoritmo utilizado combina pesquisa global e busca local para encontrar os melhores resultados e usa Simulated Annealing para evitar que o resultado fique preso em um ótimo local. O estudo mostrou que o tempo computacional do algoritmo proposto é viável e que a abordagem é eficaz para problemas de roteamento de veículos capacitado, especialmente para problemas de grande porte.

No trabalho de Park e Kim (2010) os autores apresentaram uma revisão dos problemas de roteirização escolar, onde são apresentados alguns métodos para solução do problema, tais como *Simulated Annealing*, *Deterministic Annealing*, Busca Tabu, Algoritmos Genéticos, Colônia de Formigas e Redes Neurais Artificiais. Os problemas são separados de acordo com suas principais características, tais como frota homogênea ou heterogênea, número de escolas atendidas, e a quantidade de turnos de atendimento.

Em Steiner *et al.* (2000) os autores abordam o problema do transporte escolar aplicado a um caso real. Primeiramente os pontos foram divididos em grupos (*clusters*), e em cada grupo foi gerada uma semente inicial que tinha a função do depósito. Foram criadas as rotas para cada grupo utilizando o algoritmo de construção de rotas de Clarke e Wright, e em seguida, foi aplicado o algoritmo de melhoria *2-opt* na rota construída e entre as demais rotas. A economia obtida ficou em torno de 20% na quilometragem total percorrida diariamente.

Ai e Kachitvchyanukul (2008) abordam o problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea propondo um algoritmo que envolve otimização por enxame de partículas. Para entrar no percurso, cada partícula é transformada em uma lista de prioridades por cliente, e uma matriz de prioridade de veículos para servir cada cliente é criada. As rotas de veículos são construídas com base na lista de prioridades da matriz de veículos. O resultado computacional mostra que o método proposto é competitivo com outros resultados publicados para resolver o problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea.

No trabalho de Siqueira e Souza (2012) o problema de roteirização de veículos é aplicado ao transporte escolar. A metodologia utilizada é composta de três fases: a primeira consiste na determinação de pontos de parada dos veículos; na segunda são calculadas as distâncias reais a partir das informações das vias de cada município e na terceira as rotas são formadas aplicando a heurística *Location Based Heuristic (LBH)*. Os testes foram realizados em 20 municípios do estado do Paraná. Os resultados obtidos foram comparados às rotas que são efetivamente realizadas em cada município, verificando-se uma economia que varia de 3 a 39% na quilometragem total percorrida e no número de veículos utilizados, além de uma redução

considerável na quantidade de pontos de parada dos veículos.

No trabalho de Martinez e Viegas (2010) foi desenvolvido um projeto de implementação de um serviço de roteamento de veículos para escolas de Lisboa. A concepção do trabalho introduz um processo integrado baseado em formulações tradicionais do problema de roteamento de veículos com uma programação linear inteira mista (PLIM). A solução adotada foi dividir o problema em duas etapas: uma primeira etapa identifica os pontos de parada com maior número de alunos, e a segunda etapa calcula as rotas ideais que atendem os pontos de parada. Os resultados mostram que o modelo é eficaz para problemas de médio porte.

O trabalho de Cunha e Gualda (1999), trata da formulação e do desenvolvimento de uma estratégia de solução para o modelo matemático que representa os problemas de roteirização e programação de frotas de veículos, com as restrições de janelas de tempo dos clientes, capacidade dos veículos e duração máxima das viagens. O trabalho descreve três heurísticas desenvolvidas para resolver o problema, as quais se baseiam na relaxação Lagrangiana de parte das restrições. As heurísticas desenvolvidas apresentam um desempenho equivalente ou superior, em termos de qualidade das soluções, em comparação aos modelos testados da literatura. As heurísticas foram ainda aplicadas com sucesso a um problema real de distribuição urbana em São Paulo.

3. Otimização por Nuvem de Partículas

A técnica de otimização Particle Swarm Optimization (PSO), traduzida para o português como Otimização por Enxame de Partículas foi proposta por Kennedy e Eberhart (1995), tal como outras meta-heurísticas recentemente desenvolvidas, foi inspirada no comportamento social encontrado em populações. A técnica foi desenvolvida a partir da observação de bandos de pássaros e cardumes de peixes em busca de alimento em uma determinada região. Ao analisar o comportamento desses grupos, observa-se que o comportamento do grupo é influenciado pela experiência individual acumulada por cada indivíduo bem como pelo resultado da experiência acumulada pelo grupo. A população no PSO, denominada nuvem (ou enxame), é composta por partículas que são soluções candidatas para o problema.

