

TÉCNICAS HEURÍSTICAS DA PESQUISA OPERACIONAL APLICADAS AO PROBLEMA DO TRANSPORTE ESCOLAR

Luzia Vidal de Souza

Universidade Federal do Paraná
Rua Francisco Heráclito dos Santos, 100 – Curitiba/PR
luzia@ufpr.br

Paulo Henrique Siqueira

Universidade Federal do Paraná
Rua Francisco Heráclito dos Santos, 100 – Curitiba/PR
paulo@ufpr.br

RESUMO

Este trabalho apresenta a utilização de técnicas heurísticas aplicadas ao problema do transporte escolar. O problema é resolvido em três etapas: na primeira etapa são determinados os pontos de parada dos veículos, considerando uma distância máxima que o estudante poderá caminhar; na segunda são calculadas as distâncias reais, considerando as vias de cada município e na terceira são estabelecidas as rotas com utilização da heurística *Adapted Location Based Heuristic (ALBH)*, uma adaptação da *LBH* para o problema em questão. Foram realizados testes considerando 32 municípios e os resultados obtidos são comparados às rotas que são efetivamente realizadas em cada município. A economia gerada varia de 3 a 33%, considerando apenas como parâmetro, a distância total percorrida diariamente. Houve também uma redução na quantidade de veículos utilizados e na quantidade de pontos de parada.

PALAVRAS CHAVE. Heurísticas de Inserção, Pesquisa Operacional, Transporte Escolar.

ABSTRACT

This paper presents the use of heuristic techniques applied to the school bus transportation problem. The problem is solved in three steps: the first step is to find out the vehicles stops, considering a maximum distance that the student can walk, in the second step the real distances are calculated, considering the roads of each city and in the third step the routes are constructed using the heuristic *Adapted Location Based heuristic (ALBH)*, an adaptation of *LBH* to the problem in question. Tests were performed considering 32 cities and the results are compared to routes that are actually performed in each city. The economy generated varies from 3 to 33%, considering only as a parameter, the total distance traveled daily. There was also a reduction in the number of vehicles used and the amount of the vehicles stops.

KEYWORDS. Insertion Heuristics, Operations Research, School Bus Transportation.

1. Introdução

As técnicas da Pesquisa Operacional possuem muitas aplicações na área de Transportes, pois além de melhorar a qualidade dos serviços de entrega e coleta, reduzem os custos de operação dos

sistemas considerados. Uma aplicação importante é o problema do Transporte Escolar, que é um caso de roteirização de veículos com janelas de tempo (PRVJT) e frota heterogênea, considera também entrega e coleta simultâneas. Nestes problemas, um conjunto de veículos faz serviços de coleta e/ou entrega aos consumidores em diversos pontos de uma região, com o objetivo principal de determinar um conjunto de rotas que satisfaçam a um dado conjunto de restrições, minimizando o custo total do sistema em questão (BODIN *et al.*, 1983; FISHER, 1995; LU e DESSOUKY, 2004).

O desenvolvimento de modelos matemáticos para o problema do transporte escolar (PTE) é um processo árduo e mesmo com um bom modelo, sua solução é bastante complexa, pois trata de uma classe de problemas que considera muitas restrições, elevando o custo computacional para a sua resolução. Neste sentido, muitos esforços vêm sendo feitos por diversos pesquisadores na busca de técnicas heurísticas que possam oferecer boas soluções para o problema, com baixo custo computacional (BRACA *et al.*, 1997). As restrições impostas incluem a capacidade dos veículos, a distância máxima de cada rota, as janelas de tempo, além da distância máxima permitida dos pontos de embarque até as respectivas residências dos alunos.

Neste trabalho foram aplicadas algumas técnicas da Pesquisa Operacional para oferecer uma solução para o problema do Transporte Escolar. Utilizando a metodologia proposta, o gestor do Transporte Escolar de cada município tem condições de melhorar o atendimento aos alunos, reduzindo o tempo de permanência dos mesmos nos veículos, além da redução dos custos, tanto no que se refere à quilometragem diária total, quanto no número total de veículos utilizados.

Os municípios do Estado do Paraná utilizam rotas com pontos de embarque mistos, ou seja, alunos de diferentes escolas podem ser designados à mesma rota. No PTE, os pontos de demanda são as residências dos alunos, e as restrições estão relacionadas à capacidade dos veículos e ao tempo máximo de permanência de cada aluno nos veículos, que neste caso, é limitado pela extensão máxima de cada rota.

Neste artigo apresenta-se uma estratégia de solução para o PTE do Estado do Paraná que está baseada em três etapas principais. A primeira consiste na determinação dos pontos de parada dos veículos (pontos de embarque), dada uma distância máxima que os alunos podem andar de suas residências até estes pontos. Na segunda etapa são determinadas as distâncias reais entre todos os pontos de embarque e desembarque (escolas). E na terceira etapa, são propostas algumas modificações na heurística *Location Based Heuristic (LBH)* (BRAMEL e SIMCHI-LEVI, 1995) para solucionar o problema.

Este trabalho está dividido como segue. A segunda seção apresenta uma revisão da literatura sobre o problema de transporte escolar. Na Seção 3 é apresentada a metodologia de resolução do problema. Na Seção 4 são apresentados os experimentos realizados. E na Seção 5 são apresentados os resultados, bem como as conclusões.

2. Revisão de Literatura

Nesta seção são apresentados alguns dos principais trabalhos publicados recentemente para solucionar o Problema de Roteirização de Veículos e o Problema de Transporte Escolar.

2.1. Problema de roteirização de veículos

O problema de roteirização de veículos é o processo utilizado para determinar os roteiros ou sequências de paradas que devem ser atendidos pelos veículos de uma frota, minimizando os custos para o atendimento do conjunto de pontos geograficamente dispersos. Cada ponto de demanda deve ser visitado apenas uma vez, respeitando a capacidade de cada veículo para cada rota e a extensão máxima da rota (LAPORTE *et al.*, 2000).

