



PROJEÇÕES DE TAXAS CAMBIAIS MEDIANTE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS, ENCOLHIMENTO E DECOMPOSIÇÃO WAVELET

LEVI LOPES TEIXEIRA - prof.levilopes@gmail.com
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ - UTFPR

PAULO HENRIQUE SIQUEIRA - paulohs@ufpr.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ - UFPR

LUIZ ALBINO TEIXEIRA JÚNIOR - luiz.junior@unila.edu.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DA INTEGRAÇÃO LATINO AMERICA

SAMUEL BELLIDO RODRIGUES - samuelbellido@hotmail.com
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ - UTFPR-MEDIANEIRA

JAIRO MARLON CORREA - jairocorrea@utfpr.edu.br
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ - UTFPR

Resumo: *CONSIDERANDO A RELEVÂNCIA DAS PREVISÕES DE TAXAS DE CÂMBIO PARA OS TOMADORES DE DECISÕES DOS MERCADOS FINANCEIROS, ESTE ARTIGO FAZ PROJEÇÕES PARA UMA SÉRIE TEMPORAL DE TAXAS DE CÂMBIO ENTRE DÓLAR AMERICANO E LIBRA ESTERLINA. PARA TANTO, FOI UTILIZADO UM MÉTODO QUE INTEGRA AS SEGUINTE TÉCNICAS: ENCOLHIMENTO WAVELET, DECOMPOSIÇÃO WAVELET DE NÍVEL P E REDES NEURAIS ARTIFICIAIS (RNAs). PRIMEIRAMENTE, UMA SÉRIE TEMPORAL A SER PREVISTA É SUBMETIDA AO MÉTODO DE FILTRAGEM WAVELET PROPOSTO, O QUAL A DECOMPÕE EM COMPONENTES DE TENDÊNCIA E DE RESÍDUO. EM SEGUIDA, AMBAS SÃO DECOMPOSTAS VIA DECOMPOSIÇÃO DE NÍVEL P, GERANDO, PARA CADA UMA P + 1 COMPONENTES WAVELET (CW); E, EM SEGUIDA, CADA CW É INDIVIDUALMENTE MODELADA POR UMA RNA. FINALMENTE, AS PREVISÕES PARA TODAS AS CW SÃO LINEARMENTE COMBINADAS, PRODUZINDO AS PREVISÕES PARA A SÉRIE TEMPORAL SUPRACITADA. OS RESULTADOS ALCANÇADOS PELO MÉTODO PROPOSTO APRESENTARAM ERRO PREDITIVO INFERIOR EM RELAÇÃO A OUTROS TRABALHOS EXISTENTES NA LITERATURA.*

Palavras-chaves: *PREVISÕES DE TAXAS DE CÂMBIO; WAVELET; REDES NEURAIS ARTIFICIAIS*

Área: 6 - PESQUISA OPERACIONAL
Sub-Área: 6.3 - PROCESSOS ESTOCÁSTICOS

EXCHANGE RATE FORECASTS BY ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS, AND SHRINKAGE AND DECOMPOSITION WAVELET

Abstract: *CONSIDERING THE IMPORTANCE OF EXCHANGE RATE FORECASTS FOR DECISION MAKERS IN THE FINANCIAL MARKETS, THIS ARTICLE MAKES PROJECTIONS FOR A TIME SERIES OF EXCHANGE RATES BETWEEN THE US DOLLAR AND STERLING POUND. FOR THIS, IT WAS USED A METHOD THAT INTEGRATES THE FOLLOWING TECHNIQUES: WAVELET SHRINKAGE, WAVELET DECOMPOSITION OF P LEVEL AND ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS (ANN). FIRST, A TIME SERIES IS EXPECTED TO BE SUBJECTED TO THE WAVELET FILTERING METHOD PROPOSED IN WHICH DECOMPOSES IT IN TENDENCY COMPONENTS AND RESIDUES. THEN, BOTH ARE DECOMPOSED VIA DECOMPOSITION P LEVEL, GENERATING, FOR EACH P + 1 WAVELET COMPONENTS (WC); AND THEN EACH WC IS INDIVIDUALLY MODELED BY AN ANN. FINALLY, THE PREDICTIONS FOR ALL WC ARE LINEARLY COMBINED TO PRODUCE FORECASTS FOR THE TIME SERIES ABOVE. THE RESULTS ACHIEVED BY THE PROPOSED METHOD SHOWED LOWER PREDICTIVE ERROR COMPARED TO OTHER STUDIES IN THE LITERATURE.*

Keyword: *EXCHANGE RATE FORECASTS; WAVELET; ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS*

1 Introdução

Uma taxa de câmbio é o preço de uma moeda em termos de outra moeda, sendo a sua previsão de grande importância para o mercado financeiro internacional, embora essa tarefa seja de difícil execução. Neste sentido, vários modelos lineares e não lineares foram desenvolvidos para a realização de tal tarefa, com algumas aplicações apresentando resultados contraditórios (KHASHEI; BIJARI, 2011).

