

Aplicação da programação linear na alocação de aulas: um estudo de caso no Novo Ensino Médio do Paraná

Application of linear programming in the allocation of classes: a case study in Paraná's New High School

Aplicación de la programación lineal en la asignación de clases: un estudio de caso en el Nuevo Bachillerato de Paraná

DOI: 10.54033/cadpedv21n5-127

Originals received: 04/16/2024

Acceptance for publication: 05/06/2024

Paula Fernanda Gomes Vieira

Doutoranda em pelo Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia (PPGMNE)

Instituição: Universidade Federal do Paraná (UFPR)

Endereço: Curitiba, Paraná, Brasil

E-mail: paulafernanda@ufpr.br

Viviane Cristhyne Bini Conte

Doutora em Engenharia de Produção e Sistemas

Instituição: Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

Endereço: Apucarana, Paraná, Brasil

E-mail: vivianeconte@utfpr.edu.br

Paulo Henrique Siqueira

Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia (PPGMNE)

Instituição: Universidade Federal do Paraná (UFPR)

Endereço: Curitiba, Paraná, Brasil

E-mail: paulohs@ufpr.br

RESUMO

A distribuição eficiente da carga horária nas instituições de ensino é um desafio global que impacta tanto o funcionamento interno quanto a qualidade do ensino oferecido. Com a implementação do Novo Ensino Médio no Paraná e em outras regiões do Brasil, essa questão se tornou ainda mais premente. O Novo Ensino Médio busca não apenas elevar a qualidade do ensino, mas também adaptá-lo às necessidades e realidades atuais dos estudantes. Uma estratégia fundamental nesse contexto é a inclusão de aulas assíncronas no currículo escolar. Essas aulas proporcionam flexibilidade de acesso ao conteúdo, permitindo que os alunos gerenciem seu tempo de estudo de forma mais

autônoma. Além disso, o Novo Ensino Médio introduz inovações como flexibilização curricular, ampliação da carga horária e diversificação das áreas de conhecimento, visando oferecer uma formação mais abrangente e personalizada. No entanto, a distribuição eficiente da carga horária e das horas de atividades continua sendo um desafio crucial. Para abordar essa questão, propõe-se um modelo de programação linear que otimiza a alocação da carga horária e das horas de atividades dos professores. Esse modelo foi aplicado com sucesso em uma escola da região metropolitana de Curitiba, envolvendo 27 professores distribuídos entre 7 turmas, cada uma com aulas presenciais e assíncronas. A aplicação do modelo demonstrou ser eficaz na distribuição da carga horária e das horas de atividades, contribuindo significativamente para a melhoria do ambiente educacional no estado do Paraná. Essa abordagem sistemática equilibra as necessidades dos alunos, os recursos disponíveis e as demandas dos professores, promovendo um ambiente educacional produtivo e saudável para todas as partes envolvidas.

Palavras-chave: Distribuição de Carga Horária. Novo Ensino Médio. Programação Linear. Otimização. Educação no Paraná.

ABSTRACT

Efficient scheduling of class hours is a continuous challenge in educational institutions worldwide, impacting both internal operations and the quality of education provided. With the implementation of the New High School in the state of Paraná, as well as in various regions of Brazil, the distribution of class hours has become an even greater challenge. The New High School seeks not only to improve the quality of education but also to adapt it to the current needs and realities of students. In this context, the inclusion of asynchronous classes in the school curriculum emerges as a fundamental strategy. Asynchronous classes provide greater flexibility in accessing content, allowing students to manage their study time more autonomously. Furthermore, the New High School introduces innovations such as curriculum flexibility, increased class hours, and diversification of knowledge areas, aiming to offer a more comprehensive and personalized education. However, efficient distribution of class hours and activity hours remains a crucial challenge. To address this issue, a linear programming model is proposed to optimize the allocation of class hours and teacher activity hours. This model was successfully applied in a school in the metropolitan region of Curitiba, involving 27 teachers distributed among 7 classes, each with both in-person and asynchronous classes. The application of the model proved effective in distributing class hours and activity hours, significantly contributing to the improvement of the educational environment in the state of Paraná. This systematic approach balances the needs of students, available resources, and teacher demands, promoting a productive and healthy educational environment for all parties involved.

Keywords: Teacher Timetabling. New High School System. Linear Programming. Optimization. Education in Paraná.

