

Criação de um ambiente *web* de realidade virtual para a visualização dos poliedros de Arquimedes e seus duais de Catalan

Creation of a virtual reality web environment for viewing Archimedes' polyhedra and their Catalan duals

Creación de un entorno web de realidad virtual para la visualización de los poliedros de Arquímedes y sus duales catalanes

DOI: 10.55905/oelv22n3-122

Originals received: 02/16/2024

Acceptance for publication: 03/01/2024

Paulo Henrique Siqueira

Doutor em Métodos Numéricos em Engenharia

Instituição: Universidade Federal do Paraná (UFPR)

Endereço: Departamento de Expressão Gráfica, Centro Politécnico da UFPR, Jardim das Américas, Curitiba – PR, CEP: 81530-000

E-mail: paulohs@ufpr.br

RESUMO

Este artigo mostra o uso de recursos *web*, para a criação de ambientes para a visualização de poliedros de Arquimedes e os respectivos poliedros duais de Catalan. Estes ambientes foram criados com o uso de recursos da Realidade Virtual (RV), que permitem ao visitante a manipulação dos poliedros e a comparação entre os poliedros e seus duais. As transformações geométricas de translação e rotação foram usadas para as construções das salas virtuais, com o uso de estruturas de hierarquias de páginas HTML para a inserção de cada poliedro em sua respectiva sala virtual. Os recursos apresentados neste trabalho podem ser usados em sala de aula para a visualização dos poliedros com óculos imersivos e até mesmo em Realidade Aumentada (RA) com o uso de smartphones e tablets. Outros estudos que podem ser desenvolvidos com os poliedros modelados neste artigo são de áreas, volumes, seções planas e a relação de Euler. Este artigo mostra a possibilidade de criação de materiais didáticos com uma tecnologia simples, gratuita e com grande contribuição para a melhoria do ensino da Geometria, além de outras áreas que utilizam representações gráficas de objetos 3D.

Palavras-chave: realidade virtual, visualização gráfica, poliedros de Arquimedes, poliedros de Catalan, dualidade.

ABSTRACT

This paper shows the use of web resources, to create environments for visualizing Archimedean polyhedra and the respective Catalan dual polyhedra. These environments were created using Virtual Reality (VR) resources, which allow the visitor to manipulate



the polyhedra and compare the polyhedra and their duals. The geometric transformations of translation and rotation were used to construct the virtual rooms, using HTML page hierarchies structures to insert each polyhedron in its respective virtual room. The resources presented in this paper can be used in the classroom to visualize polyhedra with immersive glasses and even in Augmented Reality (AR) using smartphones and tablets. Other studies that can be developed with the modeled polyhedra are areas, volumes, plane sections and the Euler relation. This article shows the possibility of creating teaching materials with a simple, free technology that makes a great contribution to improving the teaching of Geometry and also other areas that use graphic representations of 3D objects.

Keywords: virtual reality, graphical visualization, Archimedean polyhedra, Catalan polyhedra, duality.

RESUMEN

Este artículo muestra el uso de recursos web para crear entornos para visualizar los poliedros de Arquímedes y los respectivos poliedros duales catalanes. Estos entornos fueron creados utilizando recursos de Realidad Virtual (VR), que permiten al visitante manipular los poliedros y compararlos y sus duales. Para la construcción de las salas virtuales se utilizaron las transformaciones geométricas de traslación y rotación, utilizando estructuras de jerarquías de páginas HTML para insertar cada poliedro en su respectiva sala virtual. Los recursos presentados en este trabajo se pueden utilizar en el aula para visualizar poliedros con gafas inmersivas e incluso en Realidad Aumentada (RA) utilizando smartphones y tablets. Otros estudios que se pueden desarrollar con los poliedros modelados en este artículo son áreas, volúmenes, secciones planas y la relación de Euler. Este artículo muestra la posibilidad de crear materiales didácticos con una tecnología sencilla y gratuita que hace un gran aporte a la mejora de la enseñanza de la Geometría, así como de otras áreas que utilizan representaciones gráficas de objetos 3D.

Palabras clave: realidad virtual, visualización gráfica, poliedros de Arquímedes, poliedros Catalanes, dualidad.

1 INTRODUÇÃO

Os conteúdos apresentados em algumas disciplinas que envolvem conceitos tridimensionais podem ser compreendidos, por parte dos alunos, de maneira mais eficiente com o uso de recursos auxiliares. Os materiais concretos, feitos com impressoras 3D, podem ser usados nas aulas de Matemática (Quigley, 2021), Biologia (Olumorin et al., 2022), ou disciplinas com conteúdos que envolvem o desenvolvimento e habilidades espaciais (Karaismailoglu e Yildirim, 2023). A criação de ambientes ou aplicativos *web* para o ensino pode colaborar no ensino de conceitos de Biologia (Delgado, Bhark e

Donahue, 2021) e Física (Komikesari et al., 2019; Rozal et al., 2021) e tem sido utilizada como uma alternativa atraente para auxílio da aprendizagem dos alunos.

A modelagem de objetos com o uso de tecnologias virtuais também pode auxiliar na aprendizagem de conteúdos que envolvem conceitos em três dimensões (3D). A Realidade Virtual (RV) permite a criação de um ambiente imersivo e interativo com manipulação dos objetos por meio de controles e óculos imersivos (Marougkas et al., 2023).

Ambientes desenvolvidos em RV podem ajudar na visualização de fenômenos físicos, biológicos ou químicos (Kumar et al., 2021), simulações de situações de treinamentos, jogos educacionais (Pirker et al., 2020), Medicina (Pottle, 2019), Enfermagem (Chen et al., 2020), simulações de construções (Soliman et al., 2021) e outras áreas ligadas à educação (Fabris et al., 2019; Melinda e Widjaja, 2022; Akhunova, 2021).