Modares *et al.* (1999) mostraram como uma Rede Neural auto-organizável pode resolver tanto o problema dos Múltiplos Caixeiros Viajantes, quanto o problema de roteirização de veículos com restrições de capacidade. Os resultados obtidos são comparados com técnicas similares encontradas na literatura, e os resultados mostrados foram promissores.

Laporte *et al.* (2000) mostraram diversas técnicas utilizadas para resolver o problema de roteirização de veículos, incluindo técnicas tradicionais como *savings* de Clark e Wright, métodos de duas fases, e metaheurísticas como Busca Tabu. Foram apresentados resultados comparativos entre

todas as técnicas mostradas no artigo, usando-se como parâmetros tanto o tempo computacional, quanto a qualidade de cada solução encontrada.

Os autores Toth e Vigo (2003) utilizaram a técnica de Busca Tabu Granular para resolver o problema de roteirização tradicional, aplicando a metodologia a vários conjuntos de dados encontrados na literatura e apresentando comparações dos resultados com outras técnicas.

Uma abordagem alternativa para o problema de entrega e coleta simultâneas com frota heterogênea é apresentada no trabalho de Lu & Dessouky (2004). Este problema é formulado como um problema de programação inteira e resolvido pelos autores com um algoritmo *branch-and-cut* com 4 classes de desigualdades válidas da formulação matemática. Os autores mostraram que a técnica é capaz de determinar soluções ótimas para problemas com 5 veículos e 17 clientes.

A heurística ALNS (*Adaptive Large Neighborhood Search*), proposta por Ropke e Pisinger (2006a), foi aplicada a um conjunto de testes de problemas de entrega e coleta simultâneas considerando janelas de tempo e os resultados obtidos foram bons, reduzindo consideravelmente o tempo de percurso das rotas. A ideia básica desta técnica consiste na combinação de várias estratégias de inserção e remoção de pedidos em uma mesma heurística para obter melhores resultados. A técnica foi utilizada em uma base contendo 350 problemas com mais de 500 instâncias, apresentando resultados com melhoria em 50% dos problemas.

Em Ropke e Pisinger (2006b; 2007), os autores mostram a técnica de busca por vizinhança chamada ALNS (*Adaptive Large Neighborhood Search*) aplicada na resolução de 5 diferentes tipos de problema de roteamento de veículos: com janelas de tempo, capacitado, com múltiplos depósitos, dependente do local, no qual os clientes só podem ser atendidos por determinados tipos de veículos por causa dos acessos, e aberto, no qual os veículos não precisam retornar ao depósito. A heurística usa uma camada de inserção e remoção para intensificar a procura por soluções e foi aplicada a um conjunto de 338 problemas encontrados na literatura, para os quais obteve melhoria em 227 deles.

2.2. Problemas de Transporte Escolar

Na literatura são poucos os registros de trabalhos de aplicação da teoria de otimização ao PTE, para o qual se deseja obter um plano eficiente da programação de uma frota de veículos. No PTE, os veículos coletam os estudantes em seus pontos de parada e os entregam em suas respectivas escolas. Esta classe de problemas envolve diferentes subproblemas como a localização dos pontos de parada, geração das rotas dos veículos e ajustes do tempo das rotas em função do início das aulas.

Em Dulac *et al.* (1980), os alunos são designados para uma interseção de ruas adjacentes às ruas de suas residências, e um subconjunto destes pontos é considerado para resolver o problema tradicional de roteirização de veículos.

Em Bowerman *et al.* (1995) os autores apresentam uma formulação multi-objetivo para modelar o PTE, e apresentam um algoritmo heurístico que reduz a distância que os estudantes caminham de suas residências até os pontos de parada, além de minimizar os custos das rotas obtidas para visitar todos os pontos de parada.

No trabalho de Steiner *et al.* (2000) os autores abordam o PTE aplicado a um caso real. Primeiramente os pontos foram divididos em grupos (clusters), e em cada grupo foi gerada uma semente inicial que tinha a função do depósito. Foram criadas as rotas para cada grupo utilizando o algoritmo de construção de rotas de Clarke e Wright, e em seguida, foi aplicado o algoritmo de melhoria 2-opt na rota construída e entre as demais rotas. A economia obtida ficou em torno de 20% na quilometragem total percorrida diariamente.

Em Spasovic e Chien (2001) são apresentadas 3 técnicas para resolver o problema do transporte escolar da cidade de Riverdale em Nova Jersey: uma heurística de *savings*, um programa computacional denominado ROUTER e um método de troca de arcos. Os autores utilizaram os dados de 5 rotas com 2 veículos para comparar as técnicas, e o programa ROUTER apresentou os melhores resultados.

Li e Fu (2002) descreveram um estudo de caso do PTE, e apresentaram uma formulação multi-objetivo para o problema buscando minimizar o número total de veículos utilizados, o tempo total dos estudantes dentro dos veículos e a quilometragem total percorrida pela frota. Para solucionar o problema, os autores propuseram um algoritmo heurístico e obtiveram uma economia de 29% na

distância total percorrida pela frota.

Schittekat *et al.* (2006) apresentam uma formulação de Programação Linear Inteira para resolver o problema de Transporte Escolar, com as devidas restrições de um município belga. Os autores consideram os pontos de parada potenciais e a alocação dos alunos às rotas como variáveis de decisão, além de soluções para pequenas instâncias.

No trabalho de Park e Kim (2010) os autores apresentaram uma revisão dos problemas de roteamento de veículos escolares, no qual são apresentados alguns métodos para solução do problema, tais como *Simulated Annealing*, *Deterministic Annealing*, Busca Tabu, Algoritmos Genéticos, Colônia de Formigas e Redes Neurais Artificiais. Os problemas são separados de acordo com suas principais características, tais como frota homogênea ou heterogênea, uma ou várias escolas, e a quantidade de períodos de atendimento.