RESUMEN

La programación eficiente de las horas de clase es un desafío continuo en las instituciones educativas de todo el mundo, que afecta tanto a las operaciones internas como a la calidad de la educación proporcionada. Con la implementación de la Nueva Escuela Secundaria en el estado de Paraná, así como en varias regiones de Brasil, la distribución de las horas de clase se ha convertido en un desafío aún mayor. La Nueva Escuela Secundaria busca no solo mejorar la calidad de la educación, sino también adaptarla a las necesidades y realidades actuales de los estudiantes. En este contexto, la inclusión de clases asíncronas en el currículo escolar surge como una estrategia fundamental. Las clases asíncronas proporcionan una mayor flexibilidad en el acceso al contenido, lo que permite a los estudiantes gestionar su tiempo de estudio de forma más autónoma. Además, la Nueva Escuela Secundaria introduce innovaciones como la flexibilidad del plan de estudios, el aumento de las horas de clase y la diversificación de las áreas de conocimiento, con el objetivo de ofrecer una educación más integral y personalizada. Sin embargo, la distribución eficiente de las horas de clase y las horas de actividad sigue siendo un desafío crucial. Para abordar este problema, se propone un modelo de programación lineal para optimizar la asignación de horas de clase y horas de actividad del profesor. Este modelo se aplicó con éxito en una escuela de la región metropolitana de Curitiba, en la que participaron 27 docentes distribuidos en 7 clases, cada una con clases presenciales y asíncronas. La aplicación del modelo resultó eficaz en la distribución de las horas de clase y las horas de actividad, contribuyendo significativamente a la mejora del entorno educativo en el estado de Paraná. Este enfoque sistemático equilibra las necesidades de los estudiantes, los recursos disponibles y las demandas de los maestros, promoviendo un entorno educativo productivo y saludable para todas las partes involucradas.

Palabras Clave: Programación de Tiempo del Profesor. Nuevo Sistema de Instituto. Programación Lineal. Optimización. Educación en Paraná.

1 INTRODUÇÃO

Em instituições de ensino em todo o mundo, a distribuição eficiente de carga horária de aulas é um desafio contínuo que afeta não apenas o funcionamento interno da instituição, mas também a qualidade do ensino oferecido. O equilíbrio entre as necessidades dos alunos, a disponibilidade de recursos e as demandas dos professores é crucial para garantir um ambiente educacional produtivo e saudável para todas as partes envolvidas. Santos e Souza (2007) destacam que essa situação ilustra um exemplo clássico de problema de fácil compreensão, mas de difícil resolução.

Segundo Fonseca *et al* (2017), os problemas de programação de horários educacionais envolvem a alocação de eventos em horários e recursos, levando em conta uma variedade de restrições tanto rígidas quanto flexíveis.

O problema de quadro de horários está em estudo desde o final da década de 1950 (Tripathy, 1984). Pinedo (2016) observa que, nos últimos cinquenta anos, muitas pesquisas foram realizadas nesta área, resultando em uma ampla variedade de modelos disponíveis.

Com a implementação do Novo Ensino Médio, a distribuição de carga horária nas instituições de ensino tornou-se um desafio ainda maior. No estado do Paraná, assim como em diversas regiões do Brasil, o Novo Ensino Médio é uma transformação substancial no cenário educacional, que procura não só melhorar a qualidade do ensino, mas também adequá-lo às exigências e realidades atuais dos estudantes. Nesse contexto, a inclusão das aulas assíncronas no currículo escolar emerge como uma estratégia fundamental. As aulas assíncronas proporcionam maior flexibilidade de acesso ao conteúdo, permitindo que os estudantes gerenciem seu próprio tempo de estudo de forma mais autônoma. Essa abordagem não apenas amplia as oportunidades de aprendizagem, mas também atende às diferentes necessidades e estilos de aprendizagem dos alunos, promovendo uma educação mais inclusiva e acessível. Bates e Sangrà (2011) realizam uma abrangente revisão da literatura sobre aulas assíncronas, explorando seus benefícios, desafios e melhores práticas.

A adoção de tecnologias na educação oportuniza significativas personalização da aprendizagem, ampliação do acesso ao conhecimento e estímulo à colaboração e aprendizado ativo (Santos *et. al.*, 2024). Essas oportunidades são especialmente relevantes no contexto das aulas assíncronas, que permitem uma abordagem mais flexível e individualizada ao ensino, possibilitando aos alunos acessar o conteúdo de acordo com seu próprio ritmo e preferências de aprendizagem.

No contexto paranaense, o Novo Ensino Médio traz consigo uma série de inovações, incluindo a flexibilização curricular, a ampliação da carga horária e a diversificação das áreas de conhecimento. Essas mudanças visam oferecer uma

formação mais abrangente e personalizada, permitindo que os alunos escolham itinerários formativos alinhados com seus interesses, aptidões e projetos de vida.

No entanto, essa maior flexibilidade curricular também traz desafios significativos para as instituições de ensino, especialmente no que diz respeito à distribuição eficiente da carga horária. Para enfrentar esse desafio, um modelo de programação linear como ferramenta para a distribuição de carga horária faz-se necessário. O estudo de Gonçalves *et al.* (2019) oferece uma contribuição significativa para a área de otimização de horários na educação, demonstrando a viabilidade e efetividade da programação linear para solucionar essa complexa questão. Através da formulação de um modelo matemático robusto e flexível, os autores comprovam que essa ferramenta pode auxiliar instituições de ensino a otimizar a alocação de recursos, como professores, salas de aula e horários, de forma a maximizar a eficiência do processo de ensino-aprendizagem e minimizar custos.

Este desafio é enfrentado em todas as escolas do Paraná, refletindo uma preocupação comum em todo o estado. Diante dessa realidade, a implementação de um modelo para solucionar esse problema seria extremamente útil. Ao oferecer uma abordagem sistemática e eficaz para a distribuição de carga horária, esse modelo poderia contribuir significativamente para a melhoria do ambiente educacional em todas as instituições de ensino paranaenses.

