

AJUSTE DE MODELOS ARMA COM AS META-HEURÍSTICAS PSO E ALGORITMO GENÉTICO

LEVI LOPES TEIXEIRA - prof.levilopes@gmail.com
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ - UTFPR

PAULO HENRIQUE SIQUEIRA - paulohs@ufpr.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ - UFPR

LUIZ ALBINO TEIXEIRA JÚNIOR - luiz.junior@unila.edu.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DA INTEGRAÇÃO LATINO AMERICA

Resumo: *A MATRIZ ENERGÉTICA BRASILEIRA É FORMADA PRINCIPALMENTE PELA ENERGIA GERADA PELAS HIDRELÉTRICAS, QUE SÃO TOTALMENTE DEPENDENTES DA VAZÃO DOS RIOS QUE ALIMENTAM SEUS RESERVATÓRIOS DE ÁGUA. FAZER A PREVISÃO DESTAS VAZÕES É DE SUMA IMPORTÂNCIA PARA O PLANEJAMENTO ENERGÉTICO DO PAÍS. NESTE TRABALHO A PREVISÃO DA VAZÃO DIÁRIA PARA O POSTO 266 (ITAIPU) FOI REALIZADA A PARTIR DOS MODELOS ARMA COM PARÂMETROS AJUSTADOS PELAS META-HEURÍSTICAS PARTICLE SWARM OPTIMIZATION (PSO) E ALGORITMO GENÉTICO (AG). NUM PRIMEIRO ESTÁGIO O ALGORITMO GENÉTICO FOI UTILIZADO NA DETERMINAÇÃO DAS ORDENS P (AUTORREGRESSÃO) E Q (MÉDIAS MÓVEIS). EM SEGUIDA, A META-HEURÍSTICA PSO FOI USADA NA OBTENÇÃO DOS COEFICIENTES AUTORREGRESSIVOS E MÉDIAS MÓVEIS. OS RESULTADOS OBTIDOS MOSTRAM QUE O MODELO AJUSTADO É ADEQUADO À SÉRIE ESTUDADA.*

Palavras-chaves: *SÉRIES TEMPORAIS; PREVISÃO DE VAZÕES; META-HEURÍSTICA PSO; ALGORITMO GENÉTICO; MODELO ARMA.*

Área: 6 - PESQUISA OPERACIONAL

Sub-Área: 6.1 - PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

FIT MODEL ARMA WITH META-HEURISTIC PSO AND GENETIC ALGORITHM

Abstract: *THE BRAZILIAN ENERGETIC MATRIX IS FORMED MAINLY BY THE ENERGY GENERATED BY HYDROELECTRIC PLANTS, WHICH ARE TOTALLY DEPENDENT ON THE STREAMFLOW OF RIVERS THAT FEED ITS WATER RESERVOIRS. TO FORECAST THESE STREAMFLOWS IS OF PARAMOUNT IMPORTANCCE FOR THE COUNTRY'S ENERGY PLANNING. IN THIS WORK THE PREDICTION OF DAILY STREAMFLOW FOR THE POST 266 (ITAIPU) WAS PERFORMED FROM THE ARMA MODEL WITH PARAMETERS SET BY THE META-HEURISTICS PARTICLE SWARM OPTIMIZATION (PSO) AND GENETIC ALGORITHM (GA). IN A FIRST STAGE, THE GENETIC ALGORITHM WAS USED IN DETERMINING THE ORDERS P (AUTOREGRESSION) E Q (MOVING AVERAGES). THEN THE META-HEURISTIC PSO WAS USED TO OBTAIN THE AUTOREGRESSIVE COEFFICIENTS AND MOVING AVERAGE. THE RESULTS SHOW THAT THE FITTED MODEL IS APPROPRIATE FOR SERIES STUDIED.*

Keyword: *TIME SERIES; STREAMFLOW FORECASTING; PSO META-HEURISTIC; GENETIC ALGORITHM; ARMA MODEL.*

1 Introdução

O processo de desenvolvimento econômico pelo qual o Brasil vem passando está impulsionando o aumento da demanda de energia elétrica por parte das indústrias, comércio e consumidores residenciais. Estimativas da Empresa de Pesquisa Energética (EPE) apontam que o consumo de energia elétrica no Brasil em 2020 será 659.092 GWh, sendo predominante a produção hidráulica em virtude da situação privilegiada do país em relação aos recursos hídricos. A produção de energia a partir das usinas hidrelétricas tem ligação direta com a quantidade de água (vazão afluente) disponível para a movimentação das turbinas geradoras, lembrando que longos períodos de seca podem levar a uma diminuição da capacidade geradora de energia da usina. O Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) faz previsão de vazões naturais para os locais de aproveitamento hidrelétricos que constituem o Sistema Interligado Nacional (SIN), sendo denominado PREVIVAZ o modelo de previsão mais usado. O PREVIVAZ, usado na previsão de vazões e desenvolvido pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), é um modelo estocástico univariado, este modelo é usado para prever as vazões semanais da maioria das bacias do SIN (MACEIRA, *et al.*, 1999). O PREVIVAZ usa modelos lineares do tipo PARMA(p,q) (BOX; JENKINS e REINSEL, 1994), além de transformações de séries históricas, tipo Box-Cox ou Logarítmicas (BOX e COX, 1964).