De acordo com Eberhart e Kennedy (1998), a PSO possui muitas similaridades com os Algoritmos Genéticos. Apesar de não possuir operadores genéticos, sua população evolui no espaço de busca através da melhoria das posições das partículas, a cada iteração, rumo a melhores soluções.

PSO possui uma estratégia de busca extremamente eficiente. Vantagens do algoritmo podem ser ressaltadas em Kennedy e Eberhart (1995):

- (i) possui fácil implementação computacional, já que uma versão do algoritmo com poucos ajustes pode apresentar uma larga variedade de aplicações (HU et al., 2003);
- (ii) utiliza pouca memória e requer pouca velocidade de processamento; e
- (iii) o processo de busca é racionalizado pelo contínuo aprendizado das partículas.

Sejam $\vec{X}_i(t) = \{x_{i,1}(t), \dots, x_{i,n}(t)\}$ e $\vec{V}_i(t) = \{v_{i,1}(t), \dots, v_{i,n}(t)\}$, respectivamente, a posição (o próprio vetor candidato à solução) e a velocidade (sua taxa de mudança), da partícula i no tempo t , em um espaço de busca n -dimensional. Considere também $\vec{pBest}_i(t) = \{pBest_{i,1}(t), \dots, pBest_{i,n}(t)\}$ a melhor posição encontrada pela partícula i até o tempo t e $\vec{gBest}_i(t) = \{gBest_{i,1}(t), \dots, gBest_{i,n}(t)\}$ a melhor posição encontrada pelo grupo até o tempo t .

No algoritmo PSO padrão, as partículas são manipuladas de acordo com as seguintes equações:

$$v_{i,n}(t+1) = w * v_{i,n}(t) + c_1 * \phi_1 * (pBest_{i,n}(t) - x_{i,n}(t)) + c_2 * \phi_2 * (gBest_{i,n}(t) - x_{i,n}(t))$$

$$x_{i,n}(t+1) = x_{i,n}(t) + v_{i,n}(t+1)$$

onde ϕ_1 e ϕ_2 são números randômicos uniformemente distribuídos entre 0 e 1. O coeficiente w determina o quanto a velocidade anterior influencia na velocidade atual c_1 e c_2 são constantes de aceleração e determinam a influencia de $pBest$ e $gBest$ sobre a partícula.

O procedimento para implementação do algoritmo PSO é regido pelas seguintes etapas Tebaldi et. al (2006):

- (i) iniciar uma população (matriz) de partículas, com posições e velocidades em um espaço de problema n dimensional, aleatoriamente com distribuição uniforme;
- (ii) para cada partícula, avaliar a função de aptidão (função objetivo a ser minimizada);
- (iii) comparar a avaliação da função de aptidão da partícula com o $pbest$ da partícula. Se o valor corrente é melhor que $pbest$, então o valor de $pbest$ passa a ser igual ao valor da função de aptidão da partícula, e a localização do $pbest$ passa a ser igual a localização atual no espaço n dimensional;
- (iv) comparar a avaliação da função de aptidão com o prévio melhor valor de aptidão da população. Se o valor atual é melhor que o $gbest$, atualizar o valor de $gbest$ para o índice e valor da partícula atual;
- (v) modificar a velocidade e a posição da partícula de acordo com as equações 1 e 2, respectivamente.

4. Algoritmo proposto

4.1 Descrição do Problema Real

No problema real a ser solucionado, estudantes do ensino fundamental e médio, que residem no interior do estado são transportados até suas respectivas escolas em seus períodos de estudo. O serviço de transporte é de responsabilidade das secretarias municipais de educação, e cada município é encarregado de designar a frota de veículos que será utilizada para fazer o transporte dos estudantes. Em geral estes veículos pertencem a empresas terceirizadas, e o custo é calculado por quilômetro rodado, de acordo com a frota utilizada.

O modelo matemático associado a esse problema visa a minimização do custo total de entrega e/ou coleta de cargas ou passageiros, considerando as restrições de janelas de tempo, de duração máxima da jornada, e de capacidade dos veículos. As quantidades a serem transportadas são determinísticas e conhecidas a priori. A frota pode ser homogênea ou heterogênea (composta de veículos de diferentes tamanhos e capacidades).