O modelo matemático, baseado em programação linear, poderia levar em consideração a disponibilidade de recursos e as demandas dos professores, buscando otimizar a distribuição de eventos educacionais em horários e recursos disponíveis, enquanto atende a uma variedade de restrições e objetivos.

Em suma, a aplicação da programação linear para a distribuição de carga horária representa uma oportunidade valiosa para melhorar o ambiente educacional e contribuir para a eficiência e qualidade do ensino nas instituições de ensino paranaenses e em todo o Brasil.

O objetivo deste trabalho é formular um modelo matemático baseado em PL a fim de melhorar a eficiência e qualidade do processo de ensino-

aprendizagem em um colégio da rede estadual do Paraná, por meio da distribuição da carga horária das disciplinas.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção apresentam-se uma introdução aos problemas de programação linear (PL) e programação linear inteira mista (PLIM).

2.1 PL

Os modelos de programação linear são um tipo especial de modelos de otimização. Para que um determinado sistema possa ser representado por meio de um modelo de PL, ele deve possuir proporcionalidade, não negatividade, aditividade e separabilidade. Um modelo de PL é um modelo matemático de otimização no qual a função objetivo e as restrições são lineares (de igualdade ou desigualdade) e sua formulação matemática é dada por

$$\text{Otimizar } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (1)$$

Sujeito a:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \quad (2)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \quad (3)$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \quad (4)$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \quad (5)$$

Onde:

Z é a função objetivo do modelo matemático, que pode ser maximizar ou minimizar.

c_1, c_2, \dots, c_n são os coeficientes da função objetivo.

x_1, x_2, \dots, x_n são as variáveis de decisão.

a_{ij} são os coeficientes das variáveis nas restrições.

b_1, b_2, \dots, b_m formam o vetor de constantes independentes.

A Equação 1 se refere a função objetivo do modelo matemático.

As Equações de 2 até 4 representam as restrições da matriz tecnológica do modelo. Elas descrevem as relações quantitativas entre as variáveis do problema como as proporções em que os recursos são utilizados.

A restrição de não negatividade das variáveis, representada pela Equação 5, estipula que todas as variáveis de decisão devem possuir valores que não podem ser negativos.

2.2 PLIM

A programação linear inteira mista é uma extensão da programação linear que permite que algumas ou todas as variáveis de decisão sejam restritas a serem números inteiros, em oposição a valores contínuos. Isso torna o problema mais complexo, pois agora está se otimizando uma função linear sujeita a restrições lineares, mas também precisa levar em conta a natureza discreta das variáveis.

A utilização da programação linear inteira mista é fundamental em diversos problemas do mundo real nos quais as decisões precisam ser tomadas de maneira discreta, como na determinação das quantidades de produtos a serem fabricados, no planejamento de rotas de transporte, na alocação de recursos, entre outros cenários. Em algumas situações, é mais apropriado obter uma solução integral em vez de uma solução fracionária.

O modelo matemático trata de maximizar ou minimizar uma função linear sujeita a um conjunto de restrições lineares, onde algumas ou todas as variáveis de decisão são restritas a serem números inteiros, da seguinte forma:

$$\text{Otimizar } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (6)$$

Sujeito a:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \quad (7)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \quad (8)$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \quad (9)$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \quad (10)$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \in Z \quad (11)$$

Onde:

Z é a função objetivo do modelo matemático, que pode ser maximizar ou minimizar.

c_1, c_2, \dots, c_n são os coeficientes da função objetivo.

x_1, x_2, \dots, x_n são as variáveis de decisão.

a_{ij} são os coeficientes das variáveis nas restrições.

b_1, b_2, \dots, b_m formam o vetor de constantes independentes.

De maneira análogo ao PL a Equação 6 se refere a função objetivo do modelo matemático.

As Equações de 7 até 9 representam as restrições da matriz tecnológica do modelo. Elas descrevem as relações quantitativas entre as variáveis do problema como as proporções em que os recursos são utilizados.

A restrição de não negatividade das variáveis, representada pela Equação 10, estipula que todas as variáveis de decisão devem possuir valores que não podem ser negativos.

A equação 11 estipula que as variáveis devem pertencer ao conjunto de números inteiros.

2.3 MODELOS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR NA EDUCAÇÃO

Um modelo eficiente para a alocação de carga horária é fundamental para garantir uma Gestão Escolar eficiente. Esses modelos contribuem para uma distribuição eficaz dos recursos educacionais, como tempo de aula, salas de aula e pessoal docente. Eles permitem que os gestores escolares otimizem o uso desses recursos, garantindo que sejam alocados de acordo com as necessidades dos alunos e os objetivos da instituição. O estudo de Lima e Costa (2020) sobre eficiência na gestão escolar por meio de modelos de alocação de carga horária em uma escola pública oferece informações importantes sobre como a organização do tempo de trabalho dos professores pode impactar diretamente no desempenho dos alunos e na qualidade do ensino.

Segundo Burke, De Werra e Trick (2004), a PLIM tem sido amplamente utilizada na otimização de problemas de alocação de recursos em escolas, como a elaboração de horários de aulas. No estudo de Salido, Díaz e Framiñán (2004), a aplicação de PLIM foi fundamental para resolver o problema de elaboração de horários de aulas em uma universidade.