Os modelos Box-Jenkins para estimação e previsão de séries temporais são pertencentes à família dos autorregressivos médias móveis (ARMA) subdividido em dois outros modelos: o autorregressivo (AR) e médias móveis (MA). O método MA consiste de processos de ordem q em que cada observação é gerada por uma média ponderada dos erros aleatórios dos q períodos no passado. O método AR (p) modela um parâmetro autorregressivo da variável observável com ela mesma, defasada para os p períodos de defasagem em que a autocorrelação parcial entre as variáveis é significativa. Quando a série é não-estacionária, box e Jenkins (1970) sugerem o modelo ARIMA(p,d,q), onde d é a ordem de diferenciação da série.

Lucas *et al.* (2009) aplicaram o modelo hidrológico determinístico mensal de dois parâmetros e o modelo estocástico ARIMA para simular a vazão mensal das sub-bacias da região hidrográfica do Xingu no Estado do Pará. Sáfadi, (2004) analisou o comportamento da série de vazão de água na barragem de Furnas – MG, empregando análise de séries temporais a

partir do modelo estocástico ARIMA e estudou o efeito da sazonalidade, tendência e intervenção.

Os modelos ARMA podem oferecer vantagens no processo de previsão, embora tenha-se que enfrentar algumas dificuldades no que se refere à obtenção dos coeficientes ótimos (SHYNK, 1989), entre elas o caráter multimodal do erro quadrático médio. Entretanto, o uso de meta-heurísticas podem contornar tais dificuldades. Uma meta-heurística bem elaborada tende a mover-se relativamente rápida na direção de soluções muito boas, fornecendo um método bastante eficaz no trato de problemas grandes ou com soluções inviáveis por métodos tradicionais (SIQUEIRA, et al, 2010).

A proposta deste trabalho é determinar modelos ARMA para a previsão de séries de vazão diária no posto 266 (Itaipu) localizado no rio Paraná, sendo as ordens e parâmetros do modelo obtidas através da meta-heurística *Particle Swarm Optimization* (PSO) e Algoritmo Genético (AG). Um modelo ARMA de ordens p (autorregressivo) e q (médias móveis) é descrito pela equação:

$$Z_t = \delta + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} + a_t \quad (1)$$

O modelo (1) combina valores passados das entradas Z_t e choques aleatórios (a_t) descorrelacionados, de média zero e variância constante. O objetivo é aplicar a meta-heurística PSO e Algoritmo Genético afim de determinar p, q, δ, ϕ_i e θ_j ($i = 1, \dots, p$ e $j = 1, \dots, q$). Nesta linha, Siqueira, et al, (2010) trabalharam com as meta-heurísticas Algoritmo Genético e Opt-aiNet na estimação dos parâmetros ϕ_i e θ_j . Gnanlet e Rajendran, (2009) propuseram um sistema formado pelas meta-heurísticas Algoritmo Genético e *Simulated Annealing* (SA) para a determinação de p, q, ϕ_i e θ_j . Hansen, McDonald e Nelson, (1999) desenvolveram uma heurística baseada em redes neurais e algoritmos genéticos para a identificação de modelos ARMA. Behnamian e Ghomi (2009); Silva (2008); Asadi et al., (2011); Baragona et al, (2001) e Grebogi (2013) também utilizaram meta-heurísticas em seus trabalhos de previsão de séries temporais.

Foi desenvolvido para este trabalho um sistema para ajuste do modelo ARMA(p, q) formado por dois módulos, o primeiro para a determinação das ordens p e q do modelo ARMA e o segundo na estimação dos parâmetros ϕ_i e θ_j deste modelo. No primeiro módulo foi usado o Algoritmo Genético e no segundo a meta-heurística PSO.

2 Algoritmo Genético

Meta-heurística inspirada no princípio Darwiniano de seleção natural e reprodução genética dos seres vivos. A cada iteração (“geração”), os indivíduos da população passam por uma avaliação que verifica sua capacidade em oferecer uma solução satisfatória para o problema. Esta avaliação é feita conforme uma função que recebe o nome de função de aptidão, ou função de *fitness* (GOLDBERG, 1989).

O algoritmo Genético tem a seguinte estrutura básica.