Quanto à previsão de séries de tempo (estocásticas), tem-se que, ao longo dos anos, diversos métodos de previsão (ou preditivos) têm sido propostos com o objetivo de se fazê-la, com o maior acurácia possível. Em termos gerais, podem-se agrupá-los em duas classes básicas: os métodos de previsão base (os de abordagem estatística e os de abordagem de inteligência artificial) e os métodos de combinação de métodos preditivos base (BATES & GRANGER, 1969)

Na literatura, existe um grande número de métodos de previsão base consagrados como, por exemplo, os modelos de Box & Jenkins (HAMILTON, 1994) (que é uma abordagem estatística) e os modelos de redes neurais artificiais (HAYKIN, 2001) (que é uma abordagem de inteligência artificial). Ballini (2000); Wang *et al.*,(2006); Valenzuela *et al.* (2008); Teixeira, Jr *et al.* (2012), entre outros, utilizaram Redes Neurais Artificiais (RNA) na previsão de séries temporais. Gooijer e Hyndman (2006) revisaram 20 anos (1985-2005) de pesquisa sobre previsão de séries temporais e afirmam que numerosos estudos atestam o sucesso das redes neurais artificiais na previsão de séries temporais.

No caso da série temporal ser ruidosa, existem duas abordagens básicas. Na primeira, ignoram-se os ruídos e modela-se a série na expectativa de se capturar características determinísticas da série temporal. Na segunda, faz-se a filtragem da série procurando identificar as componentes de ruídos e determinística. De maneira geral, a segunda abordagem é mais eficiente que a primeira (HASSANI; ZHIGLJAVSKY, 2009). Menezes *et al.* (2014) modelaram séries temporais através de vários métodos preditivos, comparando os resultados de previsões oriundas das séries observadas (dados não tratados) com os resultados obtidos a partir das séries filtradas. Concluíram que a filtragem de séries temporais antes da modelagem apresenta ganho significativo nas previsões.

Da Análise *Wavelet* advém importantes métodos auxiliares de pré-processamento (decomposição, filtragem ou alisamento) de uma série de tempo, antes de sua efetiva modelagem com um método preditivo base plausível, de forma a gerar um novo método para se prever séries temporais (AQUINO *et al.* 2009). Desde que sejam utilizados de forma adequada com os métodos preditivos, é possível se obter ganhos preditivos relevantes. Pode-se verificar este fato, dentre muitas outras referências, em: Donoho e Jonhstone (1994); Donoho *et al.* (1995).

Diante disso, propõem-se um método híbrido que se apresenta como opção de ferramenta auxiliadora dos tomadores de decisão. O método integra a filtragem *wavelet*, a decomposição *wavelet* de nível p e os modelos de RNAs para projetar séries temporais. Em linhas gerais, pode-se dividi-la, nos seguintes passos: (i) alisamento da série temporal por encolhimento *wavelet* (EW); (ii) decomposição ortogonal *wavelet* das séries obtidas em (i); e (iii) modelagem das componentes *wavelet* por RNAs. A fim de avaliar a qualidade de suas previsões, foi utilizada uma série temporal de taxas de câmbio entre dólar americano e libra esterlina e os resultados auferidos comparados com os seguintes autores: Zhang (2003), Khashei e Bijari (2010, 2011, 2012).

2 Análise Wavelet

Uma função *wavelet* é uma forma de onda que, ao contrário das senoides, podem apresentar (dependendo da família) forma irregular e assimétrica. Enquanto na análise de Fourier o sinal é decomposto em ondas senoidais de várias bandas de frequências; na análise *wavelet*, um sinal $f(x)$ é decomposto a partir de informações de escala (compressão e dilatação) e translação de uma função *wavelet* (MORETTIN, 1999).