Os modelos de programação linear desempenham um papel significativo na educação, oferecendo ferramentas poderosas para resolver uma variedade de problemas relacionados ao planejamento e otimização de recursos em instituições educacionais

2.4 LEGISLAÇÃO EDUCACIONAL E POLÍTICAS PÚBLICAS

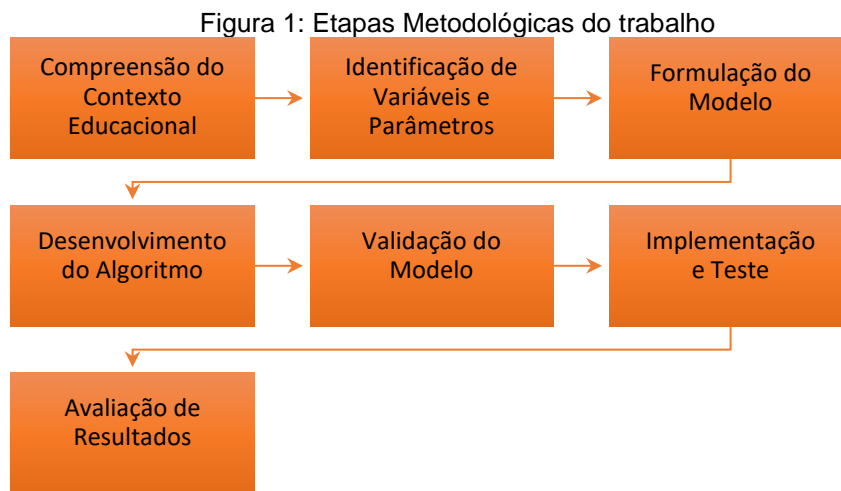
As normativas educacionais têm como objetivo oferecer uma educação de qualidade a todos os estudantes, sem distinção de classe social, etnia, gênero ou região de origem.

A Lei do Novo Ensino Médio (Lei nº 13.415/2017) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) são marcos regulatórios na educação brasileira, delineando os parâmetros e diretrizes para a reestruturação do ensino médio em todo o território nacional. No estado do Paraná, essas legislações desempenham um papel fundamental na orientação das políticas educacionais estaduais e

municipais, moldando a realidade educacional dos paranaenses. As diretrizes estabelecidas incluem o aumento da carga horária mínima anual de 800 para 1.000 horas, com o intuito de aprofundar o aprendizado e ampliar as oportunidades de formação dos alunos. Parte dessas horas é destinada às aulas assíncronas, uma modalidade de ensino que complementa as atividades presenciais e permite uma maior flexibilidade no processo de aprendizagem.

3 METODOLOGIA

Este trabalho se enquadra como um estudo de caso, pois visa desenvolver um modelo matemático de programação linear para a alocação de aulas e aplicá-lo em um colégio estadual específico. Todas as etapas metodológicas adotadas são resumidas na Figura 1.



Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

3.1 ETAPAS METODOLÓGICAS

3.1.1 Contexto educacional e panorama colégio estudado

A primeira etapa envolveu entender o contexto educacional no estado do Paraná. Isso foi crucial para construir um modelo que fosse relevante e eficaz para a realidade específica em que foi aplicado.

Em 2017, foi sancionada a Lei nº 13.415, conhecida como Reforma do Novo Ensino Médio (NEM), estabelecendo diretrizes para a reestruturação curricular do ensino médio em todo o Brasil. O Paraná adotou essa iniciativa nacional e, a partir de 2022, começou a implementar gradualmente o NEM em suas escolas. O objetivo é proporcionar aos estudantes uma formação mais personalizada e alinhada às suas aspirações e necessidades. Esse novo modelo de ensino médio no Paraná visa oferecer flexibilidade curricular, introduzindo itinerários formativos que permitem uma maior adaptação do currículo às preferências dos alunos. Além das disciplinas obrigatórias, os estudantes têm a oportunidade de escolher entre diferentes áreas de conhecimento, como Linguagens e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias, e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas.

O colégio em questão é uma importante instituição localizada na região metropolitana de Curitiba, pertencente à rede pública estadual. Ele oferece diversas turmas que optam por diferentes áreas do conhecimento, conforme o modelo do Novo Ensino Médio. Por exemplo, há turmas da segunda série do ensino médio que escolhem focar no eixo de Ciências Humanas, enquanto outras turmas preferem concentrar-se em disciplinas relacionadas às Ciências Exatas. Essa diversidade de escolhas reflete a proposta de personalização do currículo, permitindo que os alunos sigam trajetórias educacionais alinhadas às suas preferências.

No contexto do Novo Ensino Médio, é comum que haja uma combinação de aulas presenciais e atividades assíncronas para complementar a carga horária dos alunos. Diariamente, os alunos participam de seis aulas, sendo que cinco delas são presenciais e uma é assíncrona.