1. Criar população inicial.
2. Avaliar o *fitness* de cada indivíduo da população.
3. O critério de parada foi atingido?
 - 3.1. Se sim: retorna com o melhor indivíduo.
 - 3.2. Se não:
 - 3.2.1. Seleção, cruzamento e mutação.
 - 3.2.2. Retorna em 3.

A população é formada por um conjunto de indivíduos (cromossomos) candidatos à solução, sendo a solução inicial formada aleatoriamente. A função de *Fitness* avalia a capacidade do indivíduo na resolução do problema. Entre os critérios de parada mais utilizados estão o número máximo de gerações e ausência de melhoria na aptidão. Existem diversas formas de seleção, neste trabalho foi aplicada a seleção pela roleta, através da qual são escolhidos os indivíduos sobre os quais serão aplicados os operadores genéticos. No cruzamento ou *crossover* dois indivíduos pais são selecionados e seu material genético é combinado, permutando uma parte de um dos pais por uma parte do outro, gerando um novo indivíduo. Na mutação, caso da representação binária, um *bit* é sorteado e invertido, isto é, se for 1 ele passa a ser zero e vice-versa.

3 Meta-heurística PSO

A otimização por enxame de partículas PSO – *Particle Swarm Optimization* foi criada por James Kennedy e Russel Eberhart em 1995 após estudos da convivência social dos pássaros. De acordo com os pesquisadores os pássaros trocam informações na busca de alimento, onde cada membro de um bando de pássaros determina sua velocidade com base em sua experiência pessoal, bem como informações obtidas por meio da interação com outros membros do bando. Cada pássaro, denominado partícula, de início voa pelo espaço de busca e a partir da cooperação social desloca-se na direção do alimento.

Matematicamente, cada partícula é considerada uma possível solução para um problema de otimização e os vetores **X** e **V** representam a sua posição e velocidade, respectivamente. A

atualização de velocidade e posição de cada partícula é realizada através das seguintes fórmulas:

$$V_{ij}^{k+1} = WV_{ij}^k + c_1 r_{1j} (p_{ij}^k - X_{ij}^k) + c_2 r_{2j} (g_{ij}^k - X_{ij}^k), i = 1 \dots, m \text{ e } j = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$X_i^{k+1} = X_i^k + V_i^{k+1}, i = 1, \dots, m \quad (3)$$

onde: m é o número de partículas, n representa a dimensão do problema, c_1 e c_2 representam as taxas de aprendizado, r_{1j} e r_{2j} números aleatórios entre 0 e 1 e k denota a iteração. Da equação (2) o termo WV_{ij}^k simboliza a inércia, e conduz a partícula para a direção que vinha seguindo. O segundo termo $c_1 r_{1j} (p_{ij}^k - X_{ij}^k)$ simboliza a memória, atraindo a partícula para o melhor ponto encontrado durante a sua trajetória. O terceiro termo $c_2 r_{2j} (g_{ij}^k - X_{ij}^k)$ simboliza a cooperação, que conduz as partículas para o melhor ponto até então encontrado pelo enxame.

4 Material e métodos

Os dados que compõem a série temporal a ser analisada nesta pesquisa são provenientes das medições de vazões no posto 266. Neste posto são obtidas as vazões afluentes à usina hidrelétrica de Itaipu, que está localizada no Rio Paraná, no trecho de fronteira entre o Brasil e o Paraguai, a 14 km ao norte da Ponte da Amizade. A área da usina se estende desde Foz do Iguaçu, no Brasil, e Ciudad del Este, no Paraguai, ao sul, até Guaíra (Brasil) e Salto del Guairá (Paraguai), ao norte.

A base de dados com as séries históricas das vazões pode ser acessada no portal do ONS, onde se podem obter séries de médias mensais e diárias desde janeiro de 1931. Neste trabalho foi utilizada a série diária referente ao ano 2009.

Quando as séries estudadas apresentam indícios de não-estacionariedade, Box; Jenkins e Reinsel, (1994) sugerem a diferenciação da série a fim de se obter séries estacionárias. Na hipótese da série temporal ser não estacionária, esta deve ser diferenciada e o modelo ARMA(p,q) substituído pelo ARIMA(p,d,q), sendo d a ordem de diferenciação da série.

A determinação do modelo ARMA(p,q) foi realizada a partir de um sistema composto de dois módulos formados pelas meta-heurísticas PSO e AG, aqui denominado de ARMA-AGPSO. O módulo 1 foi construído para o cálculo das ordens p e q , sendo uma população para p e outra para q . Os cromossomos formadores das populações são de tamanho quatro e representação binária, de forma que o total de valores que p e q podem assumir é 16 (0,1,2,...,15). A saída do módulo 1 é a entrada do módulo 2, onde são estimados os valores de

δ, ϕ_i e θ_j ($i = 1, \dots, p$ e $j = 1, \dots, q$). Foi estabelecido para ϕ_i e θ_j o intervalo $[-3,3]$ e δ calculado através da fórmula:

$$\delta = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Z_t * (1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p) \quad (4)$$

onde n é o número de observações e Z_t as observações.