O mapeamento das componentes de alta frequência de um sinal $f(x)$ é realizado pela função *wavelet* $\omega(x)$ e as de baixa frequência descritas pela função escala $\phi(x)$. Entre as famílias de funções *wavelet* vigentes na literatura, a mais antiga é a de Haar, a qual é definida em (1).

$$\omega(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in [0, 1/2) \\ -1, & \text{se } x \in [1/2, 1) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (1)$$

Em (2), por sua vez, encontra-se a definição da função escala da família de Haar.

$$\phi(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in [0, 1) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2)$$

De acordo com Kubrusly e Levan (2006) e Mallat (2009), tem-se que a decomposição wavelet de uma série temporal $f(\cdot)$ é dada, genericamente, em (3).

$$f(\cdot) = f_{A_{m_0}}(\cdot) + \sum_{m=m_0}^{\infty} f_{D_m}(\cdot), \quad (3)$$

onde: $f_{A_{m_0}}(\cdot) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} a_{m_0,n} \phi_{m_0,n}(\cdot)$ é a componente de aproximação de nível m_0 de $f(\cdot)$;

$f_{D_m}(\cdot) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} d_{m,n} \omega_{m,n}(\cdot)$ é a componente de detalhe de nível m de $f(\cdot)$; $d_{m,n}$ e $a_{m_0,n}$ são,

respectivamente, os coeficientes de detalhe e de aproximação e são calculados, ainda nesta ordem, a partir do produto interno usual entre $f(\cdot)$ e a função wavelet $\omega_{m,n}(\cdot)$ (isto é,

$$d_{m,n} = \sum_{t=1}^T f(t) \omega_{m,n}(t) \text{ e entre } f(\cdot) \text{ e a função escala } \phi_{m_0,n}(\cdot) \text{ (isto é, } a_{m_0,n} = \sum_{t=1}^T f(t) \phi_{m_0,n}(t)),$$

para todo $m_0, m, n \in \mathbb{Z}$, onde \mathbb{Z} é o conjunto dos números inteiros. Entre as várias famílias de funções wavelet existentes na literatura, destaca-se: as famílias daubechies (db), coiflets (coif) e symlets (sym), desenvolvidas por Ingrid Daubechies (DAUBECHIES, 1992).

Se a série temporal $f(\cdot) = (f(1), f(2), \dots, f(T))$ for fortemente ruidosa, é recomendada a sua filtragem para então modelá-la. Note que $f(\cdot)$ é tal que, para cada instante t , pode ser teoricamente decomposta como: $f(\cdot) = \tilde{f}(t) + e_t$, onde: (i) e_t é um estado (ou realização) de uma variável aleatória independente e identicamente distribuída (iid), com média zero e variância constante; e (ii) $\tilde{f}(t)$ é a componente determinística (que, de fato, é passível de ser prevista pontualmente ao contrário de e_t) de $f(t)$.

Uma das técnicas destinadas à filtragem de séries temporais é o encolhimento (*shrinkage*) wavelet, que tem como objetivo a redução (ou mesmo remoção) do ruído presente num sinal, diminuindo (ou zerando) a magnitude dos coeficientes wavelet (MORETTIN, 1999). Outras referências nesta área são os trabalhos de Donoho e Johnstone (1994) e Donoho *et al.*, (1995).

As três etapas do encolhimento wavelet são: 1) decomposição wavelet do sinal ruidoso; 2) selecionar limiares (*thresholds*) que eliminam (ou reduzem) os ruídos; 3) aplicar a transformada wavelet inversa a fim de se obter o sinal menos ruidoso. Das várias regras de limiarização encontradas na literatura, talvez as mais tradicionais sejam: o limiar duro (*hard threshold*) e limiar suave (*soft threshold*). Em ambas as regras, eliminam-se os coeficientes de detalhes ($d_{m,n}$) que em módulo são menores ou iguais a um limiar λ . Na regra limiar duro

$d_{m,n}$ é mantido sempre que $|d_{m,n}| > \lambda$ e atenuado por $|d_{m,n}| - \lambda$ na regra limiar suave. Neste trabalho o cálculo do limiar λ foi realizado a partir de duas propostas: universal e SURE (*Estimation Stein's Unbiased Risk Estimate*). Maiores detalhes dessas técnicas podem ser encontradas em Donoho e Johnstone (1993), Johnstone e Silverman (1996) e Morettin (1999).

3 Redes Neurais Artificiais

De acordo com Haykin (2001), uma RNA é um sistema de processamento paralelo formado por unidades capazes de armazenar conhecimento e disponibilizá-lo para o futuro, sendo formada basicamente por neurônios artificiais distribuídos em camadas. Neste artigo foi utilizada RNA do tipo *multilayer feed-forward*, que são formadas por várias camadas e os sinais são propagados apenas da entrada para a saída, nunca ao contrário. A ligação entre os neurônios de uma camada e neurônios de camadas adjacentes ocorre por meio de pesos, que são parâmetros ajustáveis numericamente e que representam a “força” das conexões. O somatório das entradas linearmente ponderadas para um neurônio é transformado por uma função de ativação, que pode ser linear ou não linear (por exemplo, a tangente hiperbólica, a sigmoide). Neste tipo de RNA, não há conexões entre neurônios da mesma camada. As informações de dados são transmitidas de forma que as saídas dos neurônios de uma camada correspondam às entradas da camada seguinte. Para o treinamento da RNA os algoritmos *backpropagation* e *Levenberg-Marquardt* são amplamente utilizados e recomendados (HAYKIN, 2001).