No trabalho de Braca *et al.* (1997) os autores apresentaram uma metodologia para resolver o PTE da cidade de Nova York, e utilizaram o algoritmo *Location Based Heuristic* (LBH) desenvolvido por Bramel e Simchi-Levi (1995). Os autores consideraram 838 pontos de parada e 73 escolas, sendo o número mínimo de veículos determinado pelo algoritmo foi de 59 para o turno da manhã, e de 56 para o turno da tarde.

Como as restrições do PTE do Estado do Paraná são semelhantes às restrições apresentadas por Braca *et al.* (1997), o algoritmo LBH foi escolhido para encontrar as rotas do PTE do Estado do Paraná com algumas adaptações citadas a seguir.

O algoritmo LBH proposto por Braca *et al.* (1997), considera frota homogênea e possui uma estrutura em laço (*loop*), com os seguintes passos para cada veículo k :

- escolha aleatória de um ponto de parada i não atendido;
- rota inicial: $R_k = \{i, escola(i)\}$;
- enquanto o número de alunos de R_k não exceder a capacidade dos veículos, são calculados os custos da inserção de todos os pontos j não atendidos, variando-se a ordem de cada aluno j e sua respectiva escola no vetor R_k ; o ponto que possuir menor custo é inserido na rota R_k , com sua respectiva escola de destino;
- quando a rota possuir o número de alunos igual à capacidade dos veículos, a rota do veículo k é finalizada, um outro veículo é escolhido, e o processo continua; e
- quando todos os pontos de parada possuem rotas designadas, as rotas construídas formam a solução para o PTE.

As principais modificações realizadas no algoritmo LBH de Bramel e Simchi-Levi (1995) para atender às características do PTE do Estado do Paraná são as seguintes:

- utilização de frota de veículos com capacidades variadas (heterogênea), iniciando a construção das rotas pelos veículos que possuem maiores capacidades;
- verificação de ociosidade dos veículos ao final da construção de sua rota, e troca do mesmo por um outro, se for o caso;
- inicialização das rotas escolhendo-se o aluno não atendido que possuir ponto de parada mais distante de sua escola; e
- parâmetros de controle do tamanho da rota, que não permitem rotas muito extensas e nem rotas que atendam poucos alunos.

3. Metodologia

Nesta seção é apresentada a metodologia utilizada para a solução do PTE do Estado do Paraná.

3.1. Descrição do Problema Real

No problema real a ser solucionado, estudantes do ensino fundamental e médio, que residem no interior do estado do Paraná são transportados até suas respectivas escolas em seus períodos de estudo. O serviço de transporte é de responsabilidade das secretarias municipais de educação, e cada município é encarregado de estabelecer as rotas e designar a frota de veículos que será utilizada para fazer o transporte dos estudantes. Em geral estes veículos pertencem a empresas terceirizadas, e o custo é calculado por quilômetro rodado, de acordo com a frota utilizada.

As empresas que realizam os serviços de Transporte Escolar no estado do Paraná possuem frota heterogênea, mesmo porque existem regiões nas quais determinados veículos ficam impossibilitados de trafegar em função das condições das estradas, que em geral são muito íngremes e estreitas, tornando-se impossível o tráfego de veículos maiores. Assim, são contratados diversos tipos de veículos com diferentes capacidades. O banco de dados considerado neste trabalho não contém informações sobre restrições de tráfego das vias, e possíveis restrições de tráfego não puderam ser consideradas, desta forma estas alterações de rotas, se necessárias, deverão ser feitas pelo gestor do transporte escolar.

Os alunos são coletados, levando-se em consideração a redução total do percurso do veículo, o que implica na redução do tempo de permanência dos estudantes no veículo e, além disso, estudantes das diversas séries e escolas são coletados na maioria das vezes na mesma rota.

Sendo assim, o PTE para o Estado do Paraná pode ser formalmente descrito como segue. Considerando-se v veículos para atender a demanda de n alunos, os seguintes conjuntos de nós podem ser definidos:

$N_p = \{1, \dots, n\}$: alunos em seus respectivos pontos de embarque (coleta);

$N_E = \{n + 1, \dots, 2n\}$: pontos das escolas dos respectivos alunos (entrega);

$N_{PE} = \{1, \dots, 2n\}$: conjunto de alunos e escolas (coleta e entrega);

A_{PE} : arcos entre os nós de N_{PE} , desconsiderando-se os arcos $(i + n, i)$ para $i \in N_p$, pois estes arcos violam a restrição de que o ponto de coleta deve estar antes do respectivo ponto de entrega;

$N_V = \{2n + 1, \dots, 2n + v + 1\}$: conjunto dos veículos: $2n + 1$ representa o ponto de origem do veículo 1; $2n + k$ representa o retorno do veículo $k - 1$ e a origem do veículo k , sendo $k = 2, 3, \dots, v$; o nó $2n + v + 1$ representa o retorno do veículo v ;

A_{VE} : arcos entre os nós de N_V e N_E , desconsiderando-se o nó $2n + 1$, pois a origem do primeiro veículo da frota é o primeiro nó considerado na formação de uma solução factível;

A_{VP} : arcos entre os nós de N_V e N_p , desconsiderando-se o nó $2n + v + 1$, pois o retorno do veículo v é o último nó considerado na formação de uma solução factível;

A_V : arcos entre os nós de N_V ;

$N = \{1, \dots, 2n + m + 1\}$: conjunto de todos os nós, e

$A = A_{PE} \cup A_{EV} \cup A_{VP} \cup A_V$: conjunto dos arcos considerados deste problema.