A aprendizagem dos conteúdos que envolvem poliedros em disciplinas como Geometria Euclidiana, Geometria Descritiva e Desenho Técnico quase sempre necessita de materiais auxiliares, tais como poliedros planificados, montados com materiais alternativos, ou impressos em 3D (Andrade, Santos e Moura, 2017). Os conteúdos que envolvem visualizações de faces e arestas, além dos cálculos de áreas e volumes podem ser explorados com materiais manipuláveis ou modelados em ambientes virtuais.

O uso de ambientes virtuais programados em RV pode complementar a utilização dos materiais didáticos tradicionais no ensino dos poliedros, pois os alunos podem interagir e visualizar os sólidos e suas propriedades de maneira mais efetiva e significativa. A RV pode colaborar na interação dos alunos com as representações dos poliedros modelados, facilitando as visualizações e a compreensão das propriedades dos objetos.

Neste artigo são apresentados os recursos *web* para criação de ambientes imersivos que possibilitam a manipulação de poliedros de Arquimedes e de Catalan com as tecnologias de RV e Realidade Aumentada (RA). Nas visualizações dos poliedros com o uso de RA, são disponibilizados os *links* para as páginas desenvolvidas em RV.

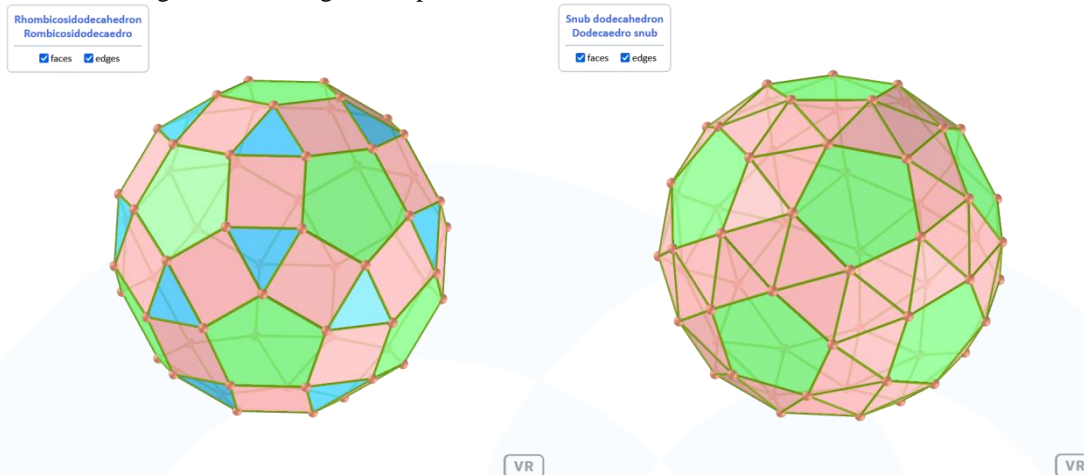
Na página programada em RA, os alunos visualizam e manipulam os poliedros em diversos pontos de vista e acessam as páginas programadas em RV para manipularem as representações dos sólidos com dispositivos móveis, computadores ou podem até imergirem na cena utilizando óculos de RV.

2 MODELAGEM DOS POLIEDROS DE ARQUIMEDES

Um poliedro convexo de Arquimedes é formado por polígonos regulares e cada vértice é extremidade do mesmo número de arestas. Existem 13 poliedros de Arquimedes, os quais 7 são obtidos por meio de seções planas dos Sólidos de Platão. Os vértices destes poliedros são combinações de dois ou mais polígonos regulares diferentes (Coxeter, 1973; Weisstein, 2024). Os poliedros podem ser representados utilizando-se as coordenadas de seus vértices ou por meio das construções dos polígonos que representam as faces dos sólidos.

Em Siqueira (2021) são apresentados os códigos usados para representação de cada poliedro de Arquimedes usando as simetrias e ângulos entre arestas e faces que definem os sólidos. A modelagem dos poliedros de Arquimedes para a criação das salas virtuais deste artigo é a mesma apresentada no trabalho de Siqueira (2021). A figura 1 mostra os poliedros Rombicosidodecaedro e Dodecaedro snub modelados com os recursos de RV disponíveis para programação em HTML com os *scripts* e comandos A-Frame (2024).

Figura 1: Modelagem dos poliedros Rombicosidodecaedro e Dodecaedro snub.



Fonte: o autor.

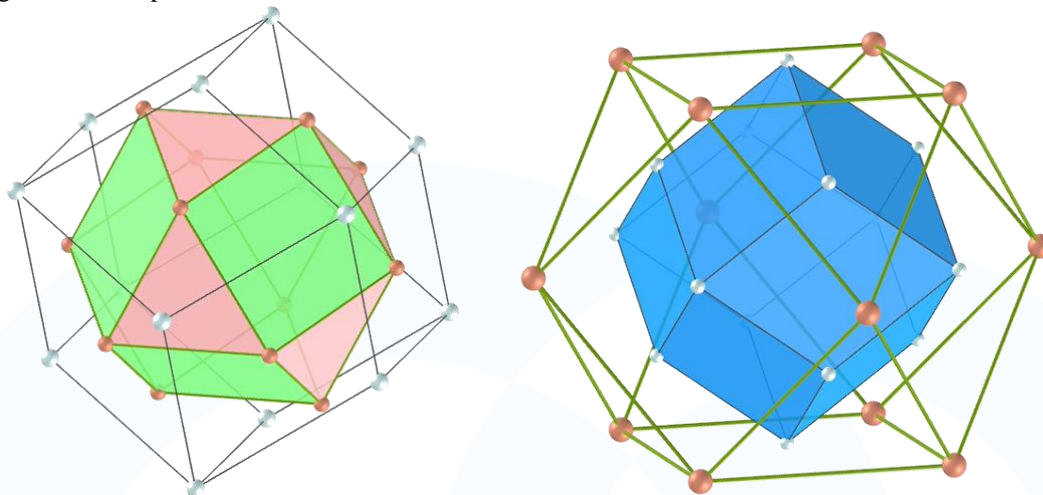
Os poliedros podem acessados individualmente, e os alunos podem manipular e visualizar estes poliedros de diversas maneiras em qualquer dispositivo. Nesta forma de visualização, os alunos podem escolher a visualização apenas das faces ou das arestas de cada poliedro. Os modelos dos poliedros de Arquimedes, as salas virtuais e os QR codes para visualização de cada poliedro usando a tecnologia de RA estão disponíveis na página: <https://paulohscwb.github.io/polyhedra/archimedes/>