O problema de previsão de séries temporais, com T observações $(y_t)_{t=1}^T$, através de RNA consiste na utilização de dados observados para se prever $y(t+l)$, onde l é o passo de tempo de previsão para o futuro. Uma vez definido o tamanho da janela n e o valor de l , montam-se a sequência $(y(t), y(t-1), \dots, (y(t-n+1), (y(t+1), \dots, (y(t+l))$ de dados, que forma um conjunto de padrões de treinamento, onde: $(y(t), y(t-1), \dots, y(t-n+1))$ e $(y(t+1), \dots, y(t+l))$ representam as entradas e saídas desejadas, respectivamente.

4 Materiais e Métodos

Neste trabalho, a taxa de câmbio envolve as moedas dólar americano e libra esterlina, tendo 731 pontos e abriga observações semanais de 1980 a 1993, doravante denominada *Exchange Rate*. O gráfico da série estudada pode ser observado na Figura 1. Seguindo Zhang (2003); Khashei e Bijari (2010, 2011 e 2012), utilizou-se de logaritmo decimal para

transformar os dados originais e fez-se previsão um passo a frente para um horizonte de 52 semanas.

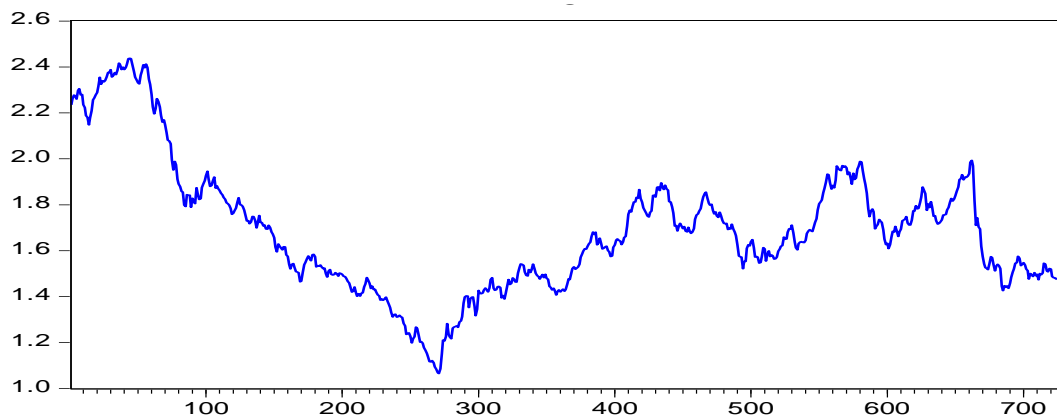


FIGURA 1 - Gráfico da série *Exchange Rate* (dólar americano/libra esterlina) com 731 observações (1980-1993). Fonte: o autor (2015).

Como estatísticas de aderência, foram utilizados o MSE (*mean square error*) e o MAE (*mean absolute error*), definidos, respectivamente, em $MSE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2$ e

$$MAE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |y_t - \hat{y}_t|.$$

Inicialmente, submete-se a série $(y_t)_{t=1}^T$ ao encolhimento wavelet, obtendo-se a série de tendência $(y_{t,EW})_{t=1}^T$ e a componente total de resíduo $(y_{t,R})_{t=1}^T = (y_t)_{t=1}^T - (y_{t,EW})_{t=1}^T$. Os testes de autocorrelação residual, independência estatística BDS e de estacionariedade *Dickey-Fuller* são aplicados à componente $y_{t,R}$ a fim de se obter indicação que a mesma não pode ser classificada estatisticamente como ruído branco, de forma que os resíduos devem possuir estruturas de autodependência linear e/ou não linear que podem ser modeladas. Neste caso, a previsão da série observada resultará da soma das previsões dos resíduos e tendência ($\hat{y}_t = \hat{y}_{t,EW} + \hat{y}_{t,R}$).

Considere a sequência infinita $(\tilde{y}_{t,S})_{t \in \mathbb{Z}}$, onde $S = EW$ ou R , obtida da série temporal $(y_{t,S})_{t=1}^T$ a partir da igualdade $\tilde{y}_{t,S} = \begin{cases} y_{t,S}, t \in \{1, \dots, T\} \\ 0, t \in \mathbb{Z} \setminus \{1, \dots, T\} \end{cases}$. Segundo Teixeira Jr *et al.*, (2012) a decomposição wavelet de nível p de uma série temporal $\tilde{y}_{t,S}$ em relação a uma determinada base ortonormal wavelet é representada por (4).

$$\tilde{y}_{t,S} \cong \tilde{\tilde{y}}_{t,S} = \sum_{n \in \Gamma_{V_{m_0}}} a_{m_0,n} \phi_{m_0,n} + \sum_{m=m_0}^{m_0+(p-1)} \left(\sum_{n \in \Gamma_{W_m}} d_{m,n} \omega_{m,n} \right), \quad (4)$$

onde $\Gamma_{V_{m_0}}$ e Γ_{W_m} são subconjuntos de índices em Z . A determinação de tais conjuntos ocorre através da minimização do erro quadrático médio (MSE) entre $\tilde{y}_{t,S}$ e $\tilde{\tilde{y}}_{t,S}$.