O processo de estimação dos parâmetros ϕ_i e θ_j consiste na minimização da raiz do erro quadrático médio (RMSE) e erro médio percentual absoluto (MAPE), da equação (1) tira-se a_t e assim tem-se:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n a_t^2}{n}}, n \text{ é o número de observações} \quad (5)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left\| \frac{a_t}{Z_t} * 100 \right\| \quad (6)$$

Box e Jenkins destacaram dois procedimentos para a obtenção dos a_t . O primeiro, chamado de condicional, onde partindo de suposições razoáveis do ponto de vista teórico, são atribuídos valores não observáveis; o segundo, incondicional, onde os valores não observáveis são estimados a partir da amostra de dados (SOUZA e CAMARGO, 2004). Neste trabalho foi usado o procedimento incondicional, que se inicia com a previsão para o passado (*backforecasting*) de forma a gerar valores anteriores ao início da série (MORETTIN e TOLOI, 2006).

O sistema ARMA-AGPSO, apresentado de forma resumida na figura 1, determina as ordens p e q através de Algoritmo Genético (módulo 1) e utiliza a meta-heurística PSO (módulo 2) para estimar os parâmetros do modelo. No módulo 1 gera-se uma população inicial de p e q que será entrada no módulo 2, onde será estimado os parâmetros do modelo ARMA(p,q). De volta ao módulo 1, seleciona-se a solução com menor função objetivo (RMSE ou MAPE). Ainda no módulo 1, a solução é atualizada a partir dos operadores genéticos (cruzamento e mutação). O critério de parada no módulo 1 é o número de gerações e no módulo 2 o número de iterações.

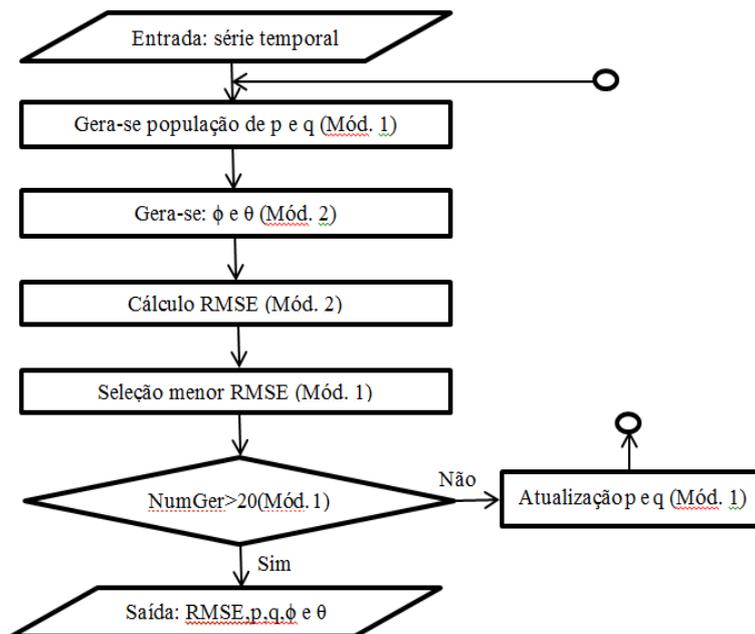


Figura 1. Fluxograma do sistema ARMA-AGPSO.

Estando o modelo ajustado, é feita uma pesquisa nas vizinhanças de p e q , aumentando em uma unidade os valores de p e q (teste da sobrefixação), verificando se o modelo corresponde aos dados da série ou se é necessário um modelo alternativo.

Vários foram os testes a fim de se determinar os domínios dos parâmetros p, q, ϕ, θ , quantidade de indivíduos da população (NumPopulação) – módulo 1, número de gerações (NumGeração) – módulo 1, número de partículas (NumPart) – módulo 2 e número de iterações (NumIter) – módulo 2. Procurou-se conciliar a convergência e o tempo computacional, chegando-se aos valores relacionados na tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros ARMA-AGPSO

Parâmetros	Mínimo	Máximo	Valor
p e q	0	15	-
ϕ e θ	-3	-3	-
NumIter	-	-	50
NumPart	-	-	20
NumGeração	-	-	20
NumPopulação	-	-	40

Fonte: autoria própria.

Das 365 observações da série analisada, sete foram reservadas para testes com valores previstos um passo à frente e 1,2,3,...,7 passos à frente. Tendo feitas as previsões com o modelo ajustado a partir das primeiras 358 observações, obteve-se o RMSE e MAPE relativos a amostra de teste.