3 DUALIDADE DE POLIEDROS

O conceito de dualidade na Geometria está associado com uma estrutura secundária de um poliedro. De acordo com Wenninger (2003), esta estrutura é definida pela correspondência biunívoca entre os vértices de um poliedro com as faces do outro poliedro. As arestas entre os pares de vértices de um poliedro têm a correspondência biunívoca com as arestas entre os pares de faces do poliedro dual.

Considere o Cuboctaedro de Arquimedes, que possui 8 faces triangulares, 6 faces quadradas, 24 arestas e 12 vértices (Figura 2). A correspondência entre cada face deste poliedro com os vértices do dual determina um sólido com 14 vértices e 12 faces denominado Dodecaedro Rômbo. Este é um dos poliedros de Catalan (Coxeter, 1973; Weisstein, 2024). As arestas do poliedro dual são ortogonais às arestas do poliedro primal, e o dual do dual sempre é o poliedro primal.

Figura 2: Correspondência entre arestas, faces e vértices entre o Cuboctaedro e o Dodecaedro Rômbico.

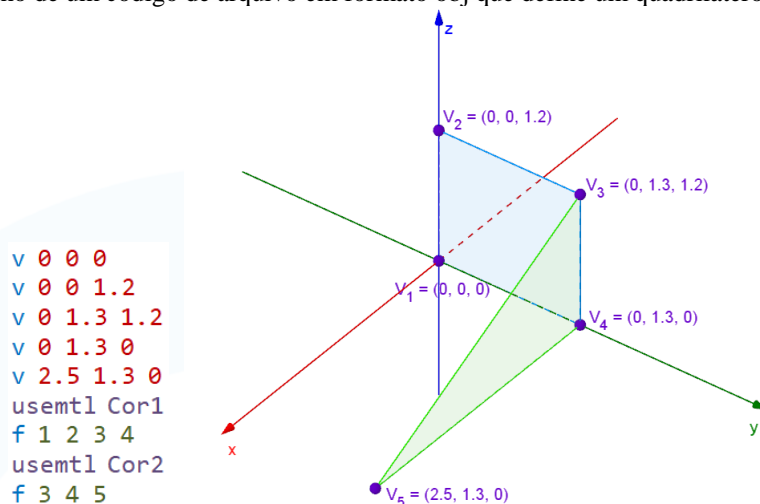


Fonte: o autor.

As faces dos poliedros de Catalan não são regulares: são triângulos isósceles, losangos, deltoides (quadriláteros com dois pares disjuntos de lados adjacentes congruentes), pentágonos irregulares simétricos e triângulos escalenos acutângulos. Logo, a modelagem destes poliedros pode ser feita usando as coordenadas dos vértices, definindo-se quais vértices formam cada face do sólido. Estas informações são inseridas em arquivos com formato *obj* (Fileformat, 2024), que funcionam de maneira bastante intuitiva.

Por exemplo, um quadrilátero que tem os vértices 1, 2, 3 e 4 e um triângulo que tem os vértices 3, 4 e 5 são definidos em um arquivo *obj* (Figura 3). As faces são definidas com comandos *f*, que possuem as sequências de vértices definidos nos comandos *v* com as coordenadas 3D. As cores podem ser definidas no arquivo de materiais com extensão *mtl* e o comando *usemtl*.

Figura 3: Trecho de um código de arquivo em formato obj que define um quadrilátero e um triângulo.



Fonte: o autor.

Os arquivos *obj* com as arestas são criados da mesma forma, com o uso dos comandos de linhas *l*. Os códigos de programação HTML com os recursos A-Frame de cada poliedro são feitos inserindo os *links* (caminhos) dos arquivos que contém os poliedros modelados em arquivos de formato *obj*.

A Figura 4 mostra o código para a modelagem de um Tetraedro Triakis em RV. Entre as linhas 10 e 12 são definidos os *links* dos arquivos que contém o poliedro e as arestas. Nas linhas 16 e 17 são inseridos os poliedros modelados na cena. Finalmente, entre as linhas 18 e 25 são usados os comandos *a-sphere* para representação dos 8 vértices do Tetraedro Triakis. Os outros poliedros de Catalan são definidos usando o mesmo tipo de arquivo HTML.