As componentes de aproximação $\sum_{n \in \Gamma_{V_{m_0}}} a_{m_0,n} \phi_{m_0,n}$ e detalhe $\sum_{n \in \Gamma_{W_m}} d_{m,n} \omega_{m,n}$, provenientes da decomposição das séries de tendência e resíduo, e o encolhimento *wavelet* de y_t foram obtidos a partir do aplicativo computacional Matlab 8.0, que oferece várias opções de bases *wavelets*, tais como: as famílias daubechies (db N), coiflets (coif N) e symlets (sym N), onde N representa a ordem da decomposição. O Quadro 1 traz algumas características dessas famílias.

QUADRO 1 - Algumas características das famílias db, sym e coif.

Características	Famílias <i>Wavelet</i>		
	db N	sym N	coif N
Ordem	N=1,2,...	N=1,2,..	N=1,2,....,5
Ortogonal	Sim	Sim	Sim
Suporte compacto	Sim	Sim	Sim
Largura do suporte	2N-1	2N-1	6N-1
Simetria	Aproxima-se	Aproxima-se	Aproxima-se
Número de momentos nulos	N	N	2N

Fonte: o autor (2015).

Uma vez obtidas, por meio de (4), as p componentes de detalhe, denotadas por $D_{1,S}, \dots, D_{p,S}$ e a componente de aproximação, por $A_{p,S}$, estas são modeladas via $p + 1$ redes neurais artificiais *feed-forward multilayer perceptron*.

Da modelagem por RNA resultam as previsões das componentes *wavelets* de detalhe: $\hat{D}_{1,S}, \dots, \hat{D}_{p,S}$ e aproximação $\hat{A}_{p,S}$. As previsões pontuais das séries de tendência e resíduos estão representadas em (5) e (6), respectivamente, sendo a previsão da série observada dada por $\hat{y}_t = \hat{y}_{t,EW} + \hat{y}_{t,R}$.

$$\hat{y}_{t,EW} = \hat{A}_{p,EW}(t) + \hat{D}_{1,EW}(t) + \dots + \hat{D}_{p,EW}(t) \quad (5)$$

$$\hat{y}_{t,R} = \hat{A}_{p,R}(t) + \hat{D}_{1,R}(t) + \dots + \hat{D}_{p,R}(t) \quad (6)$$

A título de ilustração a Figura 2 traz as etapas do método proposto para a realização das previsões pontuais da série observada, nela está representado o caso em que a decomposição *wavelet* é feita em nível $p = 2$.

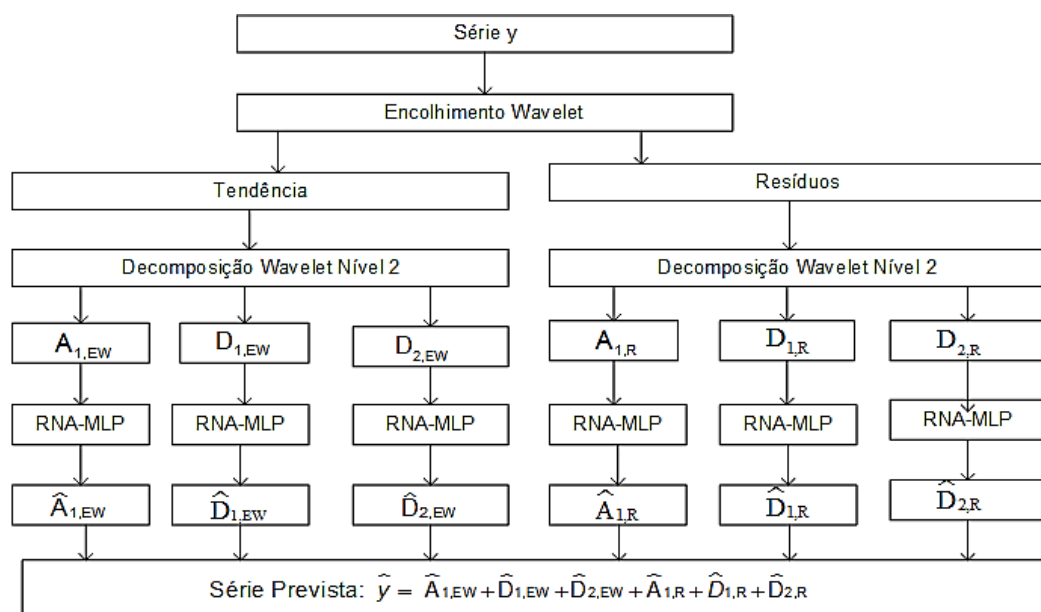


FIGURA 2 - Fluxograma com etapas do método proposto. Fonte: o autor (2015).