Atualmente, na escola em questão, a distribuição da carga horária para os professores é realizada em duas etapas. Na primeira etapa, utiliza-se um software predefinido para distribuir as cinco aulas presenciais para os alunos. No entanto, após esse processo, a alocação das aulas assíncronas é feita manualmente. Isso tem gerado bastante esforço devido à incompatibilidade de variáveis entre o software e a necessidade de ajustes manuais. Essa abordagem manual pode ser demorada e propensa a erros, o que pode impactar

negativamente a eficiência do processo de distribuição da carga horária dos professores

3.1.2 Identificação de variáveis e parâmetros

Após observações e entrevistas no ambiente escolar, tornou-se necessário identificar as variáveis e parâmetros relevantes do problema. Esta etapa é crucial para compreender os elementos essenciais envolvidos na distribuição das aulas, tanto as presenciais quanto as assíncronas. Ao identificar corretamente as variáveis e parâmetros, é possível desenvolver um modelo matemático que represente de forma precisa a complexidade da distribuição da carga horária dos professores.

Nessa etapa, durante a análise do problema, identificamos uma série de variáveis e parâmetros cruciais para a modelagem adequada da distribuição da carga horária dos professores. Entre esses elementos, incluem-se o número total de professores, o número de turmas, a quantidade de dias na semana, o número de horários disponíveis por dia, e o peso atribuído ao dia de preferência de não vinculação para cada professor. Além disso, consideramos a carga horária de cada professor em cada turma, e a disponibilidade individual de cada professor para lecionar em determinado dia e horário, expressa por meio da variável. Esses elementos são essenciais para criar um modelo matemático robusto que capture a complexidade do processo de alocação das aulas, garantindo eficiência e adequação às necessidades específicas da escola.

3.1.3 Formulação do modelo

O modelo proposto é um Problema de PLIM de minimização, projetado para a alocação eficiente de professores em turmas. Ele é abrangente e bem estruturado, visando minimizar a quantidade de dias em que os professores devem estar presentes na instituição. As restrições são cuidadosamente definidas para garantir uma distribuição justa e eficiente das aulas, levando em

conta a disponibilidade dos professores, carga horária das turmas e preferências individuais dos professores em relação aos dias de trabalho.

3.1.4 Implementação computacional do modelo

O modelo foi implementado computacionalmente utilizando a linguagem Julia, devido aos diversos benefícios que esta oferece. De acordo com Bezanson *et al.* (2022), a linguagem Julia pode alcançar um desempenho comparável às linguagens de baixo nível em uma variedade de tarefas, como C e Fortran. Sua capacidade de lidar eficientemente com cálculos numéricos e matemáticos complexos torna-a uma escolha ideal para a resolução de problemas de otimização, como o problema de alocação de professores em turmas. Além disso, a integração direta com solucionadores de otimização, como o Gurobi, permite uma implementação simplificada e eficaz do modelo. O Gurobi é um dos solucionadores de otimização mais poderosos e amplamente utilizados, conhecido por sua eficiência e capacidade de lidar com problemas complexos em tempo hábil. A combinação da linguagem Julia com o solucionador Gurobi proporciona uma solução robusta e eficiente para o problema.

3.1.5 Validação do modelo

O modelo foi desenvolvido utilizando dados simulados e, posteriormente, após a coleta de dados reais, foi executado com esses dados reais. Essa abordagem permitiu inicialmente testar e validar o modelo em um ambiente controlado antes de aplicá-lo em situações reais. A utilização de dados simulados possibilitou ajustes e refinamentos no modelo antes da sua implementação definitiva com dados reais, contribuindo para a sua eficácia e precisão na alocação de professores em turmas.

3.1.6 Implementação e teste

Para facilitar a avaliação dos resultados, o modelo foi implementado considerando apenas sete turmas. Essa escolha foi feita para simplificar a análise e permitir uma compreensão mais clara do desempenho do modelo. Focar em um número menor de turmas também ajudou a garantir uma implementação mais eficiente e uma avaliação mais detalhada dos resultados obtidos.

3.1.7 Avaliação de resultados

A etapa de avaliação é útil para garantir a eficácia e a precisão do modelo desenvolvido. Nessa fase, os resultados obtidos são analisados e comparados com os objetivos e requisitos estabelecidos anteriormente. Isso permite identificar eventuais discrepâncias, avaliar o desempenho do modelo em diferentes cenários e verificar se as soluções propostas são viáveis e satisfatórias na prática. A avaliação de resultados também oferece *insights* valiosos para possíveis melhorias no modelo, refinando-o e adaptando-o conforme necessário para melhor atender às necessidades específicas do problema em questão

4 DESCRIÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO PARA ALOCAÇÃO DE AULAS

O modelo proposto é bastante abrangente e bem estruturado para a alocação de professores em turmas, levando em consideração várias restrições e objetivos importantes, como a minimização da quantidade de dias em que os professores devem estar presentes na instituição.

As restrições são cuidadosamente definidas para garantir que a distribuição das aulas seja feita de forma justa e eficiente, considerando a disponibilidade dos professores, a carga horária de cada turma e as preferências individuais dos professores quanto aos dias de trabalho.

A referência às diretrizes do Novo Ensino Médio no Paraná contribui para a validade e relevância do modelo, demonstrando sua aplicabilidade no contexto educacional específico da região.