Figura 4: Código da modelagem de um Tetraedro Triakis em RV usando recursos A-Frame.

```

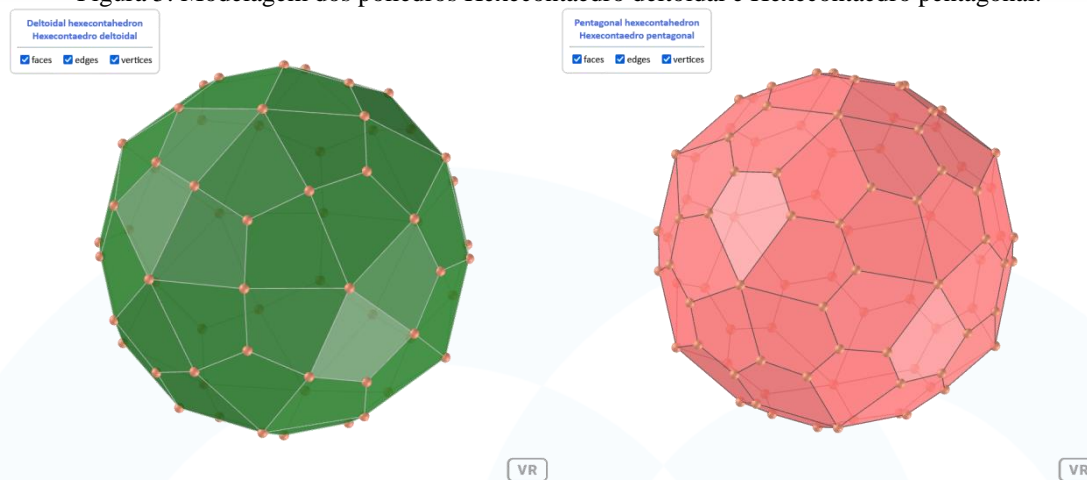
1 <!DOCTYPE html>
2 <html>
3 <head>
4 <script src="https://aframe.io/releases/1.3.0/aframe.min.js"></script>
5 </head>
6 <body>
7 <a-scene>
8 <a-entity camera></a-entity>
9 <a-assets>
10 <a-asset-item id="poliedro" src="catalan/TriakisTetrahedron.obj"></a-asset-item>
11 <a-asset-item id="linhas" src="catalan/TriakisTetrahedronL.obj"></a-asset-item>
12 <a-asset-item id="material" src="catalan/solidos.mtl"></a-asset-item>
13 </a-assets>
14 <a-sky color="aliceblue"></a-sky>
15 <a-entity scale="3,3,3" position="0,0,0">
16 <a-obj-model src="#poliedro" mtl="#material"></a-obj-model>
17 <a-obj-model src="#linhas" mtl="material"></a-obj-model>
18 <a-sphere position="1.06066,-1.06066,-1.06066" radius="0.05"></a-sphere>
19 <a-sphere position="-1.06066,-1.06066,1.06066" radius="0.05"></a-sphere>
20 <a-sphere position="-1.06066,1.06066,-1.06066" radius="0.05"></a-sphere>
21 <a-sphere position="0.63639,-0.63639,0.6363" radius="0.05"></a-sphere>
22 <a-sphere position="0.63639,0.63639,-0.63639" radius="0.05"></a-sphere>
23 <a-sphere position="-0.63639,0.63639,0.63639" radius="0.05"></a-sphere>
24 <a-sphere position="-0.63639,-0.63639,-0.6363" radius="0.05"></a-sphere>
25 <a-sphere position="1.06066,1.06066,1.06066" radius="0.05"></a-sphere>
26 </a-entity>
27 </a-scene>
28 </body>
29 </html>

```

Fonte: o autor.

A Figura 5 apresenta a modelagem dos poliedros de Catalan Hexecontaedro deltoidal e Hexecontaedro pentagonal com arquivos *obj*, que representam os duais dos poliedros de Arquimedes Rombicosidodecaedro e Dodecaedro snub mostrados na Figura 1.

Figura 5: Modelagem dos poliedros Hexecontaedro deltoidal e Hexecontaedro pentagonal.



Fonte: o autor.

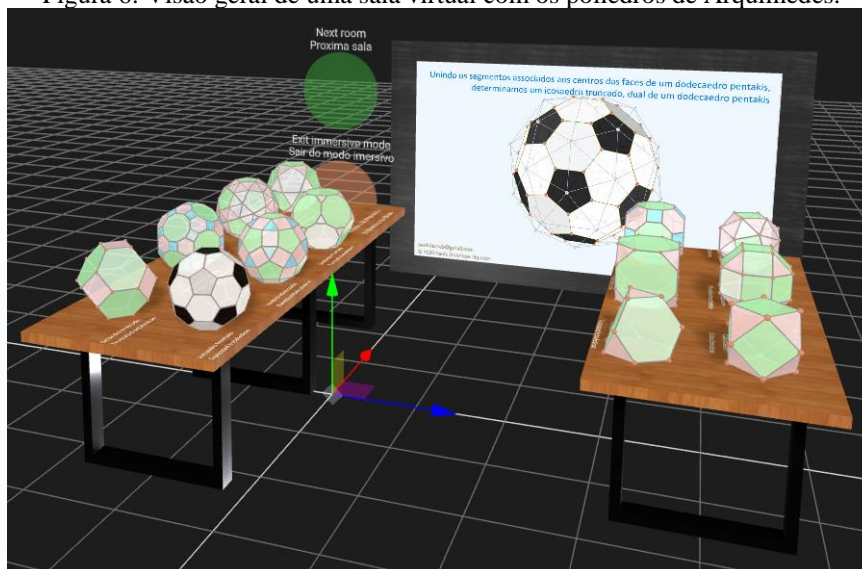
Os modelos dos poliedros de Catalan, as salas virtuais e os QR codes para visualização de cada poliedro usando a tecnologia de RA estão disponíveis na página: <https://paulohscwb.github.io/polyhedra/catalan/>

4 SALAS IMERSIVAS COM OS POLIEDROS MODELADOS

Os poliedros modelados de Arquimedes e de Catalan foram inseridos em uma sala de imersão de RV, que pode ser acessada utilizando qualquer dispositivo. Mesas de apoio para os poliedros, fotos equiretangulares de fundo e uma tela de projeção com as propriedades de alguns sólidos foram inseridas nos ambientes programados.

As propriedades de efeitos de gravidade e de sombras do A-Frame foram programadas nas salas virtuais, com o objetivo de melhorar a sensação de imersão. A Figura 6 mostra uma visão geral do ambiente de uma sala virtual com os poliedros de Arquimedes, sem a imagem equiretangular de fundo. Os modelos dos poliedros estão apoiados nas mesas, com os rótulos que contém os respectivos nomes em inglês e português de cada sólido.

Figura 6: Visão geral de uma sala virtual com os poliedros de Arquimedes.



Fonte: o autor.

A Figura 7 mostra uma das mesas com os poliedros de Arquimedes, apresentando a imagem de fundo em formato equiretangular (Hemul-1, 2024).