A fim de validar o modelo ajustado foi analisado os resíduos com a construção de gráficos de autocorrelações, buscando mostrar que os mesmos são não autocorrelacionados. A

validação é reforçada com o periodograma integrado, segundo MORETTIN e TOLOI (2006) se o modelo não for adequado, haverá desvios sistemáticos da reta no gráfico do periodograma acumulado $C(f_j)$ pela frequência (f_j) , veja figura 2.

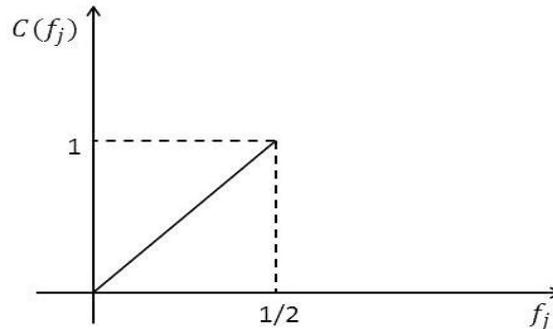


Figura 2 .Gráfico periodograma acumulado. Fonte:autor.

Para testar a hipótese que todos os coeficientes de autocorrelação ρ_k são iguais a zero, foi utilizado a estatística $Q = n \sum_{k=1}^m \hat{\rho}_k^2$ desenvolvida por Box e Pierce, em que n é o tamanho da amostra e m a duração da defasagem. A estatística Q tem distribuição qui-quadrado com m graus de liberdade. Quando Q excede o valor crítico, rejeita-se a hipótese nula de que todos os ρ_k são iguais a zero (GUJARATI, 2000).

5 Resultados Obtidos

Os aplicativos utilizados nas previsões feitas neste trabalho foram desenvolvidos em ambiente do *Scilab*, que pode ser obtido no portal www.scilab.org e os testes estatísticos realizados nos aplicativos *Statgraphics* e *EViews*.

A análise do correlograma da série observada mostra um decrescimento não muito lento no valor das autocorrelações e ausência de componente periódica, indicando que a série pode ser estacionária e não-sazonal. Na figura 3 está representado o correlograma da série observada, onde se pode observar os indicativos de estacionariedade e não-sazonalidade. A indicação de estacionariedade foi reforçada pelo teste de Dickey Fuller aumentado para um nível de significância de 5% (p-valor obtido = 0,0273). A utilização do teste de Dickey Fuller é válida quando o processo gerador da série temporal é um processo auto-regressivo (GUJARATI, 2000). A estacionariedade da série favorece a utilização do modelo ARMA(p,q).

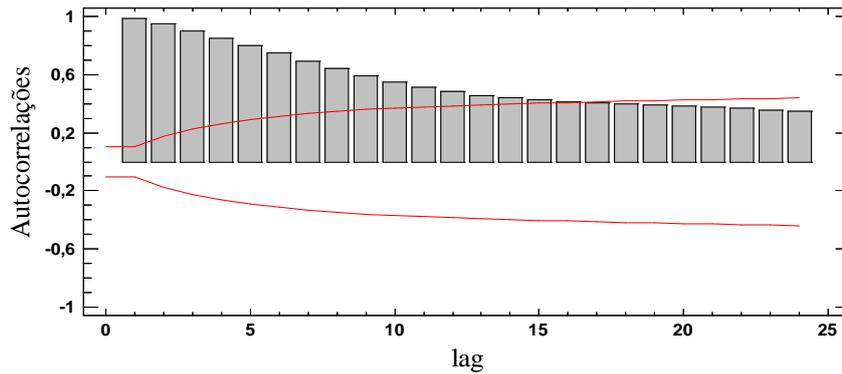


Figura 3. Correlograma das vazões diárias – ano 2009. Fonte:autor.

Com os 358 primeiros termos da série observada formou-se a série que será designada por amostra de treinamento, com as últimas sete observações do ano de 2009 formou-se a série denominada amostra de teste. O sistema ARMA-AGPSO ajustou aos dados da amostra de treinamento um ARMA(3,2), cujos parâmetros estão representados na tabela 2.

Tabela 2. Parâmetros: ARMA(3,2).

Parâmetros	Valor
δ	275,221
ϕ_1	1,139
ϕ_2	0,462
ϕ_3	-0,623
θ_1	-1,157
θ_2	-0,393

Fonte: autoria própria.

Na figura 4 estão representados os gráficos da amostra de treinamento e série obtida com o modelo ajustado. Os gráficos apontam para diminutos erros de previsão dentro da amostra de treinamento.