Em seu trabalho Moreira (2013) ressalta a importância fundamental da fase inicial de coleta de dados e observação, destacando que tanto a observação inicial quanto a formulação do problema são passos essenciais na resolução de problemas por meio da pesquisa operacional. Assim, foi crucial garantir a criação de um cenário verídico que replicasse fielmente o contexto do Novo Ensino Médio.

A inclusão das aulas assíncronas para as turmas de números pares é uma consideração relevante, refletindo as características específicas do Novo Ensino Médio. Além disso, a tratativa das horas atividades como uma turma específica demonstra uma abordagem prática e coerente para lidar com essa questão.

As horas atividades de cada professor (HA) são tratadas como uma turma específica, uma vez que cada professor tem uma carga horária de HA a ser cumprida na escola em que trabalha.

Considerou-se ainda que todas as turmas têm professores previamente designados para cada disciplina, e cada professor ministra apenas uma disciplina.

Os professores podem indicar os dias em que preferem não estar na escola, mesmo que tenham disponibilidade. É adotada uma escala de preferência de 1 a 5, onde 5 representa o dia de preferência de não vinculação do professor. Consequentemente, a atribuição de aula nesses dias será mais penalizada em comparação com os demais dias da semana.

As diretrizes do Novo Ensino Médio no Paraná podem ser encontradas nos documentos oficiais emitidos pela Secretaria de Educação do Estado do Paraná (SEED-PR) ou pelo Conselho Estadual de Educação (CEE-PR).

Após observação e estudo do contexto, percebeu-se que o modelo poderia ser delineado da seguinte forma:

4.1 PARÂMETROS

- P : Número de professores;
- T : Número de turmas;
- D : Número de dias na semana;
- H : Número de horários por dia;
- PV : Peso atribuído ao dia de preferência de não vinculação para cada professor;
- CH : A carga horária do professor p na turma t ;
- $Disp$: Indica a disponibilidade do professor p para lecionar no dia d e horário h .

4.2 CONJUNTOS

- $professores = \{1, 2, \dots, P\}$: Conjunto de professores;
- $turmas = \{1, 2, \dots, T\}$: Conjunto de turmas;
- $dias = \{1, 2, \dots, D\}$: Conjunto de dias;
- $horarios = \{1, 2, \dots, H\}$: Conjunto de horários.

4.3 VARIÁVEIS DE DECISÃO

- x_{ptdh} : Variável binária que indica se o professor p está alocado para a turma t no dia d no horário h ;
- v_{pd} : Variável binária que indica se o professor p está vinculado ao dia d .

4.4 FUNÇÃO OBJETIVO

A função objetivo visa principalmente aprimorar a qualidade da grade horária da escola, com o objetivo de minimizar a quantidade de dias em que os professores devem estar presentes na instituição.

Cada vez que uma aula é atribuída a um professor em um determinado

dia, o peso correspondente para esse par dia-professor é adicionado a função objetivo.

$$\sum_{p=1}^P \sum_{d=1}^D PV.v \quad (12)$$

4.5 RESTRIÇÕES

4.5.1 Vínculo entre alocação e vínculo do professor ao dia

A primeira variável mencionada na função objetivo não é capaz de realizar a distribuição das aulas, pois não considera as turmas e horários. Assim, é necessário relacioná-la com a variável x_{ptdh} cuja relação é definida pela restrição apresentada abaixo:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{h=1}^H x_{ptdh} \leq v.H \quad \forall p, \forall d \quad (13)$$

4.5.2 Distribuição da carga horária

A restrição abaixo assegura que toda a carga horária, para todas as turmas, seja distribuída ao longo da semana.

$$\sum_{d=1}^D \sum_{h=1}^H x_{ptdh} = CH \quad \forall p, \forall t \quad (14)$$

4.5.3 Restrição referente a limitação de aulas por turma, dia e horário

Em cada horário h, é crucial que haja um único professor lecionando para cada turma

$$\sum_{p=1}^P x_{ptdh} \leq 1 \quad \forall t, \forall d, \forall h t \quad (15)$$

4.5.4 Restrição referente a limitação de aulas por dia para cada professor

A carga horária máxima permitida para cada professor é de 5 aulas por dia.

$$\sum_{t=1}^T \sum_{h=1}^H x_{ptdh} = 5 \quad \forall p, \forall h t \quad (16)$$

4.5.5 Restrição referente a disponibilidade de cada professor

Um fator a ser considerado é a disponibilidade dos professores. O parâmetro *Disp* é uma matriz binária tridimensional, que indica se o professor está disponível em um determinado dia e horário.

$$\sum_{t=1}^T x_{ptdh} \leq Disp \quad \forall p, \forall d, \forall h t \quad (17)$$

4.5.6 Restrição de que turmas pares (aulas assíncronas) deve ter somente uma aula por dia

Cada turma com número par deve ter no máximo uma aula assíncrona por dia, garantindo assim a distribuição equitativa das aulas ao longo da semana.

$$\sum_{p=1}^P x_{ptdh} \leq 1 \quad \text{se } t \text{ é par} \quad \forall d, \forall h t \quad (18)$$

4.5.7 Restrição de que cada professor deve ter no máximo uma aula por horário em cada dia

$$\sum_{t=1}^T x_{ptdh} \leq 1 \quad \forall p, \forall d, \forall h \quad (19)$$

O modelo matemático em questão é definido pela Equação (12) e por todas as restrições apresentadas nas equações numeradas de 13 a 19.