5 Resultados Obtidos

A Série temporal formada pelas taxas de câmbio entre dólar americano e libra esterlina foi transformada com aplicação do logaritmo decimal e o resultado submetido ao encolhimento *wavelet* (EW), obtendo-se as séries de tendência e resíduo *wavelet*. Entre as várias configurações de EW utilizadas na modelagem da série transformada, a que apresentou menor erro de previsão era constituída por uma base *wavelet* haar decomposta em nível dois, limiar universal e regra de limiarização duro.

As séries de tendência e resíduos oriundas do encolhimento foram decompostas ortogonalmente via *wavelet* com base daubechies de momento 10 (db 10) em nível $p = 2$. Uma vez obtidas as componentes *wavelets*, estas foram modeladas via rede neural artificial *feedforward multilayer perceptron* (RNA-MLP). Testes indicaram que, de maneira geral, apresentariam resultados satisfatórios a RNA-MLP com a seguinte estrutura topológica: tamanho de janela de entrada entre dez e quatorze, uma camada escondida composta por dez, doze ou quatorze neurônios e uma camada de saída formada por um único neurônio, utilizando a função de ativação linear na camada de saída e as funções de ativação tangente hiperbólica sigmoidal e linear na camada oculta. Sendo a tangente hiperbólica sigmoidal empregada basicamente na modelagem de algumas componentes de detalhes. O treinamento foi realizado no aplicativo computacional Matlab 8.0 com o algoritmo de *Levenberg & Marquardt*.

Na Figura 3 estão representadas as séries: logaritmo da *Exchange Rate* (y_t), a tendência ($y_{t,EW}$) e resíduos ($y_{t,R}$). Na Tabela 1 estão registradas as 10 últimas previsões (amostra de teste) para estas séries.

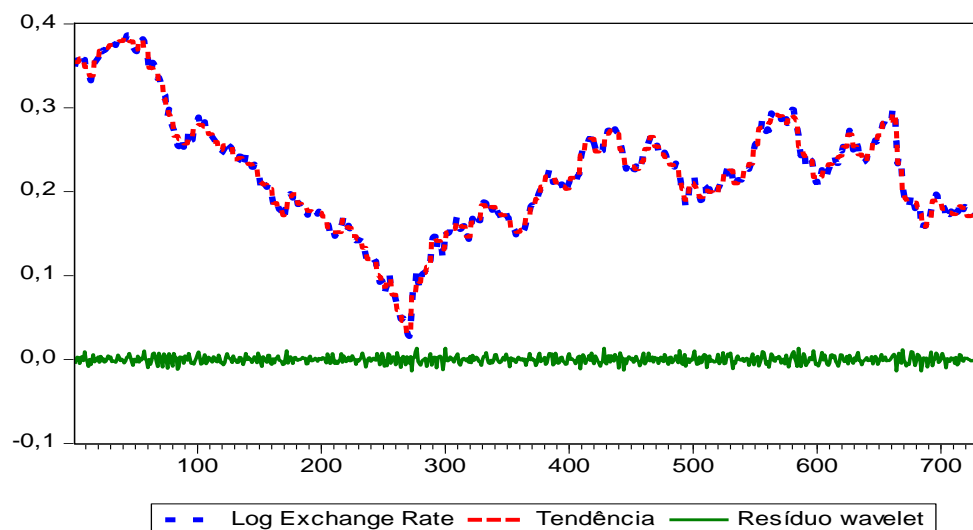


FIGURA 3 - Gráficos das séries log *Exchange Rate*, tendência e resíduos. Fonte: o autor (2015).