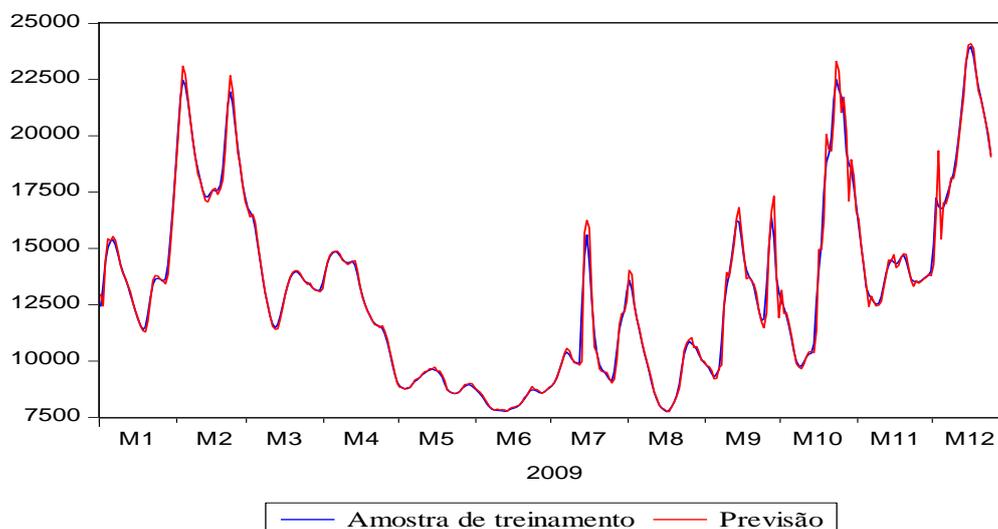


Figura 4. Gráfico das séries de valores reais previstos-amostra treinamento.

A figura 5 mostra o correlograma dos resíduos provenientes da modelagem. Considerando que a autocorrelação no lag 18 seja um valor espúrio, pode-se afirmar pelo teste da autocorrelação residual que o modelo ajustado é adequado. Visto que o correlograma para a série de resíduos mostra valores situados num intervalo no qual a autocorrelação é considerada nula.

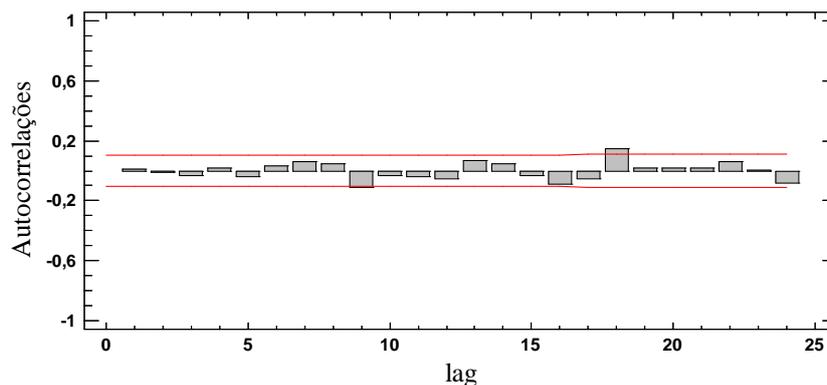


Figura 5. Correlograma dos resíduos. Fonte: autor.

Os testes de Box-Pierce e periodograma (figura 6) corroboram com a conclusão obtida com o teste da autocorrelação residual. Como o p-valor (0,2534) obtido com o teste de Box-Pierce é maior que 0,05, não se pode rejeitar, a hipótese que a série de resíduos é randômica ao nível de 5%. O periodograma (figura 6) mostra que o modelo ARMA(3,2) é adequado aos dados, não tendo nos resíduos parte sistemática a ser modelada, estando os resíduos próximos ao ruído branco.

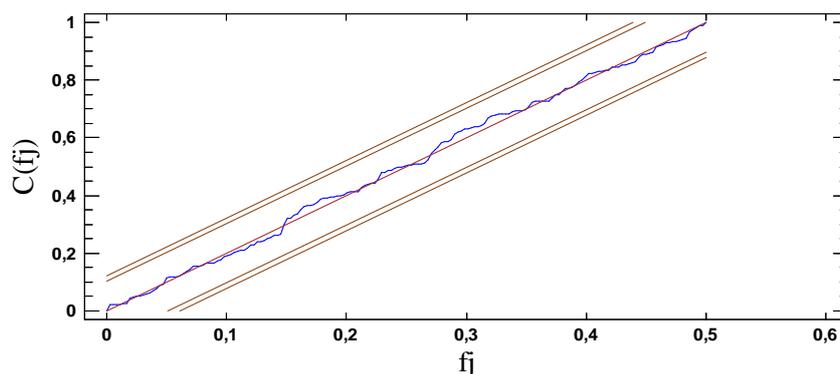


Figura 6. Periodograma para os resíduos. Fonte: autor.