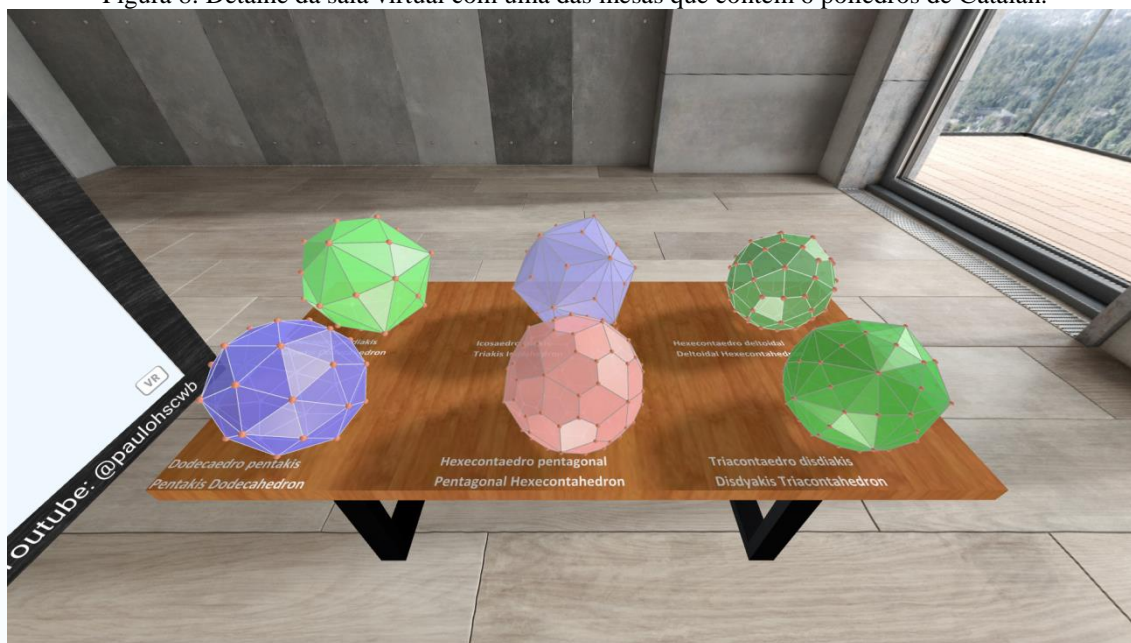
Figura 7: Detalhe da sala virtual com uma das mesas que contém 7 poliedros de Arquimedes.



Fonte: o autor.

Utilizando controles de óculos imersivos, o clique do mouse ou o touch do smartphone ou do tablet, o visitante pode movimentar os poliedros, mudar de sala virtual e sair do ambiente imersivo. A Figura 8 mostra uma das mesas com os poliedros de Catalan, com a imagem de fundo com formato equiretangular (Hemul-2, 2024).

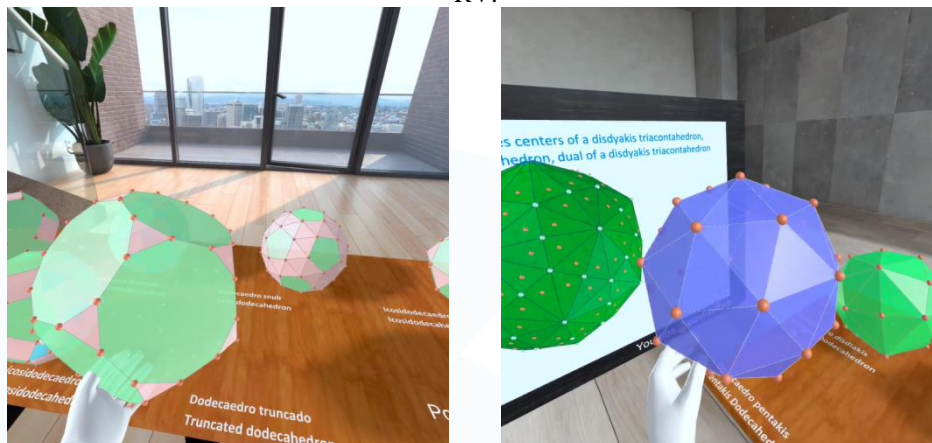
Figura 8: Detalhe da sala virtual com uma das mesas que contém 6 poliedros de Catalan.



Fonte: o autor.

A Figura 9 mostra o uso dos controles de manipulação dos óculos de Realidade Virtual nas salas com poliedros de Arquimedes e de Catalan.

Figura 9: Detalhes das salas imersivas com as manipulações dos poliedros com os controles dos óculos de RV.



Fonte: o autor.

5 CONEXÕES ENTRE OS POLIEDROS E SEUS DUAIS

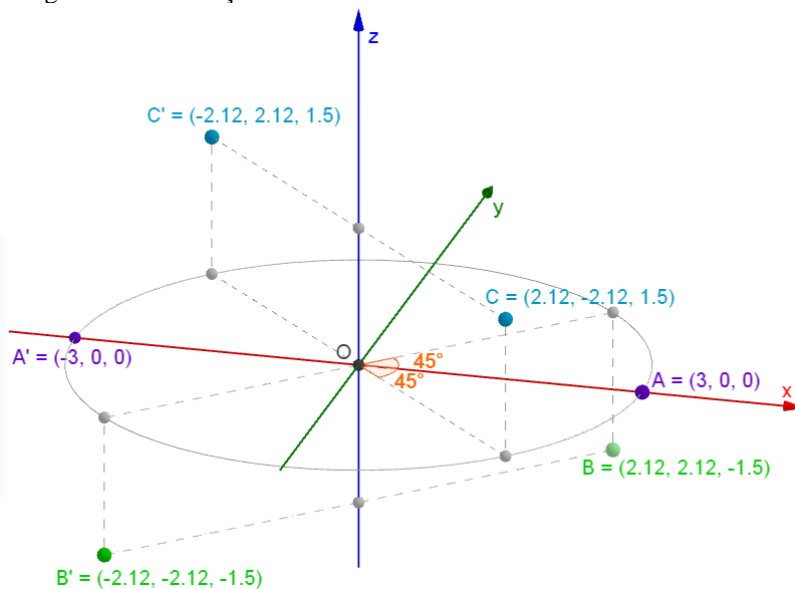
As relações entre os poliedros de Arquimedes e seus respectivos duais de Catalan podem ser compreendidas de forma mais eficiente quando são estabelecidas ligações entre estes sólidos. Uma fita de DNA pode servir de base para a visualização das ligações entre os elementos dos poliedros duais.