5 RESULTADOS

Para validar a aplicabilidade do modelo, ele foi utilizado para resolver um problema em uma escola da região metropolitana de Curitiba. O cenário envolveu a participação de 27 professores, distribuídos em 7 turmas. Cada turma possui 25 aulas presenciais e 5 aulas assíncronas por semana.

Na Tabela 1, as turmas foram nomeadas de acordo com o seguinte padrão: cada turma tem as aulas presenciais identificadas primeiramente, seguidas pelo número subsequente que corresponde às aulas assíncronas. Por exemplo, a turma 1 refere-se às aulas presenciais na 1ª série do ensino médio da turma G, enquanto a turma 2 refere-se às aulas assíncronas na 1ª série do ensino médio da mesma turma. Além disso, a turma número 15 está relacionada à quantidade de horas atividades (HA) que devem ser cumpridas por cada docente. Essa nomenclatura padronizada permite uma identificação clara e organizada das diferentes modalidades de aulas oferecidas em cada série e turma, bem como das horas atividades atribuídas a cada professor que por sua vez foi representado por um número na tabela.

A Tabela 1 e o Tabela 2 mostram alguns dos dados utilizados no experimento.

Tabela 1. Distribuição de Carga Horária

Prof.	Turmas														
	1 1ª A	2 1ª AC	3 1ª B	4 1ª BC	5 1ª C	6 1ª CC	7 1ª D	8 1ª DD	9 1ª E	10 1ª EC	11 1ª F	12 1ª FC	13 1ª G	14 1ª GC	15 HA
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	1
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	3
4	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	4
5	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
6	2	0	2	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	2
7	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	2
8	2	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4
10	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3
11	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	4
12	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	2
13	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	4
14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	3
15	3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
16	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	2	0	0	0	1
17	0	0	0	0	0	0	2	0	2	0	2	0	0	0	2
18	0	0	0	0	3	0	3	0	3	0	3	0	3	0	5
19	0	0	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	1
20	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	1
23	3	0	3	0	3	0	3	0	3	0	0	0	0	0	5
24	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	2	0	2	0	2
25	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	4
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0
Aulas	25	5	25	5	25	5	25	5	25	5	25	5	25	5	

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Tabela 2. Preferência por não vínculo diário

Prof.	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1	5	5	5	5	4
2	5	1	1	3	2
3	5	1	1	5	1
4	2	2	5	3	5
5	3	3	1	4	4
6	3	5	4	5	5
7	3	1	4	3	1
8	1	1	4	3	5
9	1	5	1	3	1
10	5	5	4	3	1
11	1	5	4	3	4
12	5	5	4	3	4
13	5	1	5	3	4
14	1	1	5	1	4
15	4	3	1	1	5
16	4	5	3	5	5
17	4	1	3	1	1
18	1	3	5	4	1
19	5	5	5	4	5
20	1	1	1	3	1

21	5	1	4	3	1
22	3	1	1	3	3
23	3	1	5	3	3
24	5	5	1	3	3
25	5	1	3	1	4
26	5	1	5	1	4
27	5	1	1	1	4

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Após a execução do modelo, obtivemos como resultado a alocação de cada professor em um horário específico, detalhando os dias e horários de trabalho. Com essa informação, foi possível elaborar o quadro ideal de carga horária para cada professor, conforme ilustrado na Tabela 3 e na Tabela 4.

Tabela 3: Exemplo de Alocação de Carga Horária para o Professor 1

Prof. 1	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
Aula 1				Turma 11	
Aula 2					
Aula 3				HA	
Aula 4				Turma 11	
Aula 5				Turma 11	

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Tabela 4: Exemplo de Alocação de Carga Horária para o Professor 3

Prof. 3	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
Aula 1		HA	Turma 3		Turma 1
Aula 2		Turma 6	HA		Turma 2
Aula 3		Turma 7	Turma 9		Turma 5
Aula 4			HA		Turma 8
Aula 5			Turma 10		Turma 4

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

6 CONCLUSÃO

Gil (2022) ressalta em sua obra, que um bom estudo de caso constitui uma tarefa difícil de realizar. No entanto, com o devido empenho, e atenção em todas as etapas metodológicas apresentadas, o sucesso nos resultados do presente estudo de caso foi alcançado.

Em suma, os resultados obtidos evidenciam a aplicabilidade eficaz do modelo proposto para a otimização da distribuição de carga horária no contexto do Novo Ensino Médio. A capacidade do modelo em alocar de forma eficiente as atividades dos professores, considerando as peculiaridades das aulas presenciais e assíncronas, demonstra sua viabilidade e relevância para a gestão educacional nas instituições de ensino. Assim, concluímos que o modelo apresenta grande potencial para auxiliar as escolas na organização de seus quadros de horários, promovendo uma distribuição equitativa e eficaz da carga horária dos professores, o que contribui significativamente para a qualidade do ensino oferecido no âmbito do Novo Ensino Médio.