Com os seguintes coeficientes técnicos:

$$c_{i,j} = \begin{cases} \text{distância entre os nós } i \text{ e } j & (i, j) \in A_{PE}, \\ \text{distância entre a origem do veículo } i - 2n \text{ e o ponto de parada } j & (i, j) \in A_{VP}, \\ \text{distância entre a escola } i \text{ e o retorno do veículo } j - 2n - 1 & (i, j) \in A_{EV}, \\ 0 & (i, j) \in A_V; \end{cases}$$

M : maior distância permitida para cada veículo;

C_k : capacidade do veículo k ;

As variáveis do problema são:

$$x_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se o arco } (i, j) \text{ é usado na rota,} \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$$

$$b_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se o arco } (i, j) \text{ é usado na rota na ordem de } i \text{ para } j, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$$

$$f_i = \begin{cases} C_1 & i = 2n + 1, \\ C_{i-2n} - C_{i-2n-1} & i = 2n + 2, \dots, 2n + v, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A formulação completa e maior detalhamento da metodologia para o PTE pode ser encontrada em Siqueira e Souza (2012).

3.2. Resolução do PTE para Estado do Paraná

Para a resolução do problema foram consideradas as três etapas como citado anteriormente: 1ª Determinação dos conjuntos de pontos de parada, 2ª Determinação das distâncias entre os pontos, e 3ª Construção das rotas. Estas etapas estão descritas a seguir.

1ª Etapa: Determinação do conjunto dos pontos de parada

Nesta etapa são definidos os pontos de parada (PP) de acordo com as posições geográficas dos pontos das residências dos alunos. Cada aluno deve ser designado ao ponto de parada mais próximo de sua casa. Nesta etapa define-se a distância da casa do aluno até o ponto de embarque, que não deve exceder uma distância máxima permitida. No caso dos municípios do Paraná esta distância é um parâmetro que varia entre 500 e 3.000 metros e pode ser definida pelo gestor do transporte no município.

2ª Etapa: Determinação das distâncias entre os pontos

Embora o custo computacional para o cálculo das distâncias reais seja muitas vezes superior ao custo de se utilizar a distância euclidiana, e por se tratar da solução de um problema real, estes cálculos tornam-se indispensáveis. Para ilustrar o problema que ocorre ao se utilizar a distância euclidiana, é apresentado um exemplo que ocorreu na base de dados de um dos municípios. Neste caso, a distância euclidiana entre dois pontos escolhidos é igual a 2,5 quilômetros, porém, por tratar-se de uma região de difícil acesso, a distância real entre estes pontos chega a pouco mais de 97 quilômetros. Os algoritmos de Floyd e Dijkstra (TAHA, 1997) podem ser utilizados para o cálculo das distâncias mínimas reais, cujas ordens de complexidade algorítmicas são $O(n^3)$ e $O(n^2)$, respectivamente, enquanto que as distâncias euclidianas exigem $O(1)$. Como o número de pontos dos mapas é relativamente grande, e as distâncias entre os PP's e entre os PP's e as escolas não envolvem todos os pontos do mapa da cidade, optou-se pela utilização de um algoritmo guloso para calcular a distância real entre cada par de pontos (I, J), que explora apenas as distâncias entre os cruzamentos das vias próximas de I e J . No caso da utilização de algoritmos como Floyd ou Dijkstra, todos os pontos do mapa devem ser considerados para a busca do melhor caminho possível entre I e J , exigindo maior esforço computacional.

A base de dados que foi construída para representar as vias de acesso que gerou um conjunto AI de pontos vizinhos de um ponto I , e o conjunto T_L de pontos situados em um mesmo trecho de uma via L , no qual um trecho é definido como o conjunto de pontos entre dois cruzamentos.

O algoritmo guloso proposto para calcular a menor distância entre dois pontos possui ordem de complexidade algorítmica variável, pois analisa somente os pontos com cruzamentos próximos aos pontos I e J . Em todos os casos tem-se a ordem de complexidade menor do que $O(n^2)$.

3ª Etapa: Algoritmo Proposto para a Construção das rotas - *ALBH - Adapted Location Based Heuristic*.

Após ter sido feita a designação dos alunos para os pontos de parada e calculadas as distâncias entre os pontos de parada e escolas, inicia-se o processo de construção das rotas com o algoritmo *ALBH* adaptado.

O pseudocódigo do algoritmo encontra-se descrito na Figura 1, sendo que as distâncias utilizadas são reais. A função $c_rota(.)$ do algoritmo calcula a distância total do trecho de rota com a inserção de um aluno i e sua respectiva escola, variando as posições dos elementos inseridos até que se encontre a menor distância possível. A função $rota(.)$ insere o aluno k e sua escola na melhor posição definida pela função $c_rota(.)$. A função $t_rota(.)$ calcula as distâncias reais entre cada par de pontos das rotas, resultando no comprimento total da rota.

Os termos n_1 e n_2 foram inseridos para auxiliar a técnica *ALBH* como parâmetros de controle, com as seguintes funções: o termo n_1 permite maiores rotas quando o número de lugares nos veículos for menor do que a demanda de alunos; o termo n_2 é usado para evitar rotas muito longas, além de proibir que o tamanho máximo da rota seja igual à distância de um ponto de parada até uma escola. O algoritmo *ALBH* é aplicado separadamente para cada turno, e a quilometragem total diária para cada veículo é calculada através das viagens de ida e volta, passando por cada ponto de embarque e

desembarque da rota construída.

Dados de Entrada:

N_A : conjunto dos alunos; P : vetor com os índices dos pontos de parada dos alunos; N_V : conjunto dos v veículos; C : vetor com as capacidades dos veículos; E : vetor com os índices das escolas dos alunos; M : comprimento máximo permitido de cada rota;

Dados de Saída:

R_k : sequência de pontos de atendimento da rota de cada veículo $k \in N_V$.

Sendo: S : conjunto de alunos ainda não roteados; $d_{i,j}$: distância real entre os pontos i e j (Algoritmo 2); A : vetor de controle da violação da capacidade na rota de cada veículo.