A construção de uma fita de DNA pode ser feita usando duas hélices cilíndricas simétricas em relação ao eixo z . Considere o raio da hélice $r = 3$, e o primeiro par com um poliedro de Arquimedes no ponto A e seu respectivo dual de Catalan na posição simétrica A' (Figura 10).

Considere que cada par de poliedros está localizado com uma rotação de 45° , relativa ao eixo z com relação ao par anterior. Logo, o segundo par de poliedros tem as coordenadas x e y iguais, que podem ser encontradas usando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo de hipotenusa r com catetos iguais:

$$x^2 + x^2 = r^2 \Rightarrow 2x^2 = 3^2 \Rightarrow x^2 = 4,5 \Rightarrow x \cong 2,12.$$

Figura 10: Construção de uma fita de DNA com duas hélices cilíndricas.

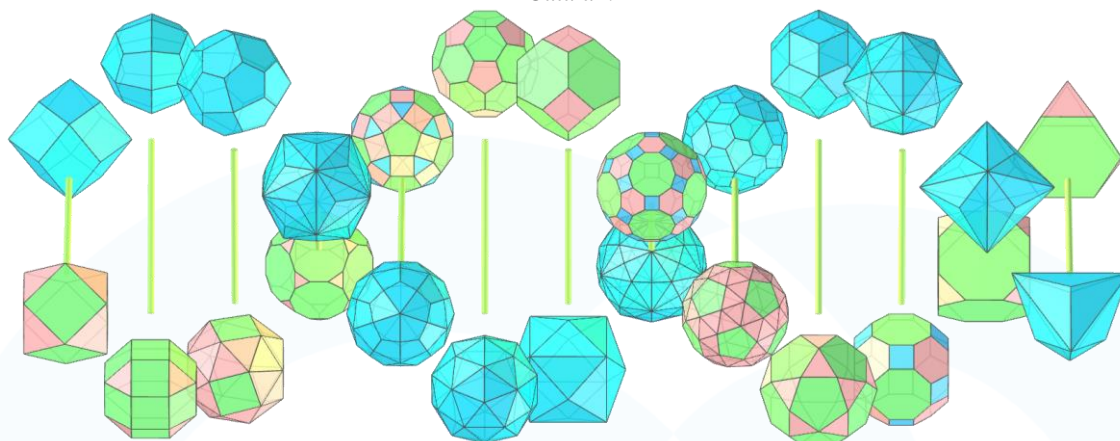


Fonte: o autor.

Utilizando a distância vertical $z = -1,5$, temos o segundo par de duais nos pontos B e B' . O terceiro par de poliedros possui a medida da coordenada $z = 1,5$ e localiza-se nas posições simétricas de B e B' em relação ao eixo x . Os outros 10 pares de poliedros podem ser posicionados seguindo o mesmo raciocínio. Para melhorar a visualização desta fita da DNA na sala virtual, considera-se uma rotação das hélices com ângulo de 90° em torno do eixo y .

A modelagem da fita de DNA permite que os alunos enxerguem as sobreposições de vértices de um poliedro, que determinam os centros das faces de seu respectivo dual. A Figura 11 mostra a modelagem desta fita de DNA com as duas hélices cilíndricas.

Figura 11: Modelagem da fita de DNA com as conexões entre os poliedros duais de Arquimedes e de Catalan.

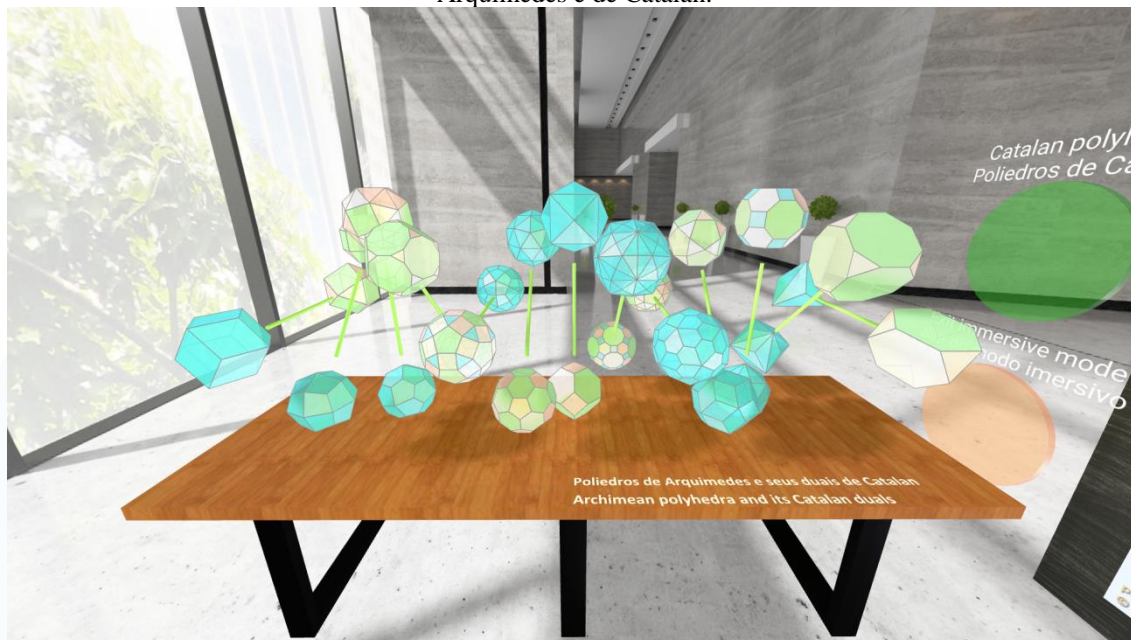


Fonte: o autor.