A heterogeneidade da frota aumenta consideravelmente a complexidade do problema de roteirização. Em alguns problemas pode haver limitações quanto ao número de veículos de cada tipo que estão disponíveis para utilização, além da eventual limitação da frota como um todo.

Esta heurística busca minimizar o número de veículos utilizados, através do seu máximo aproveitamento e, para cada um dos veículos, obter a solução mais eficiente em termos da distância e/ou tempo de viagem.

4.2 PSO Discreto

Devido às suas capacidades globais e locais de exploração, simplicidade na codificação e consistência na performance, o Algoritmo PSO tem sido amplamente aplicado em muitos campos, embora o algoritmo PSO tenha sido originalmente proposto para problemas de otimização contínua, neste trabalho, são utilizados dados discretos para processar os problemas.

Para resolução do problema do transporte escolar, por meio do PSO, foi utilizada a seguinte codificação: cada partícula consiste em um vetor de ordem n , em que cada posição na partícula representa o veículo utilizado no transporte considerando a sua capacidade, a localização do aluno e a localização da escola. Em outras palavras, tal codificação representa o vetor de variáveis de decisão x .

O caso real abordado neste artigo e a base de dados disponível oferecem uma ótima oportunidade para o desenvolvimento de uma metodologia capaz de contribuir para formatação e alternativas para implementações práticas para o transporte, e especificamente o transporte escolar.

4.3 Experimentos Realizados

Os experimentos foram realizados com as bases de dados de quatro municípios do estado do Paraná, são eles: Abatiá, Santa Amélia, Santa Mariana e Tunas do Paraná. Estes dados foram disponibilizados pela Secretaria de Educação do Estado (SEED) e pela Secretaria de Desenvolvimento Urbano (SEDU).

Tabela 1: Dados das escolas, dos alunos que utilizam o Transporte Escolar, e dos veículos

Município	Alunos	Escolas	Veículos	Capacidade Total
Abatiá	210	8	11	449
Santa Amélia	99	3	4	57
Santa Mariana	23	6	12	400
Tunas do Paraná	627	3	8	296

Os resultados foram comparados aos obtidos com o auxílio de um aparelho de *GPS* (*Global Positioning System*), utilizado para o mapeamento das rotas do Transporte Escolar que são efetivamente realizadas em cada município e com os resultados da heurística *Location Based Heuristic* (*LBH*) (Bramel e Simchi-Levi,1995) apresentada no trabalho de Siqueira e Souza (2012) . Este estudo das rotas foi feito através do levantamento das coordenadas dos pontos de embarque e desembarque dos alunos de cada cidade, com o registro da quilometragem total e do veículo designado para cada rota.

O algoritmo PSO foi executado com os parâmetros: tamanho de população (enxame) de 100 partículas, fator de inércia com decaimento linear de 0,9 a 0,4.

A aplicação da metodologia apresentada neste trabalho proporcionou uma economia para estes municípios que varia entre 6,63% e 11,88% na quilometragem total diária, conforme mostrado na Tabela 2.

Tabela 2: Resultados da aplicação da técnica *PSO* para 4 municípios do Paraná

Município	Veículos	Técnica	Pontos de parada	Veículos utilizados	km total	Economia (%)
Abatia	11	<i>GPS</i>	285	11	776.681	10,96
		<i>LBH</i>	97	11	568.006	
		<i>PSO</i>	97	11	505.706	
Santa Amelia	4	<i>GPS</i>	64	4	181.677	11,88
		<i>LBH</i>	30	4	169.066	
		<i>PSO</i>	30	4	148.972	
Santa Mariana	12	<i>GPS</i>	137	12	801.693	6,63
		<i>LBH</i>	76	12	711.682	
		<i>PSO</i>	76	12	664.471	
Tunas do Paraná	8	<i>GPS</i>	294	8	1.126.980	-
		<i>LBH</i>	80	8	870.876	
		<i>PSO</i>	80	8	978.106	

5. Conclusões

Neste trabalho foi apresentada uma metodologia para resolução do problema de roteirização do Transporte Escolar para quatro municípios do estado do Paraná utilizando o algoritmo Otimização por Nuvem de Partículas.

A experiência computacional realizada mostrou que o algoritmo desenvolvido pôde obter soluções de boa qualidade. O processo de aprendizagem coletiva das partículas permitiu que a população de soluções geradas percorresse, com eficácia e eficiência o espaço de soluções do problema. Os resultados iniciais obtidos apontam para a efetividade da abordagem proposta, para os conjuntos de problemas analisados.