Tais resultados apresentam grande potencial de beneficiar tanto a sociedade quanto a academia de diversas maneiras. Ao demonstrar a eficácia do modelo proposto para otimizar a distribuição de carga horária no contexto do Novo Ensino Médio, esta pesquisa oferece contribuições significativas. Primeiramente, uma distribuição eficiente da carga horária dos professores pode resultar em um ambiente educacional mais produtivo e enriquecedor. Ao considerar as peculiaridades das aulas presenciais e assíncronas, o modelo oferece uma abordagem flexível que se ajusta às necessidades e realidades

variadas das escolas e dos alunos. Isso permite uma adaptação mais eficaz a diferentes contextos e cenários educacionais. Por fim, os resultados desta pesquisa podem servir como base para estudos futuros sobre otimização da distribuição de carga horária e gestão educacional, promovendo o avanço do conhecimento acadêmico no campo da educação e abrindo novas oportunidades para pesquisa e desenvolvimento.

Embora os resultados desta pesquisa ofereçam *insights* valiosos para a otimização da distribuição de carga horária no contexto do Novo Ensino Médio, é importante reconhecer algumas limitações. Uma dessas limitações é que o modelo considerou apenas a situação em que cada professor ministra uma única disciplina. Isso pode não refletir completamente a realidade de todas as escolas, onde alguns professores podem ensinar mais de uma disciplina.

Para futuras pesquisas, é recomendável explorar a aplicabilidade do modelo em escolas com diversas estruturas e características, inclusive aquelas em que os professores ministram múltiplas disciplinas. Além disso, seria interessante incorporar preferências por aulas conjugadas dos professores, as quais podem ser coletadas por meio de formulários ou outras ferramentas de pesquisa.

REFERÊNCIAS

BATES, Anthony W.; SANGRÀ, Albert. **A review of asynchronous learning. Education and Technology Research**, v. 38, n. 1, p. 1-19, 2011.

BEZANSON, Jeff; EDELMAN, Alan; KARPINSKI, Stefan; SHAH, Viral B. **The Julia Language: A Comprehensive Evaluation**. 2022. Disponível em: <https://arxiv.org/pdf/2211.02740>. Acesso em: 22 abr. 2024.

BEZANSON, J. *et al.* **The Julia Programming Language**. SIAM Review, v. 59, n. 1, p. 65–98, 2017.

BURKE, E.K.; DE WERRA, D.; TRICK, M.A. **A Matheuristic Approach to the Timetabling Problem**. European Journal of Operational Research, v. 158, n. 3, p. 662-673, 2004.

ESCOLA DIGITAL PARANÁ. **Novo Ensino Médio**. Disponível em: <https://professor.escoladigital.pr.gov.br/nem>. Acesso em: 22 abr. 2024.

FONSECA, G. H. G. *et al.* **Integer programming techniques for educational timetabling**. European Journal of Operational Research, v. 262, n. 1, p. 28-39, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.03.020>.

GIL, A. CARLOS. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2022.

GÓES, A. R. T. *et al.* **Otimização na programação de horários de professores/turmas: Modelo Matemático, Abordagem Heurística e Método Misto**. Sistemas & Gestão, v. 5, n. 1, p. 50–66, 2010. Disponível em: <https://www.revistasg.uff.br/sg/article/view/V5N1A4>. Acesso em: 22 abr. 2024.

GONÇALVES, J. F., da SILVA, E. L., & de OLIVEIRA, M. A. (2019). **A mathematical model based on linear programming for solving scheduling problems in education**. Annals of Operations Research, 279(1), 71-87.

LIMA, C. A.; COSTA, D. S. **Eficiência na gestão escolar através de modelos de alocação de carga horária: um estudo de caso em uma escola pública**. Gestão & Planejamento Educacional, v. 12, n. 3, p. 67-82, 2020.

MOREIRA, D. A. **Pesquisa Operacional: Curso Introductório**. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

PINEDO, M. L. (2016) **Scheduling** (5a ed.)

SANGRÀ, Albert; BATES, Tony. **Managing Technology in Higher Education: Strategies for Transforming Teaching and Learning.** John Wiley/Jossey-Bass, 2011.

SANTOS, H. G., & SOUZA, M. J. F. (2007). **Programação de Horários em Instituições Educacionais: Formulações e Algoritmos.** Em Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 39 (pp. 2827-2882). Recife: SBPO. Recuperado de <http://www.din.uem.br/sbpo/sbpo2007/pdf/arq0295.pdf>.

SANTOS, S. M. A. V.; OLIVEIRA, D. V. DE; DANTAS JUNIOR, F. E.; SILVA, G. V. DA; DEMUNER, J. A.; SILVA, K. K. de A.; Silva, L. F. da; Silva, M. A. M. **Desafios E Oportunidades: A adoção De Tecnologias Na educação E Os obstáculos Enfrentados Pelos Professores Na Era Digital.** Cad. Pedagógico 2024, 21, e3327.

SALIDO, M. A.; DÍAZ, J. A.; FRAMIÑÁN, J. M. **A mixed-integer programming model for a university course timetabling problem.** European Journal of Operational Research, Volume 152, Issue 3, páginas 548-559, 2004.

TRIPATHY, A. **School timetabling: a case in large binary integer linear programming.** Management Science, v. 30, n. 12, p. 1473-1489, 1984.