TABELA 1 - Previsões para as 10 últimas observações da amostra de teste (*Exchange Rate*)

Data	y_t	$y_{t,EW}$	$y_{t,R}$	$\hat{y}_{t,EW}$	$\hat{y}_{t,R}$	\hat{y}_t
29/10/93	0,17085	0,17085	0,000002	0,17092	0,00007	0,17099
05/11/93	0,17079	0,17085	-0,000057	0,17063	0,00008	0,17071
12/11/93	0,16923	0,17085	-0,001613	0,17068	-0,00154	0,16913
19/11/93	0,17020	0,17188	-0,001674	0,17188	-0,00176	0,17012
26/11/93	0,17094	0,17188	-0,000941	0,17196	-0,00116	0,17079
03/12/93	0,17179	0,17188	-0,000092	0,17185	0,00026	0,17211
10/12/93	0,17458	0,17188	0,002706	0,17188	0,00239	0,17420
17/12/93	0,17266	0,17359	-0,000932	0,17365	-0,00094	0,17271
24/12/93	0,17470	0,17359	0,001111	0,17376	0,00107	0,17483
31/12/93	0,17351	0,17359	-0,000087	0,17353	-0,00012	0,17341

Fonte: o autor (2015).

Na Tabela 2 encontra-se um comparativo envolvendo os resultados obtidos por Zhang (2003) e Khashei e Bijari (2010, 2011, 2012). O método proposto se apresenta com os menores erros de previsão e com ganhos preditivos relevantes quando comparados aos resultados alcançados pelos autores citados. A Figura 4 ilustra a proximidade da Log *Exchange Rate* com sua previsão (amostra de teste) pelo método proposto.

TABELA 2 - Comparativo MSE e MAE entre métodos de previsão aplicados à série log *Exchange Rate*

Método	MSE	MAE
ARIMA (Zhang, 2003)	4,52977	0,005360
RNA (Zhang, 2003)	4,52657	0,005251
Híbrido (Zhang, 2003)	4,35907	0,005121
RNA (Khashei, 2010)	3,76399	0,005107
RNA (Khashei, 2011)	3,64724	0,004969
ARIMA/PNN (Khashei, 2012)	3,35623	0,004717
RNA/PNN (Khashei, 2012)	2,77122	0,004271
Método Proposto	0,01214	0,000269

Fonte: o autor (2015)

Nota: multiplicar todos os valores de MSE por 10^{-5} .

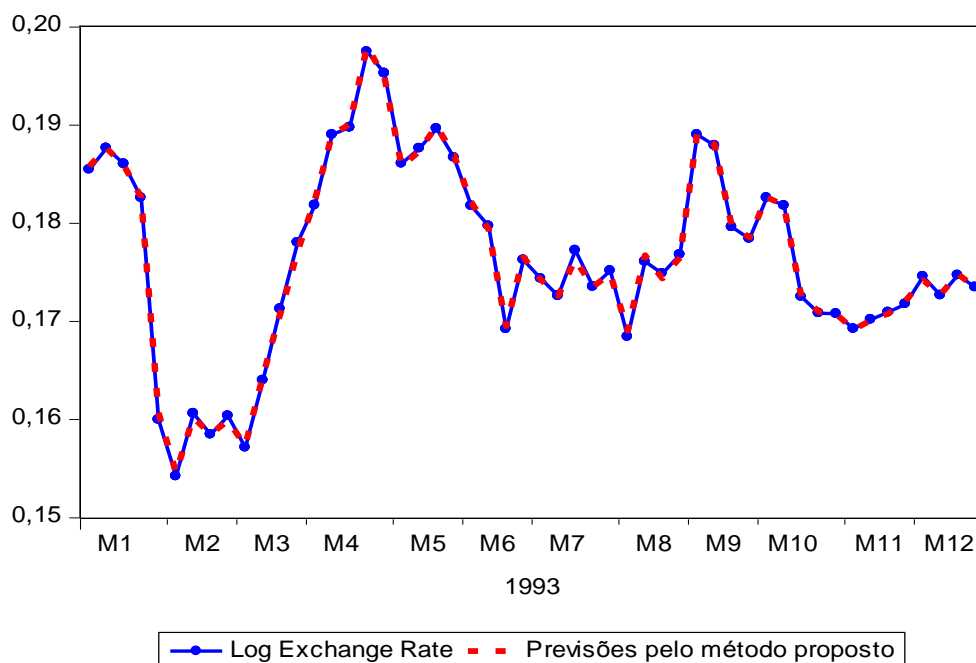


FIGURA 4 - Gráficos das séries log *Exchange Rate* e previsões pelo método proposto – amostra de teste. Fonte: o autor (2015).

6 Considerações Parciais

Neste artigo foram feitas previsões para a série de tempo log *Exchange Rate*, formada por taxas de câmbio entre dólar americano e libra esterlina, mediante um método que envolve combinação de filtragem e decomposição *wavelet* no pré-processamento dos dados, modelando os resultados deste estágio por meio de redes neurais artificiais.

Teixeira, Siqueira e Teixeira Jr (2015) associaram encolhimento e decomposição *wavelet* na preparação de dados de vazões mensais e RNA para modelá-los. Compararam os resultados obtidos com outras abordagens já consagradas na literatura. Conseguiram, com o

método proposto, reduzir o erro preditivo em 50% em relação ao melhor resultado obtido com as outras abordagens.