A roteirização do transporte é um aspecto muito importante, pois acaba influenciando outros fatores envolvidos no planejamento do serviço, visto que uma roteirização eficiente pode minimizar o tempo de viagem, otimizar a ocupação dos veículos e melhorar o atendimento existente, o que acabará diminuindo os custos com o sistema e melhorando sua qualidade.

Referências

- Ai, T. J.; Kachitvchyanukul, V.** (2008) A particles warm optimization for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. School of Engineering and Technology, Asian Institute of Technology, Thailand.
- Aloise, D. J.; Oliveira, M. C. S.; Silva, T. L.** (2006) Otimização discreta por nuvem de partículas aplicada ao problema do caixeiro viajante. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- Ballou, R. H.** (1993). Logística empresarial. São Paulo: Atlas.
- Bodin, L.D., Golden, B.L., Assad, A. & Ball, M.:** "Routing and scheduling of vehicles and crews: the state of the art". *Computers and Operations Research*, Vol. 10, p.69-211, 1983.
- Cheng A. L.; Yang G.; Wu Z.** (2005) Hybrid discrete particle swarm optimization algorithm for capacitated vehicle routing problem. *Journal of Zhejiang University Science A*.
- Cunha, C. B. ; Gualda, N. D. F.** (1997) . Heurísticas baseadas em Relaxação Lagrangiana para o problema de roteirização de veículos com restrições operacionais. In: XI Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes, 1997, Rio de Janeiro (RJ). Anais do XI Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes. Rio de Janeiro : Anpet, 1997. v. 2. p. 843-855.
- Eberhart, R. C., Kennedy, J. A.,** New Optimizer Using Particles Swarm Theory. Proc. Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science. IEEE Service Center, Piscataway, NJ, 39-43, Nagoya, Japan, 1995.
- Eberhart, R. C.** Computational Intelligence PC Tools. Boston: Academic Press, 1996.
- Hu, X., R.C. Eberhart and Y. Shi,** 2003. Swarm intelligence for permutation optimization: A case study on n-queens problem. Proceeding of the Swarm Intelligence Symposium, April 24-26, Indianapolis, Indiana, pp: 243-246.
- Laporte, G.:** "The vehicle routing problem: an overview of exact and approximate methods". *European Journal of Operational Research*, Vol. 59, p. 345-358, 1992.
- Laporte, G.; M. Gendreau; J.Y. Potvin e F. Semet** (2000) Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem, *International Transactions in Operational Research*, v.7, n4/5, p.285-300.
- Mirhassani S. A., Abolghasemi N.** A particle swarm optimization algorithm for open vehicle routing problem. *Expert Systems with Applications*, Volume 38, Issue 9, September 2011, Pages 11547-11551.
- Martínez, L. M. ; Viegas, J. M.** (2010) Design and Deployment of an Innovative School Bus Service in Lisbon. 14th EURO Working Group on Transportation Meeting. *Procedia Social and Behavioral Sciences*.
- Newton, R. M., & Thomas, W. H.** (1969). Design of School Bus Routes by Computer. *Socio-Economic Planning Sciences*, 3(1), 75-85.

Oliveira, M. C. S.; Silva, T. L.; Aloise, D. J. (2004) Otimização por nuvem de partículas: diferença entre aplicações a problemas contínuos e discretos. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

Park, J. e Kim, B.I. (2010) The school bus routing problem: A review. *European Journal of Operational Research*, v. 202, n. 2, p. 311–319.

Steiner, M.T.A.; Zamboni, L.V.S.; Costa, D.M.B.; Carnieri, C. e Silva, A.L. (2000) O Problema de roteamento no Transporte Escolar. *Pesquisa Operacional*, v. 20, n. 1, p. 83–99.

Tebaldi, A., Coelho, L.S., Lopes Jr, V., Detecção de Falhas em Estruturas Inteligentes Usando Otimização por Nuvem de Partículas: Fundamentos e Estudos de Casos, *SBA Controle & Automação*, vol. 17, no. 3, pp. 312-330, 2006.

Siqueira, P. H. ; Souza, L. V. Métodos Heurísticos aplicados na construção de roteiros de Transporte Escolar para o Estado do Paraná. *Transportes*, v. 20, n. 3, p. 28-40, 2012.

Schittekat, P.; Sevaux, M. e Sorensen, K. (2006) A mathematical formulation for a school bus routing problem. *Anais do ICSSSM'06: International Conference on Service Systems and Service Management*, França, p. 1552–1557.