Analisando os resultados dos testes do periodograma, box-Pierce e autocorrelação residual, conclui-se que o modelo ARMA(3,2) pode representar o processo gerador da série de vazões diárias – ano 2009 no posto 266 (Itaipu).

A tabela 3 informa os valores da amostra de teste, correspondentes aos últimos sete dias do ano de 2009. Além, das previsões um passo ($h=1$) à frente e 1,2,...,7 ($h=7$) passos à frente, e respectivos RMSE e MAPE. Onde se pode observar o aumento do erro à maneira que se aumenta o horizonte de previsão, ilustrado na figura 7.

Tabela 3. Previsões para a amostra de teste ($h=1$ e $h=1, \dots, 7$).

Dia	Amostra de teste	Previsão ($h=1$)	Previsão ($h=7$).
25/12/09	18687	18478,11	18478,11
26/12/09	18289	18321,12	17841,49
27/12/09	18221	17856,92	17205,95
28/12/09	18339	18245,95	16604,64
29/12/09	18419	18438,68	16022,71
30/12/09	18639	18389,78	15478,00
31/12/09	19122	18870,71	14963,30
RMSE	-	210,96	2308,71
MAPE	-	0,94%	10,04%

Fonte: autoria própria.

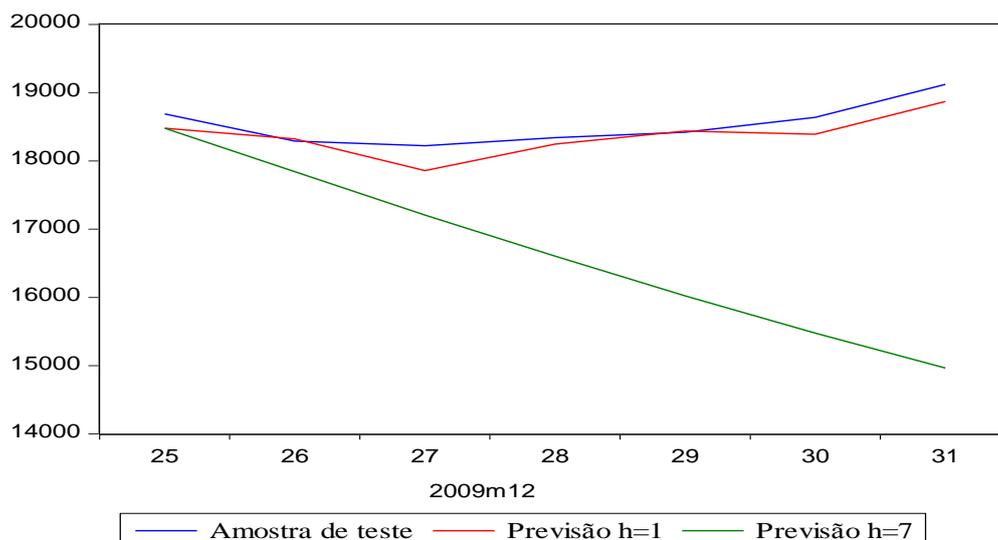


Figura 7. Gráficos: amostra de teste, previsões $h=1$ e $h=7$. Fonte: autor.

6 Considerações Finais

A previsão de aflúências nos reservatórios das usinas hidrelétricas é de extrema relevância no planejamento da produção de energia, mormente no Brasil onde a geração de eletricidade é feita a partir da energia hidráulica das águas. A previsão de vazões propicia ao operador do sistema interligado nacional elementos para a otimização do total da energia produzida, explorando toda a potencialidade do sistema. Na Itaipu, são frequentes as ações de monitoramento do nível do rio Paraná à jusante da barragem, por conta de tratados firmados com a Argentina e a preocupação com o fenômeno enchente sobre as populações ribeirinhas. Desta forma, as previsões de aflúências realizadas com certa antecedência e precisão

permitem aos tomadores de decisões elaborarem estratégias que minimizam os efeitos negativos de cheias extraordinárias. As previsões de aflúncias ainda fornecem informações importantes para outros setores envolvidos com o reservatório de água, tais como: abastecimento urbano e agrícola, piscicultura, aquicultura, recreação e lazer.

O setor elétrico brasileiro aplica diversas metodologias para a previsão de vazões e modelos lineares são de uso frequente. Neste sentido, este trabalho associou o modelo linear ARMA com as meta-heurísticas a AG e PSO. O modelo proposto dispensa as análises das séries a fim de se determinar as ordens autorregressivas (p) e médias móveis (q). Gnanlet e Rajendran propuseram um modelo ARMA(p,q) associado às meta-heurísticas Algoritmo Genético e *Simulated Annealing*, onde afirmam que a definição de p e q com domínio $\{0,1,2,3,\dots,24,25\}$ é suficiente para modelar séries não-estacionárias e sazonais. Com o intuito de se reduzir o tempo de execução do modelo ARMA-AGPSO, este trabalho usou para p e q valores entre 0 e 15. Esta estratégia apresentou bons resultados para a série analisada e testes estatísticos validaram o modelo.