A série temporal *Exchange rate* foi utilizada por outros autores com trabalhos publicados em periódicos conceituados. Comparando os resultados obtidos por esses autores aos alcançados pelo método proposto, mostrou ser este último bastante competitivo e eficiente, com altos ganhos preditivos e grande margem nas diferenças entre os erros de previsão.

O comparativo com resultados obtidos por outros autores que utilizaram a mesma série temporal nas condições aplicadas neste trabalho e o reduzido erro preditivo auferido na aplicação do método proposto em outras séries de tempo são indicativos da sua relativa eficiência.

Referências

- AQUINO, R. R. B.; LIRA, M. M. S.; OLIVEIRA, J. B.; CARVALHO J.; M. A.; NETO, O. N.; ALMEIDA, G. J. Application of *Wavelet* and Neural Network Models for Wind Speed and Power Generation Forecasting in a Brazilian Experimental Wind Park. *Anais... International Joint Conference on Neural Networks*. Atlanta, USA, 2009.
- BALLINI, R. *Análise e Previsão de Vazões Utilizando Modelos de Séries Temporais, Redes Neurais e Redes Nebulosas*. 2000. 169p. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica e Computação) – UNICAMP, Campinas, 2000.
- BATES, J. M. and GRANGER, C. W. J. The Combining of Forecasts. *Operational Research Quarterly*, v.20, n.4, p. 451-468, 1969.
- DAUBECHIES, I. Ten Lectures on *Wavelets* (C B M S N S F Regional Conference Series in Applied Mathematics), v. 61, *Soc for Industrial & Applied Math*, Philadelphia, 1992.
- DONOHO, D. L.; JONHSTONE, I. M. Ideal Spatial Adaptation by *Wavelet* Shrinkage. *Biometric*, 81,425-455, 1994.
- DONOHO, D. L.; JONHSTONE, I. M.; KERKYACHARIAN, G.; and PICARD, D. *Wavelet* Shrinkage: Asymptopia? (with discussion) *Journal Royal Statistical Society*. B, 57:301-369, 1995.
- GOOIJER, J. G.; HYNDMAN, R. J. 25 years of time series forecasting. *International Journal of Forecasting*, p.443– 473, 2006.
- HAMILTON, J. *Time series analysis*. Princeton University Press,1994
- HAYKIN, S., *Redes Neurais Princípios e Aplicações*, 2. Ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.
- HASSANI, H.;ZHIGLJAVSKY, A. Singular Spectrum Analysis: Methodology and Application to Economics Data. *Journal of Systems Science and Complexity*, v. 22, p.372-394, 2009.
- JOHNSTONE, I.M.; SILVERMAN, B. *Wavelet* Threshold Estimators for data with Correlated Noise. *Stanford University Technical Report*, 1996.
- KASHEI, M.; BIJARI, M. A new class of hybrid models for time series forecasting. *Expert Systems with Applications*, v. 39, p. 4344-4357, 2012.

- KASHEI, M.; BIJARI, M. A novel hybridization of artificial neural networks and ARIMA models for time series forecasting. *Applied Soft Computing*, v. 11, p. 2664-2675, 2011.
- KASHEI, M.; BIJARI, M. An Artificial Neural Network (p,d,q) Model for Times Forecasting. *Expert Systems With Applications*, v. 37, p. 479-489, 2010.
- KUBRUSLY C. S., LEVAN, N. Abstract *Wavelets* Generated by Hilbert Space Shift Operators. *Adv. Math. Sci. Appl.* 14, 643-660, 2006.
- MALLAT, S. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Academic Press, San Diego, 1998.
- MENEZES, L.M. *et al.* Modelagem e Previsão de Demanda de Energia com Filtragem SSA. *Revista de Estatística UFOP*, v.III(2), 2014.
- MORETTIN, P. A. *Ondas e Ondaletas: Da análise de Fourier à Análise*. São Paulo: EDUSP, 1999.
- TEIXEIRA Jr., L. A. *et al.* Redes neurais artificiais *wavelet* causal na previsão da radiação solar direta. **Anais...** Rio de Janeiro: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional 2012.
- VALENZUELA, O. Hybridization of intelligent techniques and ARIMA models for time series prediction. *Fuzzy Sets and Systems*, v.159, p. 821-845, 2008.
- WANG, A.B.W. *et al.* Forecasting daily streamflow using hybrid ANN models. Amsterdam: *Journal of Hydrology*, v. 324, p. 383-399, 2006.
- ZHANG, G. P. Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model. Atlanta: *Neurocomputing*, v.50, p. 159-175, 2003.