Início

$S \leftarrow N_A$;

Para cada veículo $k \in N_V$ faça $R_k \leftarrow \{\}$; //aluno mais distante de sua escola:

Seja o aluno $m \in S$ tal que $d_{P(m),E(m)} = \max_{i \in S} \{d_{P(i),E(i)}\}$;

Enquanto $S \neq \{\}$ e $\exists n \in N_V$ tal que $R_n = \{\}$ **Faça**

$M^* \leftarrow M$; //Escolha do veículo com maior capacidade:

Seja o veículo $n \in N_V$ tal que $R_n = \{\}$ e $C_n = \max_{i \in N_V | R_i = \{\}} \{C_i\}$;

Enquanto $A(n) < C_n$ e $t_rota(R_n) \leq M^*$ **Faça** //aluno mais distante de sua escola:

Seja o aluno $j \in S$ tal que $d_{P(j),E(j)} = \max_{i \in S} \{d_{P(i),E(i)}\}$;

Faça $A(n) \leftarrow A(n) + 1$ e $S \leftarrow S \setminus \{j\}$;

Calcule $n_1 = \frac{|N_A|}{\sum_{i=1}^v C_i}$, $n_2 = \frac{d_{P(m),E(m)} - d_{P(j),E(j)}}{d_{P(m),E(m)}}$ e

$M^* = \max\{M(1+(1+n_1)n_2), d_{P(j),E(j)}(1+(1+n_1)n_2)\}$;

Faça $R_n \leftarrow c_rota(R_n, P(j), E(j))$ e $R_0 \leftarrow R_n$;

Enquanto $A(n) < C_n$ e $t_rota(R_0) \leq M^*$ **Faça**

Seja k tal que $R_0 = c_rota(R_n, P(k), E(k)) = \min_{i \in S} \{c_rota(R_n, P(i), E(i))\}$;

Se $t_rota(R_0) \leq M^*$ **Então**

Inserção dos alunos mais próximos dos pontos da rota:

Faça $R_n \leftarrow rota(R_n, P(k), E(k))$; $S \leftarrow S \setminus \{k\}$; e $A(n) \leftarrow A(n) + 1$;

Fim Se

Fim Enquanto

Fim Enquanto

Se $A(n) < C_n$ **Então**

Verificação da ociosidade do veículo n , e troca do mesmo se for necessária:

Seja n^* tal que $a_{n^*} = \min_{n^* \in N_V | R_{n^*} = \{\} \text{ e } C_{n^*} \geq A(n)} \{C_n - A(n), C_{n^*} - A(n)\}$

Se $n^* \neq n$ **Então**

Faça $R_{n^*} \leftarrow R_n$, $R_n \leftarrow \{\}$ e $A(n) \leftarrow 0$;

Fim Se

Fim Se

Fim Enquanto

Retorne R_k para cada veículo k

Fim

Figura 1 - Algoritmo Adapted Location Based Heuristic

Após escolher o veículo com maior capacidade que ainda não possui rota e o aluno mais distante de sua escola, o algoritmo faz sucessivas inserções de alunos e suas respectivas escolas, utilizando a função $c_rota(\cdot)$, até atingir o limite máximo da capacidade do veículo C ou do comprimento da rota M^* . Cada inserção é feita levando-se em conta a factibilidade da rota em três

pontos principais: não excedendo a capacidade do veículo escolhido; não permitindo comprimento maior do que o limite M^* ; e inserindo um aluno sempre antes de sua respectiva escola.

Ao escolher um aluno em seu ponto de embarque $P(j)$, a função $c_rota(.)$ determina a melhor posição deste ponto no vetor de atendimento da rota. Se a escola do aluno j não estiver na rota, o algoritmo deve definir também a melhor posição da escola neste vetor da rota. O objetivo desta verificação da função $c_rota(.)$ é de verificar qual inserção factível de cada rota será mais econômica.

O parâmetro M^* utilizado no Algoritmo permite rotas maiores do que o limite M quando a distância do ponto de embarque do aluno j for maior que M , ou quando a proporção entre o total de alunos e o total de lugares disponíveis da frota for maior do que 1, com o objetivo de atender o máximo possível de alunos do conjunto N_A . Se o ponto de embarque de um aluno j estiver a uma distância maior do que M até a sua escola, então este parâmetro M^* amplia o limite do comprimento desta rota com o objetivo de evitar que esta rota atenda somente o aluno j .

Quando não for mais possível inserir alunos e escolas em uma rota, seja por ultrapassar a capacidade do veículo ou a extensão máxima da rota, o algoritmo encerra a rota e faz uma avaliação da mesma. Trata-se de uma modificação proposta no algoritmo original da técnica LBH, verificando se o veículo da rota que acabou de ser construída possui ociosidade e fazendo a troca deste veículo por outro menor que ainda não tem rota.