Da mesma forma apresentada nos poliedros visualizados individualmente, os alunos podem escolher a visualização somente de arestas ou somente de faces dos poliedros, além de manipular a visualização da fita de DNA. As esferas que representam os vértices dos poliedros foram omitidas nas hélices cilíndricas, para deixar o processamento da representação gráfica mais leve.

Uma sala virtual imersiva foi criada para visualização destas conexões entre os poliedros duais de Arquimedes e de Catalan. A Figura 12 mostra o detalhe com a mesa, a fita de DNA e a imagem equiretangular (Hemul-3, 2024) no ambiente virtual criado.

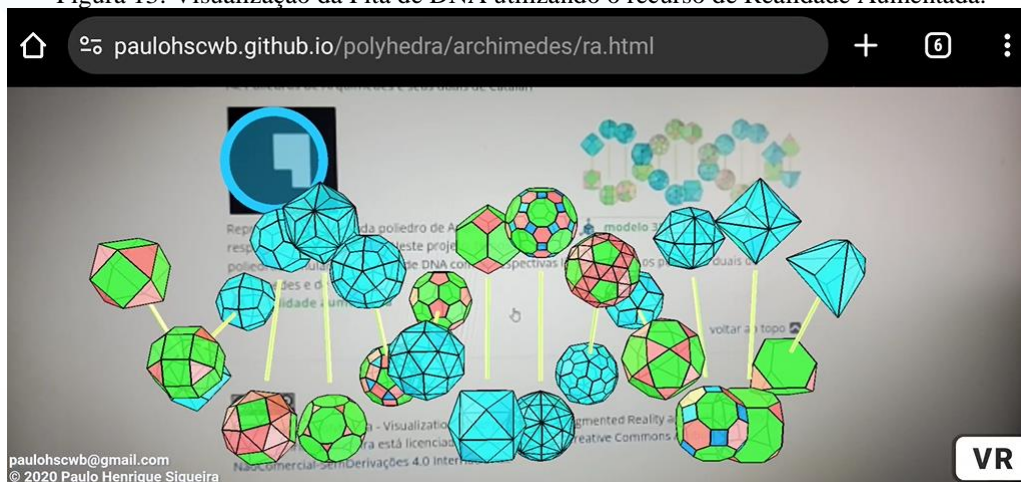
Figura 12: Sala virtual com a fita de DNA que mostra as conexões entre os poliedros duais de Arquimedes e de Catalan.



Fonte: o autor.

Além das salas virtuais e dos recursos individuais de visualização dos poliedros, a tecnologia de Realidade Aumentada pode ser usada para visualizar cada poliedro e a fita DNA com as conexões entre os poliedros duais. A Figura 13 mostra o uso do recurso de RA para visualizar a fita DNA mostrada nesta seção.

Figura 13: Visualização da Fita de DNA utilizando o recurso de Realidade Aumentada.



Fonte: o autor.

6 CONCLUSÕES

Este artigo mostra o uso de páginas *web* para visualização de poliedros de Arquimedes e de Catalan usando as tecnologias de Realidade Virtual e Realidade Aumentada. Por meio da visualização de marcadores impressos, os alunos podem visualizar os sólidos em RA em qualquer dispositivo com *webcam* e acesso à internet, com *links* para as visualizações em RV.

A modelagem de poliedros e a criação das salas virtuais usadas neste artigo utilizam as estruturas de hierarquias da programação de páginas *web* com *scripts* A-Frame, facilitando a inserção de vários poliedros em uma mesma página. O resultado mostra que se trata de uma ferramenta útil para uso em sala de aula, pois permite que os alunos visualizem e manipulem as representações gráficas dos poliedros em seus dispositivos ou que usem os óculos de RV para imersão completa nas salas virtuais.

Os ambientes programados podem ser explorados em aulas de Geometria, auxiliando na compreensão dos elementos dos poliedros ou em tópicos como cálculos de áreas e volumes, relação de Euler, seções planas ou simplesmente na visualização de cada sólido modelado. A fita DNA modelada neste artigo permite as visualizações das conexões existentes entre os elementos dos poliedros de Arquimedes e seus respectivos duais de Catalan.

Todos os elementos dos poliedros podem ser visualizados em RV e RA e os alunos podem movimentar a câmera da cena para encontrarem os melhores pontos de vista dos sólidos com ferramentas desenvolvidas para o A-frame para orbitar a câmera em torno dos objetos.

As ferramentas de programação de páginas de *web* mostradas neste artigo são simples e intuitivas, e podem ser usadas em salas de aula com materiais impressos ou com os óculos imersivos. Os alunos acessam a página programada em RA, visualizam os sólidos com seus respectivos marcadores impressos e podem interagir com os poliedros programados em RV. Desta forma, os alunos podem explorar os conceitos geométricos envolvidos de forma mais eficiente e dinâmica.

Algumas vantagens da criação de ambientes de RA e RV como páginas da *web* para uso em sala de aula são a praticidade, baixo custo, ótimo desempenho, a simplicidade



de programação e o funcionamento em todos os tipos de smartphones e tablets. Outra vantagem desta ferramenta é o carregamento quase que imediato de cada página, pois é construída em HTML com referências de bibliotecas de RV desenvolvidas com a linguagem JavaScript. Os alunos não precisam fazer *download* de aplicativos e diversos marcadores podem ser usados em uma mesma página de HTML, que permitem a criação de materiais didáticos com diversos temas programados em RA e RV. Esta ferramenta pode ser usada em outras disciplinas, tais como Cálculo Diferencial e Integral, Estatística, Biologia, Química, Física, Engenharia e outras áreas que utilizam representações gráficas em 3D.