O sistema ARMA-GAPSO mostrou-se bastante eficiente na determinação dos coeficientes (ϕ e θ) dos modelos, visto que o aumento sistemático no número de iterações não apresentou diferenças relativas consideráveis na função objetivo. Siqueira, *et al.*, (2010) usaram as meta-heurísticas Algoritmo Genético e Opt-aiNet na determinação dos coeficientes do modelo ARMA(p,q) e afirmam que os algoritmos foram capazes de realizar uma busca pelos mínimos das estruturas de previsão, tendo em vista a pequena variância nos resultados das várias simulações realizadas.

O sistema proposto apresentou resultados satisfatórios na determinação das ordens p e q e coeficientes ϕ e θ , sendo o tempo computacional o ponto a ser melhorado. O uso de outras meta-heurísticas poderiam contribuir com o problema do custo computacional. Observando que a execução do sistema é praticamente instantânea quando se conhece previamente os valores de p e q , sendo ϕ e θ os únicos valores a serem calculados.

Referências

ASSADI, S. *et al.* A new hybrid for improvement of auto-regressive integrated moving average models applying particle swarm optimization. Expert Systems with Applications, 2011.

BARAGONA, R. *et al.* Genetic Algorithms for The Identification of Additive and Innovation Outliers In Time Series. Computational Statistics & Data Analysis, p. 1-12, 2001.

- BEHNAMIAN, J.; GHOMI, S. M. T. *Development of a PSO-SA hybrid metaheuristic for a new comprehensive regression model to time-series forecasting*. Expert Systems with Applications, 2009.
- BOX, G.; JENKINS, G. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Holden-Day, San Francisco, 1970.
- BOX, G.; JENKINS, G.; REINSEL, G. C. *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. 3.ed. Englewood Cliffs:Prentice-Hall, 1994. 598p.
- BOX, G. E. P. e COX, D.R. An Analysis of Transformations. *Journal of the Royal Statistical Society*, Londres ,v.26, n.2, p.211-252, apr.1964
- GNANLET, A. e RAJENDRAN, C. Meta-Heuristics in ARMA Forecasting. *California Journal of Operations Management*. v.7, n.1, p.38-48, feb.2009.
- GOLDBERG, D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley, 1989.
- GREBOGI, R. B. *Máquina de aprendizagem extrema com otimização por enxame de partículas aplicada à previsão de séries temporais*. Curitiba, 144 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica). Universidade Federal do Paraná, 2013.
- GUJARATI, D. N. *Econometria básica*. São Paulo: Pearson Makron Books, 2000.
- HANSEN, J. V.; McDONALD, J.B. E NELSON, R.D. Time Series Prediction With Genetic Algorithm Designed Neural Networks: An Empirical Comparison With Modern Statistical Models. *Computational Intelligence*. V. 15, n.3, p.171-184, aug.1999.
- LUCAS, E. W. M. et al. Modelagem Hidrológica Determinística e Estocástica Aplicada à Região Hidrográfica do Xingu – Pará. *Rev. Brasileira de Meteorologia*. São Paulo, v.24, n.3, p. 308-322, set.2009.
- MACEIRA, et al. Periodic ARMA Models Applied to Weekly Streamflow Forecasts. In: POWERTECH BUDAPEST 99, 1999, Budapest. Anais...Budapest: IEEE, 1999.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. *Análise de series temporais*. São Paulo: Blucher, 2006.
- SÁFADI, T. Uso de Séries Temporais na Análise de Vazão de Água na Represa de Furnas. *Ciência Agrotécnica*. Lavras, v. 28, n.1, p. 142-148, feb.2004.
- SHYNK, J. J. Adaptive IIR Filtering. *IEEE ASSP Magazine*. Vol. 6, No. 2, pp. 4-21, apr.1989.

SILVA, C. G. *Time series forecasting with a non-linear model and the scatter search meta-heuristic*. Information Sciences, 2008.

SIQUEIRA, H. V.; ATTUX,R.; LYRA FILHO, C. Exploração de Alternativas Lineares para Previsão de Séries de Vazões. In: Mecânica Computacional XXIX, 2010, Buenos Aires. **Anais...** Buenos Aires: Asociación Argentina de Mecânica Computacional, 2010, p. 9629-9644, 2010.

SOUZA, R. C. e CAMARGO, M. E. *Análise e Previsão de Séries Temporais: os modelos ARIMA*. 1.ed. Rio de Janeiro: Souza e Camargo, 2004. 185p.