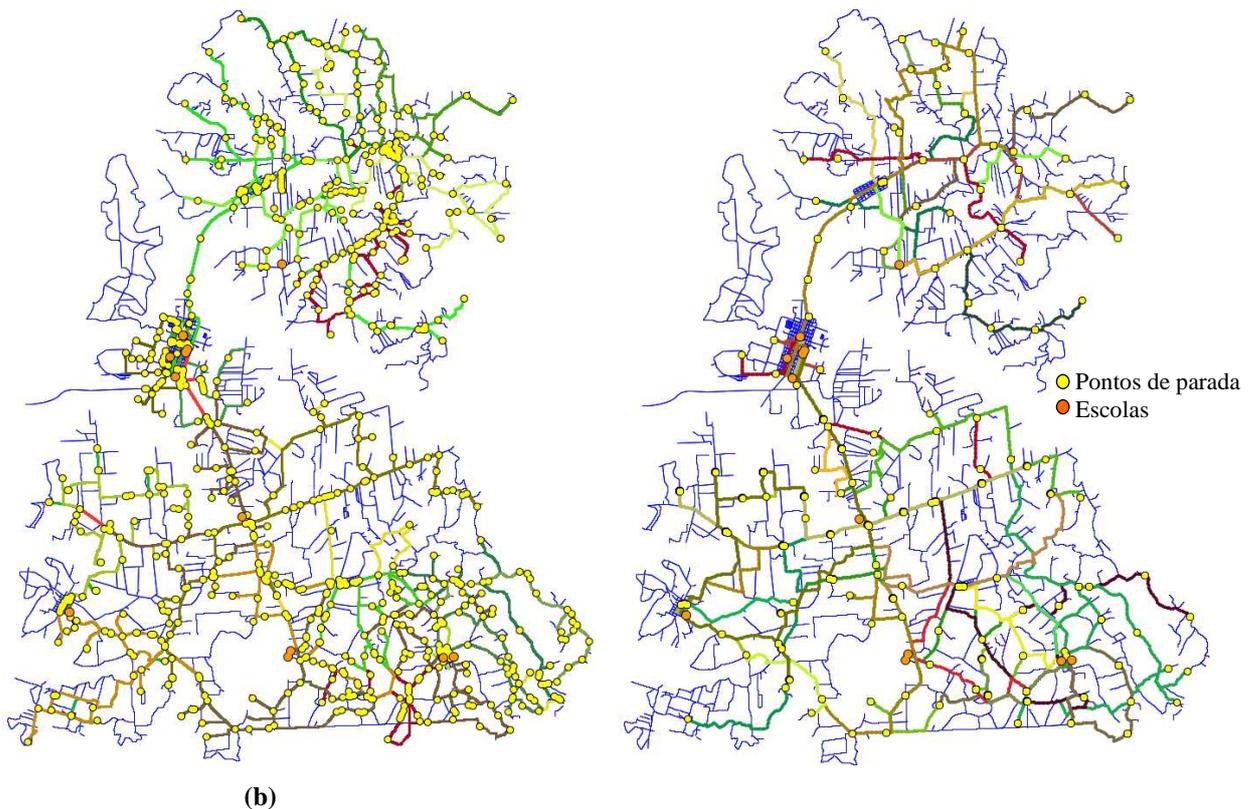
4. EXPERIMENTOS REALIZADOS

Os experimentos foram realizados com as bases de dados de trinta e dois municípios do estado do Paraná. Os dados foram disponibilizados pela Secretaria de Educação do Estado (SEED) e pela Secretaria de Desenvolvimento Urbano (SEDU) do Paraná.

Os resultados foram comparados aos obtidos com o auxílio de um aparelho de GPS (*Global Positioning System*), utilizado para o mapeamento das rotas do Transporte Escolar que são efetivamente realizadas em cada município. Este estudo das rotas foi feito através do levantamento das coordenadas dos pontos de embarque e desembarque dos alunos de cada cidade, com o registro da quilometragem total e do veículo designado para cada rota.

Os veículos utilizados nestas cidades podem ser classificados em 4 tipos: Peruas, com capacidades que variam entre 8 e 12 lugares; Vans, com capacidades de 15 lugares; Microônibus, com capacidades que variam entre 20 e 32 lugares; e Ônibus, com capacidades que variam entre 35 e 75 lugares.

Na Figura 2 é apresentado um exemplo dos resultados obtidos para o município de Santa Helena, são mostradas as rotas criadas para os 3 turnos (manhã, tarde e noite) e as rotas obtidas levantadas com o auxílio do GPS. Nestas análises, a maior distância utilizada entre os pontos de parada dos alunos é $d_{máx} = 1.500$ metros, com atendimento de todos os alunos da cidade. Nestes mapas, nota-se uma grande redução nas quantidades de números de parada.



(b)
Figura 2 – mapa com as rotas para os três turnos (a) GPS e (b) ALBH

A aplicação da metodologia apresentada neste trabalho proporcionou uma economia para estes municípios que varia entre 3,1% e 33,55% na quilometragem total diária, conforme mostrado na Tabela 1. Outros dados mostrados nesta tabela são as maiores distâncias M para cada rota, consideradas como parâmetro para cada cidade e que variam entre 20 e 60 km, e as médias das distâncias percorridas das residências dos alunos até seus respectivos pontos de embarque, que variam entre 197 e 353 metros. A distância máxima considerada entre os pontos de parada para todas as cidades foi $dmáx = 1.500$ metros. A tabela mostra ainda o tempo computacional total para executar as três etapas da metodologia.

Tabela 1: Resultados da aplicação da técnica *LBH* para 32 municípios do Paraná

município	veículos	técnica	pontos de parada	veículos utilizados	km total	economia (%)	M : maior rota (km)	média dist. até os PP's (km)	tempo de CPU (seg.)
Abatíá	11	<i>GPS</i>	285	11	776.681	26,87	20	0,321	151
		<i>ALBH</i>	97	11	568.006				
Agudos do Sul	13	<i>GPS</i>	375	12	1.010.382	19,66	30	0,243	163
		<i>ALBH</i>	76	11	811.790				
Almirante Tamandaré	27	<i>GPS</i>	2.207	27	2.711.020	6,49	30	0,339	52.730
		<i>ALBH</i>	321	27	2.535.028				
Ampère	17	<i>GPS</i>	450	17	1.309.028	16,16	20	0,199	442
		<i>ALBH</i>	103	15	1.097.432				
Apucarana	59	<i>GPS</i>	1.128	59	2.613.291	8,93	40	0,302	3987
		<i>ALBH</i>	309	26	2.379.818				
Araruna	13	<i>GPS</i>	446	13	1.769.158	20,87	50	0,340	3644
		<i>ALBH</i>	134	13	1.399.976				
Araucária	80	<i>GPS</i>	1.393	80	3.388.274	9,41	60	0,275	9262
		<i>ALBH</i>	409	25	3.069.288				
Bom Jesus do Sul	11	<i>GPS</i>	218	11	548.601	5,56	40	0,255	160
		<i>ALBH</i>	68	7	518.094				