REFERÊNCIAS

A-FRAME. **A-frame documentation of Virtual Reality**. Disponível em: <<https://aframe.io/docs/1.3.0/introduction/>>. Acesso em: 27 fev. 2024.

AKHUNOVA, N. K. K. **Possibilities of using virtual reality technologies in education**. Asian Journal of Multidimensional Research (AJMR), 10(3), p. 549-555, 2021.

ANDRADE, C. B., SANTOS, J. C. B., MOURA, V. C. S. **Comparação entre os métodos de ensino aprendizagem, com e sem a utilização de materiais manipuláveis**. Revista Científica Doctum: Educação, 1(2), p. 1-15, 2017.

CHEN, F. Q., LENG, Y. F., GE, J. F., WANG, D. W., LI, C., CHEN, B., SUN, Z. L. **Effectiveness of virtual reality in nursing education: Meta-analysis**. Journal of medical Internet research, 22(9), p. 1-13, 2020.

COXETER, H. S. M. **Regular Polytopes**, New York: Dover, 1973.

DELGADO, T., BHARK, S. J., DONAHUE, J. **Pandemic Teaching: Creating and teaching cell biology labs online during COVID-19**. Biochemistry and Molecular Biology Education, 49(1), p. 32-37, 2021.

FABRIS, C. P., RATHNER, J. A., FONG, A. Y., SEVIGNY, C. P. **Virtual reality in higher education**. International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education, 27(8), p. 69-80, 2019.

FILEFORMAT. **Wavefront OBJ File Format Summary**. Disponível em: <<https://www.fileformat.info/format/wavefrontobj/egff.htm>>. Acesso em: 27 fev. 2024.

HEMUL-1. **Imagem equiretangular produzida por Hemul75**. Disponível em: <<https://depositphotos.com/photo/360-panorana-of-empty-modern-interior-room-3d-rendering-445535812.html>>. Acesso em: 27 fev. 2024.

HEMUL-2. **Imagem equiretangular produzida por Hemul75**. Disponível em: <<https://depositphotos.com/photo/360-panorana-of-empty-modern-interior-room-3d-rendering-445538766.html>>. Acesso em: 27 fev. 2024.

HEMUL-3. **Imagem equiretangular produzida por Hemul75**. Disponível em: <<https://depositphotos.com/photo/spherical-360-panorama-projection-interior-of-reception-3d-illustration-180154184.html>>. Acesso em: 27 fev. 2024.

KARASMAILOGLU, F., YILDIRIM, M. **The effect of 3D modeling performed using Tinkercad or concrete materials in the context of the flipped classroom on pre-service teachers' spatial abilities**. Research in Science & Technological Education, 42(1), p. 1-20, 2023.

KOMIKESARI, H., MUTOHAROH, M., DEWI, P. S., UTAMI, G. N., ANGGRAINI, W., HIMMAH, E. F. **Development of e-module using flip pdf professional on temperature and heat material**. Journal of Physics: Conference Series, 1572(1), p. 12-17, 2020.

KUMAR, V. V., CARBERRY, D., BEENFELDT, C., ANDERSSON, M. P., MANSOURI, S. S., GALLUCCI, F. **Virtual reality in chemical and biochemical engineering education and training.** Education for Chemical Engineers, 36, p. 143-153, 2021.

MAROUGKAS, A., TROUSSAS, C., KROUSKA, A., SGOUROPOULOU, C. **Virtual reality in education: a review of learning theories, approaches and methodologies for the last decade.** Electronics, 12(13), p. 1-21, 2023.

MELINDA, V., WIDJAJA, A. E. **Virtual Reality Applications in Education.** International Transactions on Education Technology, 1(1), p. 68-72, 2022.

OLUMORIN, C. O., BABALOLA, E. O., AYOOLA, D. A. **Design and development of human excretory system model to teach a biology concept in Ilorin, Nigeria.** Indonesian Journal of Teaching in Science, 2(2), p. 107-116, 2022.

PIRKER, J., DENGEL, A., HOLLY, M., SAFIKHANI, S. **Virtual reality in computer science education: A systematic review.** In Proceedings of the 26th ACM symposium on virtual reality software and technology, Canada, p. 1-8, 2020.

POTTLE, J. **Virtual reality and the transformation of medical education.** Future healthcare journal, 6(3), p. 181-185, 2019.

QUIGLEY, M. T. **Concrete Materials in Primary Classrooms: Teachers' Beliefs and Practices about How and Why They Are Used.** Mathematics Teacher Education and Development, 23(2), p. 59-78, 2021.

ROZAL, E., ANANDA, R., ZB, A., FAUZIDDIN, M., SULMAN, F. **The effect of project-based learning through YouTube presentations on English learning outcomes in physics.** AL-Ishlah: Jurnal Pendidikan, 13(3), p. 1924-1933, 2021.

SIQUEIRA, P. H. **Visualization of Archimedean and Platonic polyhedra using a web environment in Augmented Reality and Virtual Reality.** International Journal for Innovation Education and Research, 9(11), p. 1-13, 2021.

SOLIMAN, M., PESYRIDIS, A., DALAYMANI-ZAD, D., GRONFULA, M., KOURMPETIS, M. **The application of virtual reality in engineering education.** Applied Sciences, 11(6), p. 1-14, 2021.

WEISSTEIN, E. W. **Archimedean Solid. MathWorld--A Wolfram Web Resource.** Disponível em: <<http://mathworld.wolfram.com/ArchimedeanSolid.html>>. Acesso em 27 fev. 2024.

WEISSTEIN, E. W. **Catalan Solid. MathWorld--A Wolfram Web Resource.** Disponível em: <<http://mathworld.wolfram.com/CatalanSolid.html>>. Acesso em 27 fev. 2024.

WENNINGER, M. J. **Dual models.** Cambridge University Press, 2003.