Campo Largo	108	GPS	1.504	108	5.781.506	24,54	40	0,300	33.418
		ALBH	442	55	4.362.844				
Castro	52	GPS	2.711	52	7.553.586	7,17	40	0,222	28.394
		ALBH	739	37	7.012.092				
Chopininho	38	GPS	1.234	38	4.042.688	33,55	60	0,272	4.176
		ALBH	359	21	2.686.198				
Cianorte	30	GPS	983	30	3.918.747	32,07	40	0,353	2.383
		ALBH	315	29	2.661.866				
Cruz Machado	50	GPS	979	50	3.153.004	6,82	20	0,242	7.748
		ALBH	351	50	2.938.034				
Guaratuba	25	GPS	708	25	1.324.835	6,17	40	0,347	5.786
		ALBH	165	24	1.243.036				
Lapa	23	GPS	652	23	2.675.360	13,42	60	0,215	21.542
		ALBH	227	18	2.316.330				
Loanda	9	GPS	203	8	1.010.582	9,13	30	0,291	116
		ALBH	77	8	918.270				
Londrina	107	GPS	1.387	95	5.285.160	3,44	40	0,345	12.626
		ALBH	439	23	5.103.538				
Maringá	23	GPS	395	23	1.792.030	23,9	30	0,290	868
		ALBH	157	17	1.363.788				
Medianeira	31	GPS	936	28	1.639.964	6,17	30	0,338	1.538
		ALBH	194	16	1.538.722				
Nova Prata do Iguaçu	15	GPS	447	15	1.425.522	7,73	30	0,225	1.178
		ALBH	170	14	1.315.368				
Ortigueira	60	GPS	727	60	3.300.498	3,1	60	0,197	2.545
		ALBH	302	26	3.198.114				
Pitanga	70	GPS	1.086	70	3.785.790	3,92	40	0,238	6.722
		ALBH	621	42	3.637.342				
Ponta Grossa	59	GPS	659	59	3.431.116	7,73	50	0,245	7.442
		ALBH	300	26	3.172.732				
Prudentópolis	66	GPS	1.090	45	3.359.002	3,64	40	0,223	11.492
		ALBH	375	26	3.236.758				
Quatro Barras	20	GPS	1.093	20	1.615.827	7,85	40	0,317	3.045
		ALBH	193	10	1.489.006				
Rio Negro	28	GPS	393	28	1.368.813	27,46	40	0,299	1.957
		ALBH	126	13	992.880				
Santa Amélia	4	GPS	64	4	181.677	6,94	30	0,269	5
		ALBH	30	4	169.066				
Santa Helena	34	GPS	967	34	1.699.208	4,75	50	0,254	1.276
		ALBH	230	26	1.618.500				
Santa Mariana	12	GPS	137	12	801.693	11,23	30	0,207	98
		ALBH	76	12	711.682				
São Mateus do Sul	62	GPS	967	62	4.232.140	18,51	40	0,257	7.801
		ALBH	230	41	3.448.626				
Toledo	49	GPS	1.364	49	5.757.980	18,98	40	0,239	11.952
		ALBH	461	46	4.664.954				
Tunas do Paraná	8	GPS	294	8	1.126.980	22,72	50	0,271	182
		ALBH	80	8	870.876				
Média		GPS	890	38	2.759.653	13,28	37,2	0,273	7651
		ALBH	265	24	2.365.998				

Com a possibilidade de simular várias combinações dos parâmetros de comprimento máximo de cada rota, da distância entre os pontos de parada e da área de abrangência das escolas, os gestores de Transporte Escolar de cada município podem definir quais parâmetros serão capazes de fornecer melhores resultados para o PTE, de acordo com a realidade de seu município. A escolha destes parâmetros tem grande influência no processo de otimização, algumas delas podem ser citadas: se a maior rota definida for muito pequena, ou seja, inferior a 20 quilômetros, haverá uma demanda maior na quantidade de veículos, enquanto que rotas mais extensas fazem com que o tempo de permanência dos estudantes nos veículos seja maior.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada uma metodologia para a resolução do problema de roteirização do Transporte Escolar para os municípios do estado do Paraná. O problema foi solucionado em três etapas: determinação dos pontos de parada, o cálculo das distâncias entre os pontos de parada e escolas, e a aplicação do algoritmo LBH adaptado para a construção das rotas. Como mostra a Tabela 1, trata-se de uma metodologia eficiente, pois além de apresentar uma economia que varia entre 3,1% e 33,55% na quilometragem total das rotas das trinta e duas cidades mostradas, reduz consideravelmente o número de pontos de parada dos veículos, evitando que os veículos façam muitas paradas e aumentem o tempo da rota. Outra melhoria obtida foi na redução da quantidade de veículos utilizados para atender às demandas das cidades.

No que se refere ao tempo computacional, pode-se observar que apesar dos bancos de dados possuírem um número considerável de registros, não se trata de um processo demorado, como se pode ver na Tabela 1. Em média, as três etapas da metodologia levam 7.125 segundos para serem concluídas. Os testes foram realizados em um computador comum, com processador Pentium IV, de 2.8 GHz e 1Gb de memória RAM. Os dados da cidade de Castro demoram em torno de 12 a 16 horas de processamento, enquanto que a menor cidade testada, Santa Amélia, tem seus dados processados entre 3 e 5 segundos. Vale ressaltar que os tempos computacionais mostrados referem-se às três fases completas da metodologia proposta e que os resultados são obtidos para os três turnos: manhã, tarde e noite. Além disso, este processo será executado duas vezes ao ano, no início do ano letivo e no meio do ano, pois é neste período que ocorrem as grandes mudanças no Transporte Escolar dos municípios. O processo de inserção ou exclusão de um aluno da rota durante este período deve ser realizada manualmente, caso contrário acarretaria numa mudança geral de todas as rotas, o que não seria bom nem para os estudantes, nem para os gestores.

Como a realidade dos municípios paranaenses não difere muito da realidade dos demais estados brasileiros, esta metodologia pode ser facilmente aplicada em outros municípios, minimizando-se assim os custos com o Transporte Escolar. Com a possibilidade de mudanças dos parâmetros das distâncias entre pontos de parada e a criação de uma área de abrangência das escolas, o gestor de Transporte Escolar de cada município pode adequar esta metodologia à realidade de seu município.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bodin, L.; B. Golden; A. Assad e M. Ball** (1983), The state of the art in the routing and scheduling of vehicles and crews. *Computers & Operations Research*, v. 10, n. 2, p. 63–211. DOI:10.1016/0305-0548(83)90030-8
- Bowerman, R.; B. Hall e P. A. Calamai** (1995), A Multi-Objective optimization approach to urban school bus outing: formulation and solution method. *Transportation Research*, v. 29A, n. 2, p. 107–123. DOI: 10.1016/0965-8564(94)E0006-U
- Braca, J.; J. Bramel; B. Posner e D. Simchi-Levi** (1997), A computerized approach to the New York City school bus routing problem. *IIE Transactions*, v. 29, n. 8, p. 693–702. DOI:10.1023/A:1018526202990
- Bramel, J. e D. Simchi-Levi** (1995), A location based heuristic for general routing problems. *Operations Research*, v. 43, n. 4, p. 649–660. DOI:10.1287/opre.43.4.649
- Dulac, G.; J. Ferland e P. A. Fogues** (1980), School bus routes generator in urban surroundings. *Computers & Operations Research*, v. 7, p. 199–213. DOI:10.1016/0305-0548(80)90006-4
- Fisher, M.L.** (1995), Vehicle routing. *Handbooks in Operations Research and Management Science: Network Routing*, v. 8, p. 1–33. DOI:10.1016/S0927-0507(05)80105-7
- Laporte, G.; M. Gendreau; J. Y. Potvin e F. Semet** (2000), Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem. *International Transactions in Operational Research*, v. 7, n. 4-5, p. 285–300. DOI:10.1111/j.1475-3995.2000.tb00200.x

- Li, L.Y.O. e Z. Fu** (2002), The school bus routing problem: a case study. *Journal of the Operational Research Society*, v. 53, n. 5, p. 552–558. DOI:10.1057/PALGRAVE/JORS/2601341
- Lu, Q. e M. Dessouky** (2004), An Exact algorithm for the Multiple Vehicle Pickup and Delivery Problem. *Transportation Science*, v. 38, n. 4, p. 503–514. DOI:10.1287/trsc.1030.0040
- Modares, A.; S. Somhom e T. A. Enkawa** (1999), A self-organizing neural network approach for multiple traveling salesman and vehicle routing problems. *International Transactions in Operational Research*, v. 6, n. 6, p. 591–606. DOI:10.1111/j.1475-3995.1999.tb00175.x
- Park, J. e B. I. Kim** (2010), The school bus routing problem: A review. *European Journal of Operational Research*, v. 202, n. 2, p. 311–319. DOI:10.1016/j.ejor.2009.05.017
- Ropke, S. e D. Pisinger** (2006a), An Adaptive Large Neighborhood Search Heuristic for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows. *Transportation Science*, v. 40, p. 455–472. DOI:10.1287/trsc.1050.0135
- Ropke, S. e D. Pisinger** (2006b), A unified heuristic for a large class of Vehicle Routing Problems with Backhauls. *European Journal of Operational Research*, v. 171, n. 3, p. 750–775. DOI:10.1016/j.ejor.2004.09.004
- Ropke, S. e D. Pisinger** (2007), A general heuristic for vehicle routing problems. *Computers & Operations Research*, v. 34, n. 8, p. 2403–2435. DOI:10.1016/j.cor.2005.09.012
- Schittekat, P.; M. Sevaux e K. Sorensen** (2006), A mathematical formulation for a school bus routing problem. *Anais do ICSSSM'06: International Conference on Service Systems and Service Management* p. 1552–1557. DOI:10.1109/ICSSSM.2006.320767
- Secretaria Estadual de Desenvolvimento Urbano do Estado do Paraná – SEDU/PR.** Disponível em: <<http://www.paranacidade.org.br/>>. Acesso em 30/03/2012.
- Secretaria de Estado da Educação – SEED/PR. Disponível em: <<http://www.seed.pr.gov.br/>> Acesso em 30/03/2012.
- Spasovic, L. e S. Chien** (2001), A Methodology for Evaluating of School Bus Routing - A Case Study of Riverdale, New Jersey. *Anais do 80th Annual Meeting of Transportation Research Board*, Washington.
- Siqueira, P. H. ; Souza, L. V.** (2012), Métodos Heurísticos aplicados na construção de roteiros de Transporte Escolar para o Estado do Paraná. *Transportes*, v. 20, n. 3, p. 28-40.
- Steiner, M.T.A.; L. V. Z. Zamboni; D. M. B. Costa; C. Carnieri e A. L. Silva** (2000), O Problema de roteamento no Transporte Escolar. *Pesquisa Operacional*, v. 20, n. 1, p. 83–99. DOI:10.1590/S0101-74382000000100009
- Taha, H.A.** (1997), *Operations research: an introduction* (6th ed.), Prentice Hall, New Jersey.
- Toth, P. e D. Vigo** (2003), The Granular Tabu Search and Its Application to the Vehicle-Routing Problem. *INFORMS Journal on Computing*, v. 15, n. 4, p. 333–346. DOI:10.1287/ijoc.15.4.333.24890